

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS
(Mention Sciences)

PAR

JACQUES BARBIEUX

1^{re} THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE L'EFFET DE PAROI
EN ÉCOULEMENT PLAN INCOMPRESSIBLE

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

MESURE DES PERFORMANCES EN VOL

Soutenues le 29 mai 1953, devant la Commission d'Examen

Jury { MM. PÉRÈS *Président.*
 FORTIER
 TOUSSAINT } *Examineurs.*

[1955]

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS
(Mention Sciences)

PAR

JACQUES BARBIEUX

1^{re} THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE L'EFFET DE PAROI
EN ÉCOULEMENT PLAN INCOMPRESSIBLE

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

MESURE DES PERFORMANCES EN VOL

Soutenues le 29 mai 1953, devant la Commission d'Examen

Jury	{	MM. PÉRÈS	Président.
		FORTIER	Examineurs.
		TOUSSAINT	



CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE L'EFFET DE PAROI
EN ÉCOULEMENT PLAN INCOMPRESSIBLE



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552428_0047

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen M. A. CHATELET

PROFESSEURS

G. JULIA T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	M ^{lle} COUSIN . . . T	Biologie animale (P.C.B.).
A. DENJOY T	Théorie des fonctions.	CHRÉTIEN T	Chimie minérale.
L. LUTAUD T	Géographie physique et Géologie dynamique.	P. DRACH T	Zoologie.
E. DARMOIS . . . T	Enseignement de Physique.	KASTLER T	Physique.
Robert LÉVY . . . T	Physiologie comparée.	CHATELET T	Arithmétique et théorie des nombres.
FOCH T	Mécanique physique et expérimentale.	EPHRUSSI T	Génétique.
PAUTHENIER . . . T	Electrotechnique générale.	WURMSER T	Biologie physico-chimique.
DE BROGLIE T	Théories physiques.	BAUER T	Chimie-Physique.
JOB T	Chimie générale.	RIVIÈRE	Géologie (P.C.B.).
PRENANT T	Anatomie et Histologie comparées.	GAUTHERET . . . T	Biologie végétale (P.C.B.).
COMBES T	Physiologie végétale.	LUCAS T	Physique.
GARNIER T	Géométrie supérieure.	A. THOMAS T	Evolution des têtes organisées.
PÈRÈS T	Mécanique des fluides et applications.	ARNULF	Optique appliquée.
LAUGIER T	Physiologie générale.	MAX MORAND . . .	Physique.
TOUSSAINT T	Technique aéronautique.	SOLEILLET	Physique.
M. CURIE T	Physique (P.C.B.).	FORTIER T	Mécanique expérimentale des fluides.
G. RIBAUD T	Hautes températures.	DANJON T	Astronomie.
CHAZY T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	FROMAGEOT . . . T	Chimie biologique.
CROZE T	Physique théorique et Physique céleste.	LAPORTE T	Physique générale et Radio-activité.
DUPONT T	Théories chimiques.	JANET T	Mathématiques générales.
VALIRON T	Calcul différentiel et Calcul intégral.	PETIT T	Biologie maritime.
BARRABÉ T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	QUENEY T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
G. DARMOIS T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	GALLIEN T	Biologie animale (P.C.B.).
J. BOURCART . . . T	Géographie physique et Géologie dynamique.	EICHHORN	Biologie végétale (P.C.B.).
AUBEL T	Chimie biologique.	DE CUGNAC	Biologie végétale (P.C.B.).
M ^{me} JOLIOT-CURIE T	Physique générale et Radio-activité.	M ^{lle} CAUCHOIS . . T	Chimie-Physique.
PLANTEFOL T	Botanique.	THELLIER	Physique du Globe.
CABANNES T	Recherches physiques.	AUDUBERT	Electrochimie.
GRASSÉ T	Evolution des êtres organisés.	L'HÉRITIER	Génétique.
PRÉVOST T	Chimie organique.	GRIVET T	Radio-électricité.
BOULIGAND T	Application de l'analyse à la Géométrie.	PONCIN	Mécanique des fluides.
CHAUDRON T	Chimie appliquée.	THIERY T	Mécanique appliquée.
WYART T	Minéralogie.	DUBREIL	Mathématiques générales.
TEISSIER T	Zoologie.	QUELET	Chimie (P.C.B.).
MANGENOT T	Biologie végétale.	CAGNIARD	Géophysique appliquée.
P. AUGER T	Physique quantique et relativité.	CHAMPETIER . . .	Chimie appliquée.
MONNIER	Physiologie générale.	CUVILLIER	Géologie structurale et Géologie appliquée.
PIVETEAU T	Géologie.	JUNG T	Pétrographie.
ROCARD T	Physique.	TRILLAT	Physique (P.C.B.).
H. CARTAN T	Mathématiques (E.N. Supérieure).	WIEMANN	Chimie (P.C.B.).
SCHAEFFER T	Physiologie des fonctions.	JACQUINOT T	Physique (P.C.B.).
LAFFITTE T	Chimie générale.	VASSY	Physique de l'atmosphère.
FAVARD T	Mécanique générale.	DESTOUCHES . . .	Théories physiques.
COULOMB T	Physique du Globe.	M. PRUVOST . . . T	Géologie.
		AMIEL	Chimie (P.C.B.).
		HOCART	Minéralogie.
		MACHEBGEUF . . .	Microbiologie.
		J.-P. MATHIEU . .	Physique (P.C.B.).
		COUTEAUX	Biologie animale (P.C.B.).
		MAY	Biologie animale (P.C.B.).
		CHOQUET	Calcul différentiel.
		FELDMANN	Biologie (P.C.B.).
		GUINIER	Physique (P.C.B.).
		JOST	Biologie (P.C.B.).

Secrétaire Ch. MONIER

Que M. Albert TOUSSAINT, Directeur de l'Institut Aérotechnique de Saint-Cyr, Professeur à la Sorbonne, trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance, lui qui fut mon maître et mon guide et m'a permis de mener à bien mon travail.

En outre, je tiens à adresser mes plus vifs remerciements à M. GRUSON pour l'aide qu'il m'a apportée au cours de mes essais,

au personnel de l'Institut Aérotechnique qui a assuré la réalisation matérielle.

TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
<i>Notations</i>	I à III

PREMIÈRE PARTIE

THÉORIES ET DOCUMENTS EXPÉRIMENTAUX EXTÉRIEURS

CHAPITRE PREMIER. — Théorie de l'effet de paroi	3
A. — Théories de l'effet bouchon	4
B. — Théories de l'effet de paroi avec circulation.....	13
C. — Comparaison des formules finales	37
CHAPITRE II. — Expériences actuelles	45

DEUXIÈME PARTIE

THÉORIE ET EXPÉRIENCES NOUVELLES

<i>Préambule</i>	65
CHAPITRE PREMIER. — Théorie de l'effet de paroi	67
A. — Représentation du profil et des contraintes de paroi.....	68
B. — Courbure du champ aérodynamique autour du profil	70
C. — Modifications des caractéristiques globales du profil	85
D. — Modifications des caractéristiques locales du profil	99

	PAGES
E. — Extensions de la théorie	104
1. — Pour des profils avec volet de courbure	104
2. — A l'écoulement compressible	105
<i>Méthode pratique d'application de la théorie</i>	115
F. — Étude du champ aérodynamique autour du profil	122
G. — Essai d'explication des autres théories	124
CHAPITRE II. — Expériences	129
A. — Choix du matériel expérimental et méthodes de mesure	129
B. — Dépouillement et corrections diverses	143
C. — Résultats expérimentaux	162
CHAPITRE III. — Comparaison de l'expérience et de la théorie	177
A. — Effet de l'épaisseur de l'aile	177
B. — Première comparaison (hauteur géométrique)	180
C. — Deuxième comparaison (hauteur réduite)	188
<i>Appendice</i>	213
BIBLIOGRAPHIE	246

NOTATIONS

I. — INCIDENCES

α	Angle définissant l'incidence de l'écoulement général par rapport à l'axe horizontal du cercle générateur du profil, ou angle d'attaque.
α_∞	Angle d'attaque de l'écoulement général en l'absence de paroi.
α_a	Angle d'attaque de l'écoulement général en présence des parois.
α_h	Angle d'attaque apparent en présence des parois.
α_c	Angle d'attaque corrigé en conservant la circulation unitaire.
β	Angle de l'axe de portance nulle par rapport à la corde du squelette.
β_∞	Angle de l'axe de portance nulle par rapport à la corde du squelette en l'absence de paroi.
β_a	Angle de l'axe de portance nulle par rapport à la corde du squelette en présence des parois.
i_∞	Incidence aérodynamique de l'écoulement par rapport à la corde de portance nulle en l'absence de paroi.
i_a	Incidence aérodynamique de l'écoulement par rapport à la corde de portance nulle en présence des parois.
i_h	Incidence aérodynamique apparente en présence des parois.
i_c	Incidence aérodynamique corrigée en conservant la circulation unitaire.
Δi	Angle induit local.

II. — VITESSES

V_0	Vitesse de l'écoulement uniforme.
	Vitesse de référence de l'amont du profil.
$u_1(x)$	Vitesse induite axiale à l'abscisse x , due à la présence géométrique du profil.

u_1	Vitesse induite axiale moyenne au droit du profil, due à la présence géométrique du profil.
u_2	Vitesse induite axiale moyenne au droit du profil, due à la présence du sillage.
$V_a(x)$	Vitesse effective à l'abscisse x .
V_a	Vitesse moyenne effective au droit du profil.
U_0	Vitesse dans la couche limite latérale.

III. — PRESSIONS

q	Pression dynamique engendrée par la vitesse V .
q_0	Pression dynamique engendrée par la vitesse V_0 .
q_a	Pression dynamique engendrée par la vitesse V_a .
Kp	Coefficient de pression locale sur le profil.
q_s	Pression dynamique locale sur le profil de base calé à l'incidence de portance nulle.
q_E	Pression dynamique locale sur l'extrados du profil.
q_I	Pression dynamique locale sur l'intrados du profil.

L'exposant ' indique les mêmes quantités en présence des parois.

p_0	Pression statique de référence.
p	Pression statique en un point.
p_1	Pression statique dans le sillage.
p_{t_0}	Pression totale de référence.
p_{t_1}	Pression totale dans le sillage.

IV. — DIMENSIONS

s	Dimension linéaire ou abscisse curviligne le long du profil.
l	Longueur de la corde du profil.
h	Hauteur de la veine.
h_1	Hauteur réduite de la veine au droit du foyer du profil. Épaisseur maximum du profil.
f	Distance du foyer au milieu de la corde du profil.
δ	Épaisseur de la couche limite.
δ_1	Épaisseur de déplacement de la couche limite.
σ	Surface de la section droite de l'aile.

V. — EFFORTS

R_z	Portance du profil.
R_x	Trainée du profil.
M	Moment des efforts sur le profil.
$M (M)$	Moment autour d'un point M .
$M (l/n)$	Moment autour d'un point P situé à une distance l/n du bord d'attaque du profil.
Γ	Circulation autour du profil.

L'indice ∞ indique que l'on est en écoulement illimité;

L'indice h indique que l'on est en écoulement limité.

VI. — COEFFICIENTS CARACTÉRISTIQUES

C_z	Portance R_z rapportée à la quantité $\rho/2 V^2 l$.
C_x	Trainée R_x rapportée à la quantité $\rho/2 V^2 l$.
$\bar{\Gamma}$	Circulation unitaire = $2 \Gamma/l V$.
C_m	Coefficient de moment rapporté à la quantité $\rho/2 V^2 l^2$.

L'indice $_0$ indique que les coefficients sont rapportés à la vitesse V_0 .

VII. — DIVERS

E	Épaisseur maximum relative.
m	Intensité du doublet de remplacement.
M	Nombre de Mach correspondant à la vitesse V .

PREMIÈRE PARTIE

THÉORIES
ET DOCUMENTS EXPÉRIMENTAUX EXTÉRIEURS

THÉORIES DE L'EFFET DE PAROI

Les théories présentent entre elles de nombreux points communs.

Toutes font appel à la méthode des images, sauf celle de Tomotika qui traite directement l'écoulement autour d'une plaque plane entre parois.

La méthode des images est la suivante :

— soit une singularité quelconque placée dans un courant de vitesse uniforme V_0 , illimité dans toutes les directions.

Plaçons deux parois solides parallèles à la direction de la vitesse V_0 , de part et d'autre de cette singularité. Pour représenter convenablement les parois solides, il faut qu'elles deviennent lignes de courant dans l'écoulement proposé.

Pour ce faire, on introduit dans l'écoulement illimité original des singularités symétriques de la singularité originale par rapport aux parois parallèles. Ces singularités « images » de la singularité originale sont, par suite, en nombre infini. Ces files de singularités images, tout en respectant les lignes de courant paroi, vont induire des vitesses au droit de la singularité originale.

Il en sera de même pour un ensemble de singularités. Si cet ensemble, dans l'écoulement original, définit un contour fluide, ce contour fluide sera déformé par la présence des ensembles images dans l'écoulement avec parois. Il faut donc modifier l'intensité des singularités de l'ensemble original pour que le contour fluide ne soit pas déformé lorsque l'on passe de l'écoulement sans paroi à l'écoulement avec parois. Dans la majorité des cas, on fait l'hypothèse que la déformation du contour fluide est négligeable et l'on ne modifie pas les intensités des singularités originales.

Les théories de l'effet de paroi, dans leur principe, se divisent en deux classes :

— les unes considèrent directement le profil, avec ou sans épaisseur, et s'appuient sur la transformation conforme du cercle en profil;

— les autres, considérant qu'un profil est la somme d'un profil symétrique ayant même répartition d'épaisseur que le profil primitif et d'un squelette infiniment mince, s'appuient sur la théorie des profils minces.

Dans leur objet elles se répartissent en deux catégories :

— les premières traitent le problème de « l'effet bouchon », c'est-à-dire de l'obstruction aérodynamique d'un corps sans portance. Dans la plupart des cas, le corps est un profil d'aile symétrique;

— les secondes traitent le problème de « l'effet de portance », c'est-à-dire de l'obstruction aérodynamique d'un corps ayant de la portance. Le corps considéré est un profil d'aile qui, le plus souvent, est réduit à son squelette.

Ces théories, de toute façon, abordent uniquement le problème global, sauf celle exposée dans le N.A.C.A. report 782, qui traite la correction des pressions locales.

Nous allons exposer ci-dessous les théories de l'écoulement bidimensionnel en mettant en valeur les hypothèses faites.

A. — THÉORIES DE L'EFFET BOUCHON

1. — Théorie de LOCK (réf. [1]).

LOCK, à la suite des expériences de FAGE, de février 1929 (réf. [2]), traite le problème de l'interaction de paroi pour des corps sans portance qui, dans le cas de l'écoulement bidimensionnel, sont des profils Joukowsky symétriques, des profils Karmann-Trefft, des ovales de Rankine.

a) HYPOTHÈSES PHYSIQUES.

Il estime que dans tous les cas le corps se comporte non plus comme s'il était soumis à la vitesse V_0 de l'infini amont, mais à une vitesse V_a en chaque point, telle que si l'on écrit $V_a = V_0 + u_1$ on a la relation :

$$(01) \quad \frac{u_1}{V_0} = \tau \cdot \lambda \cdot \left(\frac{s}{h}\right)^2.$$

L'augmentation de vitesse est proportionnelle au carré du rapport d'une dimension linéaire du corps à la hauteur de veine, à condition que *ce rapport soit suffisamment petit*.

λ est un coefficient dépendant seulement de la forme du corps et égal à l'unité, par définition, pour un cylindre circulaire.

τ a des valeurs distinctes pour une veine libre et une veine guidée.

b) HYPOTHÈSES ET CALCULS THÉORIQUES.

Selon LOCK, l'écoulement à une assez grande distance du corps peut être remplacé par l'écoulement autour d'une source et d'un puits écartés sur l'axe de symétrie du corps. La vitesse induite dépend uniquement du produit de l'intensité de source par la distance qui sépare la source du puits.

A une distance y on a :

$$(02) \quad V_0 + u_1 = V_0 + \frac{A_1}{y^2},$$

où A_1 est l'intensité du doublet source-puits défini plus haut.

LOCK fait appel à la méthode des images et écrit la vitesse additionnelle qui existe au voisinage du doublet original :

$$(03) \quad u_1 = 2 \sum_1^{\infty} \frac{A_1}{n^2 h^2} = \frac{2A_1}{h^2} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{A_1}{h^2},$$

$$(04) \quad \frac{V_a}{V_0} = 1 + \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{A_1}{V_0 h^2}.$$

LOCK dit que l'on devrait remplacer A_1 par A_{1h} tel que :

$$\frac{A_{1h}}{A_1} = \frac{V_0 + u_1}{V_0} \text{ pour que la forme et les dimensions}$$

du corps initial soit conservées. On aurait alors :

$$(05) \quad \frac{u_1}{V_0} = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{A_1}{V_0 h^2} \left[1 - \frac{\pi^2 A_1}{3 V_0 h^2} \right]^{-1}$$

mais il trouve que la correction est négligeable; en d'autres termes, il conserve l'intensité originale du doublet. Pour calculer cette correction, d'une part il évalue l'épaisseur maximum et la longueur du corps, d'autre part il écrit qu'à la distance z du corps l'intensité du doublet donne le même champ de vitesse que le corps lui-même en écoulement illimité. Il écrit cette intensité en fonction de ses deux paramètres. Par suite :

$$\frac{u_1}{V_0} = \frac{\pi^2 A_1}{3 V_0 h^2} = \tau \cdot \lambda \cdot \left(\frac{s}{h} \right)^2,$$

où $s = 2t =$ épaisseur maximum du corps, et

$$\tau = \frac{\tau^2}{12}, \quad A_1 = \lambda V_0 l^2.$$

c) VALEURS NUMÉRIQUES.

Les valeurs de λ ont été calculées pour les corps précédemment cités et, pour des profils ordinaires, on trouve une loi moyenne telle que :

$$\lambda = \frac{0,389}{E} \cdot (1 - E) + 1;$$

$$\frac{u_1}{V_0} = \frac{\pi^2}{12} \cdot \frac{l^2}{h^2} \cdot E^2 \left[1 + \frac{0,389}{E} (1 - E) \right]$$

ou :

$$\frac{u_1}{V_0} = \frac{\pi^2}{24} \cdot \frac{l^2}{h^2} \cdot E [0,78 + 1,22 \cdot E].$$

LOCK admet que le profil est plongé non plus dans un écoulement de vitesse V_0 ,

mais dans un écoulement de vitesse $V_a = V_0 + u_1$. La correction de traînée se limite à une correction de vitesse de référence, et $\frac{Cx_{0h}}{Cx_\infty} = \frac{V_a^2}{V_0^2}$. Il en résulte que :

$$\frac{Cx_{0h}}{Cx_\infty} = \left[1 + \frac{\pi^2 l^2}{24 h^2} \cdot 0,78 E [1 + 1,55 E] \right]^2;$$

pour un profil Joukowsky on a, comme correction de traînée :

$$\frac{Cx_{0h}}{Cx_\infty} = \left[1 + \frac{\pi^2 l^2}{24 h^2} \cdot 0,76 E [1 + 1,63 E] \right]^2.$$

Sans chercher à respecter la condition $\lambda = 1$, pour le cercle on trouve, d'après les graphiques de Lock, une loi plus simple qui prend la forme :

— pour un profil Joukowsky :

$$\lambda = \frac{0,390}{E} + 0,5;$$

— et pour les profils de Fage :

$$\lambda = \frac{0,416}{E} + 0,5.$$

La correction de traînée devient alors, pour un profil Joukowsky :

$$\frac{Cx_{0h}}{Cx_\infty} = \left[1 + \frac{\pi^2 l^2}{24 h^2} 0,78 E [1 + 1,25 E] \right]^2.$$

La correction de traînée devient, pour les profils de Fage :

$$\frac{Cx_{0h}}{Cx_\infty} = \left[1 + \frac{\pi^2 l^2}{24 h^2} 0,83 E [1 + 1,21 E] \right]^2.$$

2. — Théorie de GLAUERT (réf. [3]).

GLAUERT, le premier, pense que la différence entre la théorie et l'expérience, en l'occurrence la théorie de Lock et les essais de Fage, provient du fait que le problème est traité en fluide parfait, sans tenir compte des couches limites sur le profil et du sillage.

Les théories qu'il a émises à ce sujet marquent une date importante dans la correction de traînée due à l'interaction de paroi.

a) CORRECTION DE TRAÎNÉE ET SILLAGE DE FLUIDE MORT.

Il s'appuie sur l'analogie avec les plaques planes face au vent. Selon GLAUERT, il se développe derrière une plaque plane face au vent un sillage de fluide mort dont la section est égale à la surface de la plaque.

Par suite, au droit de la plaque il règne une vitesse V_a augmentée de la contraction due à ce sillage. $\frac{V_a}{V_0} = \frac{S}{S - S_0}$ et la traînée est redevable de cette vitesse V .

Nous avons infirmé cette hypothèse expérimentalement (voir appendice).

GLAUERT émet l'hypothèse que derrière le profil se développe un sillage de fluide mort de hauteur inférieure à l'épaisseur maximum du profil : soit $k \cdot e_m$ cette hauteur. La correction de vitesse complémentaire due au sillage sera :

$$(01) \quad \frac{V_a}{V_0} = \frac{1}{1 - \frac{ke_m}{h}}.$$

La correction de traînée totale, selon GLAUERT, est alors :

$$(02) \quad \frac{Cx_{0h}}{Cx_\infty} = \left[1 + \frac{\pi^2}{12} \lambda \left(\frac{e_m}{h} \right)^2 \right]^2 \left[\frac{1}{1 - \frac{ke_m}{h}} \right]^2.$$

Des expériences de FAGE, il tire une courbe empirique de k en fonction de l'épaisseur relative du profil :

E	8	1	0,5	0,25	0,20	0,15	0,10
k	1	0,30	0,22	0,13	0,098	0,072	0,050

Pour les épaisseurs usuelles, on a donc $k = 0,5 E$.

D'autre part, GLAUERT propose de calculer λ avec une meilleure approximation que LOCK en rappelant que le potentiel complexe dû à la présence d'un corps peut se mettre sous la forme :

$$(03) \quad f(z) = \frac{A_1}{z} + \dots = \frac{\mu}{2\pi z} + \dots$$

et que le premier terme est suffisant pour le calcul des vitesses à une grande distance de ce corps.

Il propose, en outre, de calculer l'intensité du doublet de remplacement, à partir de la répartition expérimentale de vitesse, par l'intégrale suivante :

$$(04) \quad \mu = \int_0^l 2y V ds \quad \text{avec} \quad \mu = \frac{\pi}{2} \lambda e_m^2 V_0.$$

b) CORRECTION DE TRAÎNÉE ET GRADIENT DE PRESSION.

Dans un document ultérieur (réf. [4]), GLAUERT introduit une nouvelle notion importante : la correction de traînée due au gradient de pression créé par le sillage de l'aile.

Le ralentissement de vitesse à l'intérieur des couches limites du profil et du sillage provoque une augmentation de vitesse à l'extérieur par continuité de débit dans la

veine. Le gradient de vitesse qui naît ainsi entraîne un gradient de pression. Ce gradient de pression entraîne une poussée du fluide sur le corps soumis à cet écoulement accéléré.

Soit σ la surface de la section droite du corps; la correction de traînée est

$$(05) \quad \Delta \cdot R x_h = - \sigma \frac{dp}{dx} = \rho \sigma V_a \frac{dV_a}{dx}.$$

GLAUERT estime que, sous cette forme, on ne tient pas compte de l'accélération infligée au fluide entourant le corps. La surface réelle doit être remplacée par la surface fictive σ' , directement reliée à l'intensité du doublet de remplacement :

$$(06) \quad \sigma' = \frac{\pi}{2} \lambda e_m^2 \frac{dp}{dx} \quad \text{et} \quad \Delta \cdot R x_h = \frac{\pi^2}{2} \lambda e_m^2 \frac{dp}{dx}.$$

3. — Formules de SQUIRE et YOUNG (réf. [5]).

La théorie de Squire et Young ne diffère en rien des théories précédentes. Elle remplace le profil par un doublet équivalent, mais, pour calculer l'intensité du doublet, elle se base sur une distribution approximative de source et de puits dont on calcule le moment.

Le débit par unité de longueur de la source placée à l'abscisse x de la corde est, avec u , survitesse à l'abscisse x et $\frac{dy_s}{dx}$ = pente locale du profil :

$$(01) \quad q(x) = 2u = 2V_0 \frac{dy_s}{dx}.$$

La vitesse induite par l'ensemble des files de sources images en un point d'abscisse x_0 de la corde est alors :

$$(02) \quad \Delta \cdot u(x_0) = \frac{1}{2h} \int_0^l q(x) \left[\cotgh. \pi \frac{x - x_0}{h} - \frac{h}{\pi(x - x_0)} \right] dx.$$

Ils montrent, par ailleurs, que le doublet équivalent ainsi calculé est uniquement proportionnel à la surface σ de la section droite de l'aile et aboutissent à la formule :

$$(03) \quad \frac{u_1}{V_0} = \frac{\pi}{6} \frac{\sigma}{h^2}.$$

Mais, trouvant qu'il n'y a pas bon accord avec les valeurs numériques de Lock, ils remplacent le coefficient $\pi/6 = 0,524$ par un coefficient empirique tiré des résultats de Lock (courbes de λ). Ce coefficient moyen, valable à ± 5 % près, donne la formule,

$$(04) \quad \frac{u_1}{V_0} = 0,62 \frac{\sigma}{h^2}.$$

4. — Théorie et formules de THOM (réf. [6]).

a) CORRECTION DUE A L'OBSTACLE SOLIDE.

THOM remplace le profil par une répartition de puits et de sources respectant la forme du profil. Soit $\Sigma q \cdot x$ le moment résultant des sources élémentaires q placées aux abscisses x le long de la corde. On a alors :

$$(01) \quad \frac{u_1}{V_0} = \frac{\Sigma q \cdot x}{2\pi h^2 V_0} \cdot \frac{\pi^2}{3} = \frac{\pi}{6 h^2} \cdot \frac{\Sigma q \cdot x}{V_0}.$$

Il reste à évaluer $\Sigma q \cdot x$ en fonction de grandeurs plus commodes. Selon THOM, pour des profils d'épaisseur raisonnable :

$$(02) \quad \frac{\Sigma q \cdot x}{V_0} = 0,77 e_m \cdot l = 0,77 E l^2.$$

Si l'on estime, d'autre part, que la section droite σ du profil est égale à $0,650 E l$:

$$\frac{\Sigma q \cdot x}{V_0} = 1,18 \sigma,$$

d'où il sort finalement :

$$(03) \quad \frac{u_1}{V_0} = \frac{\pi}{6} \cdot 0,77 E \frac{l^2}{h^2} \quad \text{ou} \quad \frac{u_1}{V_0} = 0,62 \frac{\sigma}{h^2}.$$

Nous ne pouvons passer sous silence les formules tridimensionnelles de Thom qui prêtent toujours à confusion.

En effet, il écrit :

$$\frac{u_{1c}}{V_0} = \frac{K_1 (\text{volume de l'aile})}{(BH)^{3/2} \beta^n},$$

et donne les valeurs de K dans le tableau I reproduit ci-dessous :

TABLEAU I

NATURE DE LA CONFIGURATION	K_1
Aile tridimensionnelle.....	0,90
Aile bidimensionnelle traversant la « largeur ».....	0,74
Aile bidimensionnelle traversant la « hauteur ».....	0,52
Corps fuselés.....	0,96

Or, cette formule générale, avec les coefficients K_1 donnés, n'est valable que pour le High Speed Tunnel du R.A.E., de 7 pieds de haut et 10 pieds de large, ou des souffleries rectangulaires de mêmes proportions, bien que THOM omette de le mentionner.

En effet, l'aile bidimensionnelle, pour un même rapport de la hauteur de la soufflerie à la corde, doit donner lieu à la même correction (la hauteur de veine ici définie est entendue dans le sens général qu'on lui accorde dans cet exposé).

Prenons deux ailes ayant un profil identique, l'une traversant la « largeur de la soufflerie », l'autre la « hauteur de la soufflerie », et présentant le même degré d'obstruction. D'où :

$$v_1 = \sigma_1 B, \quad v_2 = \sigma_2 H \quad \text{et} \quad \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{B^2}{H^2};$$

$$\frac{u_{1c}}{V_0} = \frac{0,74 \sigma_1 B}{(BH)^{3/2} \beta^n} = \frac{0,52 \sigma_2 H}{(BH)^{3/2} \beta^n}$$

ou :

$$\frac{0,74 \sigma_1 H^{1/2}}{B^{1/2} H^2} = \frac{0,52 \sigma_2 B^{1/2}}{H^{1/2} B^2},$$

$$\frac{0,74 \sigma_1 \left[\frac{H}{B} \right]^{1/2}}{H^2} = \frac{0,52 \sigma_2 \left[\frac{B}{H} \right]^{1/2}}{B^2},$$

d'où :

$$\frac{B}{H} = \frac{0,74}{0,52} = \frac{10}{7}.$$

On est bien conduit à une relation entre B et H :

B est la « largeur de la soufflerie »;

H est la « hauteur de la soufflerie ».

En revenant aux notations classiques, à savoir que la largeur de la soufflerie est parallèle à l'envergure de l'aile, la formule de Thom devient :

$$\frac{u_{1c}}{V_0} = 0,62 \frac{\sigma}{h^2 \beta^3},$$

qui concorde avec la formule bidimensionnelle proposée plus haut.

De même, pour l'aile tridimensionnelle, on obtient :

$$\frac{u_{1c}}{V_0} = 0,75 \frac{(\text{volume de l'aile})}{b h^2 \beta^3}.$$

b) CORRECTION DUE AU SILLAGE.

Jusqu'à maintenant, il était admis, par les différentes théories, que la correction de traînée était due à l'augmentation de vitesse axiale au droit du profil. Seul, GLAUERT avait admis l'influence du sillage et posé, dans sa seconde interprétation, la notion de poussée due au gradient de vitesse né de la présence du sillage.

Ressuscitant les notions de sillage de fluide mort et de gradient de pression, THOM entreprend de donner une forme de la correction de traînée plus accessible aux calculs théoriques. GLAUERT, en effet, n'avait pas donné de fonction permettant de

calculer le gradient de pression. THOM essaie de se libérer définitivement de l'expérience en remplaçant le sillage de fluide mort par un demi-corps infini ayant même épaisseur. L'avantage « théorique » est que le demi-corps infini peut être figuré par une source d'intensité Q . Cette singularité est accessible à la méthode des images.

Le potentiel de cette source placée à l'origine est :

$$(04) \quad f(z) = -V_0 z + \frac{Q}{2\pi} \text{Log } z.$$

La fonction de courant $\psi(x, y) = -V_0 y + \frac{m}{2\pi} \text{arc tg} \cdot \frac{y}{x}$, avec $\psi = 0$ pour obtenir le contour du demi-corps infini, donne pour épaisseur de ce dernier, à l'infini aval :

$$(05) \quad \varepsilon = \frac{Q}{V_0}.$$

Cette grandeur s'apparente au coefficient $k.e_m$ de Glauert.

Mais THOM a préféré abandonner cette notion simple, permettant de définir Q pour des profils convenables, en remarquant que :

α) la traînée du demi-corps infini de hauteur ε est :

$$Rx = \rho V_0^2 \varepsilon;$$

β) la vitesse induite sur l'axe Ox par une source de débit Q et par ses images est :

$$(06) \quad \Delta u(x) = + \frac{Q}{2\pi} \left[\text{cotgh.} \frac{\pi x}{h} \right],$$

en :

$$x = +\infty, \quad \Delta u(+\infty) = + \frac{Q}{2h};$$

γ) la vitesse induite par les images seules est :

$$(07) \quad u_2(x) = \frac{Q}{2h} \left[\text{cotgh.} \frac{\pi x}{h} - \frac{h}{\pi x} \right],$$

en :

$$x = 0, \quad u_2(0) = 0;$$

en :

$$x = +\infty, \quad u_2(+\infty) = + \frac{Q}{2h}.$$

Or, à l'infini amont, les conditions doivent rester inchangées : la vitesse est $-V_0$. THOM est conduit à contrebalancer la vitesse $u_2(+\infty)$ par un écoulement uniforme

d'intensité $u_2 = -Q/2h$, additionnel à l'écoulement d'intensité $-V_0$. Par suite, au droit du profil il reste une vitesse additionnelle, due au sillage, telle que :

$$(08) \quad \frac{u_2}{V_0} = \frac{Q}{2h V_0} = \frac{\varepsilon}{2h} = \frac{Rx}{2\rho V_0^2 h} = \frac{l}{4h} \frac{Rx}{\rho/2 V_0^2 l} \frac{l}{4h} Cx_{0h}$$

la traînée Rx étant prise égale à celle du profil.

La correction globale de vitesse axiale est alors :

$$(09) \quad \frac{V_a}{V_0} = 1 + \frac{u_1}{V_0} \frac{u_2}{V_0} = 1 + \frac{\pi}{6} 0,77 E \frac{l^2}{h^2} + \frac{1}{4h} Cx_{0h}$$

$$= 1 + 0,62 \frac{\sigma}{h^2} + \frac{1}{4h} Cx_{0h}.$$

On aboutit donc à une correction supplémentaire de vitesse due au sillage, mais, par ailleurs, on peut définir le gradient de pression au droit du profil. Ce gradient de pression est induit par les sources images. Sachant que :

$$\frac{dp}{dx} = \rho V_0 \frac{dV_0}{dx} \quad \text{et que} \quad Q = \frac{V_0 l Cx_{0h}}{2},$$

$$\frac{dV_0}{dx} = \left[\frac{du^2(x)}{dx} \right]_{x=0} = -\frac{Q}{2h} \left[\cos \operatorname{éch}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right]_{x=0} = \frac{\pi Q}{6h^2},$$

on obtient :

$$(10) \quad \frac{dp}{dx} = \rho V_0 \frac{\pi Q}{6h^2} = \rho/2 \cdot V_0^2 \frac{\pi Cx_{0h} l}{6h^2}.$$

c) CORRECTION DE TRAÎNÉE.

Le gradient de pression provoque une augmentation de traînée qui est :

$$\Delta Rx_h = \sigma \frac{dp}{dx} = \sigma \rho/2 \cdot V_0^2 \frac{\pi l}{6h^2} Cx_{0h},$$

$$(11) \quad \Delta Rx_h = \frac{\pi \sigma}{6h^2} Cx_{0h} \rho/2 \cdot V_0^2 \cdot l.$$

L'augmentation, traduite en coefficient, est :

$$(12) \quad \Delta Cx_{0h} = \frac{\pi \sigma}{6h^2} Cx_{0h},$$

THOM ayant admis, suivant sa démonstration, que c'est la section σ de l'aile qui intervient.

Le profil est, par ailleurs, soumis à une vitesse axiale supérieure à la vitesse à l'infini amont. On en tient compte en corrigeant la vitesse et le coefficient de traînée :

$$Cx_{\infty} = (Cx_{0h} - \Delta \cdot Cx_{0h}) \frac{V_0^2}{V_a^2};$$

$$(13) \quad Cx_{\infty} = Cx_{0h} \left[1 - \frac{\pi\sigma}{6h^2} \right] \frac{1}{\left[1 + 0,62 \frac{\sigma}{h^2} + \frac{l}{4h} Cx_{0h} \right]^2},$$

qui est la formule exacte. La formule approchée est :

$$(14) \quad Cx_{\infty} = Cx_{0h} \left[1 - 1,24 \frac{\sigma}{h^2} - \frac{\pi\sigma}{6h^2} - \frac{l}{2h} Cx_{0h} \right].$$

B. — THÉORIES DE L'EFFET DE PAROI AVEC CIRCULATION

1. — Théorie de GLAUERT (réf. [4]).

GLAUERT, à l'aide de la théorie des images et considérant l'aile représentée par un tourbillon, montre que la vitesse verticale induite varie le long de la corde et que l'écoulement présente une courbure. Il calcule cette variation de courbure et la variation de portance qui en résulte dans le cas simple d'un *profil mince en arc de cercle*, par une méthode qui fait constamment appel à la transformation conforme.

Finalement, il exprime la variation de portance à incidence constante :

$$(01) \quad Cz_{0h} - Cx_{\infty} = \frac{\pi^2 l^2}{24 h^2} \left[Cx_{\infty} + 2\mu \right],$$

où μ = moment autour du foyer de l'aile.

Pour le moment calculé par rapport au bord d'attaque, il ressort :

$$(02) \quad Cm_{0h}(A) = Cm_{\infty}(A) \left[1 + \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \right].$$

2. — Théorie de PISTOLESI (réf. [7]).

Le système de remplacement de l'aile est plus complexe que celui de Glauert. Il se compose d'un tourbillon et d'un doublet de moment pour tenir compte de la courbure du profil. Ces singularités sont centrées au foyer de l'aile. On calcule la variation de circulation, de portance et de traînée qui résulte d'une vitesse additionnelle représentée par ses composantes. La vitesse additionnelle est celle qui existe au point situé aux trois quarts de la corde, c'est-à-dire un point voisin du transformé du bord de fuite dans la transformation qui lie le cercle générateur au profil (K) :

$$(03) \quad \Gamma_h = \frac{d Cz_{\infty}}{2d\alpha_{\infty}} \cdot l [(V_0 + u_{1K}) \alpha_{\infty} + v_K];$$

$$(04) \quad Rz_h = - \rho (V_0 + u_{1(0)}) \Gamma_h;$$

$$(05) \quad Rx_h = \rho v_{(0)} \Gamma_h,$$

Rz_h et Rx_h étant respectivement la portance et la résistance du profil, u_{1K} et v_K les composantes de vitesse induite au point K, $u_{1(0)}$ et $v_{(0)}$ les composantes de vitesse induite au point 0.

Il calcule ensuite la vitesse induite par les files de tourbillons d'intensité Γ_∞ et de doublets d'intensité $i\mu$, puis l'augmentation de circulation qui en résulte.

Pour une aile centrée sur l'axe de la soufflerie, il trouve alors :

$$(06) \quad \frac{\Gamma_h}{\Gamma_\infty} = \frac{1 + \frac{\pi C_{m_{0h}}(F) l^2}{2h^2} \left[\frac{\cosh \frac{\pi l}{2h}}{\sinh^2 \frac{\pi l}{2h}} - \left(\frac{2h}{\pi l} \right)^2 \right]}{1 + \frac{1}{2} \frac{d C_{z_\infty}}{d \alpha_\infty} l \left[\frac{1}{\sinh \frac{\pi l}{2h}} - \frac{2h}{\pi l} \right]};$$

en particulier, pour un plan mince, les efforts se réduisent à :

$$(07) \quad \frac{Rz_h}{Rz_\infty} = \frac{\Gamma_h}{\Gamma_\infty} = \frac{1}{\pi l} \frac{1}{\sinh \frac{\pi l}{2h}} = \frac{2h}{\pi l} \cdot \sinh \frac{\pi l}{2h} = 1 + \frac{\pi^2 l^2}{24 h^2} + \dots$$

3. — Théorie de TOMOTIKA (réf. [8]).

TOMOTIKA a traité le problème de l'effet de paroi pour une plaque plane à l'aide de transformations conformes variées. Il aboutit, pour le cas où la plaque est sur l'axe de symétrie de la veine, à la formule suivante :

$$(01) \quad \frac{Rz_h}{Rz_\infty} = 1 + \frac{\pi^2}{24} (1 + \sin^2 \alpha_\infty) \frac{l^2}{h^2} - \frac{\pi^4}{7680} (11 - 53 \sin^2 \alpha_\infty - 22 \sin^4 \alpha_\infty) \frac{l^4}{h^4} + \dots,$$

formule voisine de celle de Rosenhead qui emploie le même procédé (réf. [9]).

En outre, la variation de moment correspondante est :

$$(02) \quad \frac{C_{m_{0h}}(0)}{C_{m_\infty}(0)} = 1 + \frac{\pi^2}{48} (1 + 2 \sin^2 \alpha_\infty) \frac{l^2}{h^2} + \dots$$

Il est plus simple de donner les valeurs numériques calculées par TOMOTIKA (tabl. II) :

TABEAU II

$\alpha_\infty^0 = 5$	l/h	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,862
	Rz_h/Rz_∞	1,007	1,027	1,061	1,140	1,174	1,255
$\alpha_\infty^0 = 45$	l/h	0,127	0,191	0,255	0,382	0,508	0,756
	$M_h(l/2)/M_\infty(l/2)$	1,007	1,015	1,027	1,066	1,125	1,348

Nous allons maintenant, après ce rappel historique, étudier plus en détail trois théories modernes faisant appel à des moyens différents et qui ont le grand mérite d'introduire l'épaisseur de l'aile.

4. — Théorie de M. TOUSSAINT (réf. [10]).

Selon M. TOUSSAINT, l'effet de paroi se calcule en appliquant la méthode des images, suivant le processus ci-dessous énoncé :

- 1° recherche d'un système de remplacement de l'aile réelle;
- 2° recherche du potentiel complexe résultant pour l'aile réelle et pour les images;
- 3° recherche des vitesses induites par les images seules au point sensible de l'aile réelle;
- 4° expression des corrections dues à ces vitesses induites.

Plus rigoureusement, 3 et 4 devraient être remplacés par le calcul des Blasius, d'après la vitesse complexe résultante.

a) SYSTÈME DE REMPLACEMENT.

M. TOUSSAINT écrit le potentiel complexe pour l'aile à partir du potentiel complexe $F(1)$ autour du cercle générateur et de la fonction de transformation limitée aux deux premiers termes :

$$(01) \quad z = \zeta + \frac{C^2}{\zeta};$$

par dérivation puis intégration il obtient, en négligeant les termes en $1/z^2$:

$$(02) \quad \frac{df(z)}{dz} = V_0 e^{i\alpha} + \frac{V_0 a^2 e^{-i\alpha}}{z^2} - \frac{V_0 c^2 e^{i\alpha}}{z^2} - i \frac{\Gamma_\infty \mu}{2\pi z^2} - i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi z};$$

$$(03) \quad f(z) = -V_0 e^{i\alpha} z - \frac{V_0 a^2 e^{-i\alpha}}{z} + \frac{V_0 c^2 e^{i\alpha}}{z} + \frac{i \Gamma_\infty \mu}{2\pi z} - i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log } z.$$

a est le rayon du cercle générateur;

c^2 est la puissance d'inversion;

μ est la distance complète séparant le centre de transformation O du centre du cercle générateur M .

En posant ensuite $\mu = m + if/2$, M. TOUSSAINT décompose le potentiel en doublets imaginaires et réels pour écrire le potentiel perturbateur du profil :

$$(04) \quad f_i(z) = -\frac{k_1 + k_4}{z} + i \frac{k_2 + k_3}{z} - i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log } z - C^{te};$$

$$(05) \quad \left\{ \begin{array}{ll} k_1 = V_0 (a^2 - c^2 \cos 2\alpha), & k_2 = V_0 c^2 \sin 2\alpha, \\ k_4 = \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} (m \sin \alpha + f/2 \cdot \cos \alpha), & k_3 = \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} (m \cos \alpha - f/2 \cdot \sin \alpha); \end{array} \right.$$

en simplifiant ces expressions pour faire intervenir l'épaisseur relative E du profil, on obtient :

$$(06) \quad k_1 + k_4 = \frac{V_0 l^2}{8} \left(\eta E + \frac{2f}{l} \alpha \right);$$

$$k_2 + k_3 = \frac{V_0 l^2 \alpha}{8} (1 + \eta E) \neq \frac{\Gamma \cdot l}{8z};$$

η est un coefficient reliant la corde au rayon du cercle générateur par la formule :

$$a = \frac{l}{4} (1 + \eta E).$$

b) POTENTIEL COMPLEXE RÉSULTANT.

M. TOUSSAINT calcule alors le potentiel perturbateur de l'aile en présence des parois et les vitesses complexes résultantes pour aboutir aux deux formules :

$$(07) \quad f_{ih}(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \text{Log tgh} \frac{\pi z}{2h} - (k_1 + k_4) \frac{\pi}{h} \text{cotgh} \frac{\pi z}{h}$$

$$+ i(k_2 + k_3) \frac{\pi}{h} \text{coséch} \frac{\pi z}{h};$$

$$(08) \quad w_{ih}(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \text{coséch} \frac{\pi z}{h} + (k_1 + k_4) \left(\frac{\pi}{h} \right)^2 \text{coséch}^2 \frac{\pi z}{h}$$

$$- i(k_2 + k_3) \left(\frac{\pi}{h} \right)^2 \text{coséch} \frac{\pi z}{h} \text{cotgh} \frac{\pi z}{h}.$$

M. TOUSSAINT considère le potentiel initial perturbateur du profil comme une propriété intrinsèque de ce profil et que la présence des parois introduit une perturbation qui ne déforme nullement le profil, non plus que sa représentation initiale par l'association tourbillon-doublets. Remarquons, en outre, que le potentiel de remplacement (04) montre qu'il est composé :

1° d'un tourbillon de circulation Γ_∞ ;

2° d'un doublet source-puits qui est principalement fonction de l'épaisseur, le second terme ($2f/l \cdot \alpha$) étant le plus souvent négligeable devant le premier (ηE);

3° d'un doublet de tourbillons qui dépend de l'incidence du profil, donc de sa circulation.

On vérifie classiquement que la condition de tangence aux parois, c'est-à-dire $\Sigma v_n = 0$ à la distance $\pm h/2$ du profil, est satisfaite.

c) CALCUL DE LA CIRCULATION RÉSULTANTE POUR LE PROFIL INFLUENCÉ.

« Pour calculer la circulation due à l'interaction des ailes images, il conviendrait de revenir dans le plan du cercle générateur du profil et de calculer la vitesse verticale

induite par les ailes images au point B', tel que $z_{B'} = -l/4$. » En effet, le point transformé du bord de fuite est très sensiblement situé aux trois quarts de la corde du profil. Et, dans cette transformation inverse, les systèmes images se déplacent modérément et le calcul de $v_{B'}$ est fait en conservant les positions $\pm$ in h précédemment considérées.

On calcule alors la vitesse verticale induite en B par le potentiel des images, en soustrayant la vitesse verticale induite en ce même point par le potentiel perturbateur (04) de la vitesse induite par le potentiel perturbateur en présence des parois (07). En développant les fonctions hyperboliques, on aboutit à :

1° vitesse induite par les images du tourbillon Γ_ω :

$$(09) \quad -i v'_{1B'} = -\frac{i\pi\Gamma_\omega}{48h^2} \left[1 - \frac{7}{60} \left(\frac{\pi l}{4h} \right)^3 + \dots \right], \quad u'_{1B'} = 0;$$

2° vitesse induite par les images du doublet source-puits :

$$(10) \quad -i v'_{2B'} = 0; \quad u'_{2B'} = (k_1 + k_4) \frac{\pi^2}{h^2} \left[-\frac{1}{3} + \frac{1}{15} \left(\frac{\pi l}{4h} \right)^2 - \dots \right];$$

3° vitesse induite par les images du doublet de tourbillons :

$$(11) \quad -i v'_{3B'} = -1 (k_2 + k_4) \frac{\pi^2}{6h^2} \left[1 - \frac{21}{60} \left(\frac{\pi l}{4h} \right)^2 + \dots \right], \quad u'_{3B'} = 0,$$

d'où $|V|$ résulte la vitesse induite axiale :

$$(12) \quad u'_{B'} = (k_1 + k_4) \frac{\pi^2}{h^2} \left[-\frac{1}{3} + \frac{1}{15} \left(\frac{\pi l}{4h} \right)^2 - \dots \right]$$

et la vitesse induite verticale :

$$(13) \quad v'_{B'} = \frac{\Gamma_\omega \pi l}{48h^2} \left[1 - \frac{7}{60} \left(\frac{\pi l}{4h} \right)^3 \right] + (k_2 + k_3) \frac{\pi^2}{6h^2} \left[1 - \frac{7}{20} \left(\frac{\pi l}{4h} \right)^2 \right].$$

On ne conserve que les termes principaux (nous évaluerons plus loin l'importance des termes négligés en reprenant les valeurs exactes des fonctions développées). D'où :

$$(14) \quad u'_{B'} = (k_1 + k_4) \frac{\pi^2}{3h^2} = V_0 \frac{\pi^2 l^2}{24h^2} \left(\eta E + \frac{2f}{l} \alpha_\infty \right);$$

$$(15) \quad v'_{B'} = \frac{\Gamma_\omega \pi l}{48h^2} + \frac{\pi^2 \cdot V_0 l^2 \alpha_\infty}{48h^2} (1 + \eta E) \neq \Gamma_\omega \frac{\pi l}{24h^2}.$$

Nous allons maintenant exposer la manière de calculer la variation de circulation.

α) Méthode de M. Toussaint.

M. TOUSSAINT écrit :

$$\Gamma_h = \Gamma_\infty + \pi l (1 + \eta E) v'_{B'} = \Gamma_\alpha + \pi l (1 + \eta E) \frac{\Gamma_\infty \pi l}{24h^2},$$

$$(16) \quad \Gamma_h = \Gamma_\infty \left[1 + \frac{\pi^2}{24} (1 + \eta E) \frac{l^2}{h^2} \right].$$

β) *Méthode des incidences.*

Considérons le profil en écoulement illimité; sa circulation théorique est :

$$(17) \quad \Gamma_\infty = \pi l (1 + \eta E) i_\infty V_0,$$

avec i_∞ = à l'incidence prise par rapport à la portance nulle.

Considérons le profil entre les parois de la soufflerie, calé à la même incidence géométrique que dans l'écoulement illimité $i_h = i_\infty$. Les vitesses induites axiales et verticales introduisent une incidence aérodynamique i_a différente de i_h et une vitesse axiale V_a différente de V_0 . Par conséquent, on est en droit d'écrire :

$$(18) \quad \Gamma_h = \pi l (1 + \eta E) i_a V_a.$$

D'après le schéma ci-dessous on a :

$$i_\infty = \frac{v_1}{V_0}, \quad i_a = \frac{v_1 + \frac{v'_B}{u'_B}}{V_0 + u'_0},$$

$$V_a = V_0 + u'_0 \quad \text{et} \quad u'_{(0)} = u'_B.$$

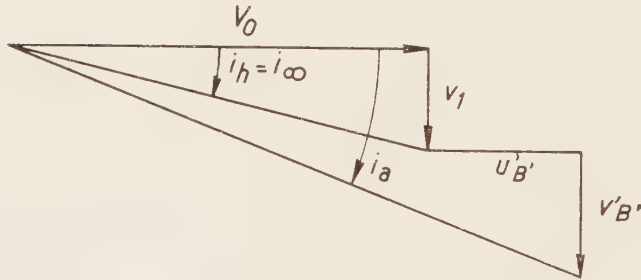


Fig 01

Par suite :

$$(19) \quad \begin{aligned} \Gamma_h &= \pi l (1 + \eta E) \frac{v_1 + \frac{v'_B}{u'_B}}{V_0 + u'_0} (V_0 + u'_0) \\ &= \pi l (1 + \eta E) (v_1 + v'_B) = \pi l (1 + \eta E) \frac{v_1}{V_0} + \pi l (1 + \eta E) v'_B \\ &= \Gamma_\infty + \pi l (1 + \eta E) \frac{\pi l \Gamma_\infty}{24 h^2}; \end{aligned}$$

$$(19) \quad \Gamma_h = \Gamma_\infty \left[1 + \frac{\pi^2}{24} (1 + \eta E) \frac{l^2}{h^2} \right].$$

Cette formule rejoint celle de M. Toussaint, toutefois, elle permet de mettre

en évidence l'incidence aérodynamique i_a de fonctionnement du profil. En effet :

$$i_a \neq \frac{v_1 + v'_B}{V_0} \left[1 - \frac{u'_B}{V_0} \right] = \left[i_\infty + \frac{v'_B}{V_0} \right] \left[1 - \frac{u'_B}{V_0} \right]$$

ou :

$$i_a = \frac{\Gamma_R}{\pi l (1 + \eta E)} \cdot \frac{1}{V_a}.$$

Cette seconde formule donne :

$$i_a = \frac{\Gamma_\infty \left[1 + \frac{\pi^2}{24} (1 + \eta E) \frac{l^2}{h^2} \right]}{\pi l (1 + \eta E)} \cdot \frac{1}{V_0 \left[1 + \frac{\pi^2}{24} \eta E \frac{l^2}{h^2} \right]},$$

$$i_a = i_\infty \frac{\left[1 + \frac{\pi^2}{24} (1 + \eta E) \frac{l^2}{h^2} \right]}{\left[1 - \frac{\pi^2}{24} \eta E \frac{l^2}{h^2} \right]} \neq i_\infty \left[1 + \frac{\pi^2}{24} \frac{l^2}{h^2} \right],$$

et finalement, l'on obtient :

$$(20) \quad i_a - i_\infty = \frac{(dC_{z_\infty}/di_\infty)}{C_{z_\infty}} \cdot \frac{\pi^2}{24} \frac{l^2}{h^2},$$

dans les notations de M. Toussaint on trouve :

$$(21) \quad i_a - i_\infty = \frac{C_{z_\infty}}{2\pi} (1 - \eta E) \frac{\pi^2}{24} \frac{l^2}{h^2}.$$

d) CALCUL DE BLASIUS POUR LA RÉSULTANTE SUR L'AILE ENTRE PAROIS.

M. TOUSSAINT, au lieu de prendre la formule de Pistolesi, pour plus de sûreté applique la première formule de Blasius au potentiel complexe approché entre les parois :

$$(22) \quad (Rx_h - i Ry_h) = i \rho / 2 \int \left(\frac{df(z)}{dz} \right)^2 dz,$$

et il vient finalement :

$$Rx_h = 0, \quad Ry_h = \rho V_0 \Gamma \left(1 + \frac{\pi^2}{16} \eta E \frac{l^2}{h^2} + 2 \int \frac{\pi^2}{16} \alpha \frac{l^2}{h^2} \right).$$

M. TOUSSAINT affirme alors que la circulation à prendre en considération est la circulation qui existe à l'incidence α_h entre les parois, et non pas la circulation que le profil aurait en écoulement infini; ce qui permet d'écrire :

$$(23) \quad Ry_h = \rho V_0 \Gamma_h \left(1 + \frac{\pi^2}{16} \eta E \frac{l^2}{h^2} + 2 \int \frac{\pi^2}{16} \alpha \frac{l^2}{h^2} \right),$$

et en remplaçant Γ_h par sa valeur :

$$Ry_h = Ry_\infty \left[1 + \frac{\pi^2}{24} (1 + \eta E) \frac{l^2}{h^2} \right] \left[1 + \frac{\pi^2}{16} \left(\eta E + 2 \frac{f}{l} \alpha \right) \frac{l^2}{h^2} \right],$$

puis en se limitant aux termes de puissance 2 :

$$(24) \quad \begin{aligned} Ry_h &= Ry_\infty \left[1 + \frac{\pi^2}{24} \left(1 + 2,5 \eta E + 3 \frac{f}{l} \alpha \right) \frac{l^2}{h^2} \right]; \\ Cz_{0h} &= Cz_\infty \left[1 + \frac{\pi^2}{24} \left(1 + 2,5 \eta E + 3 \frac{f}{l} \alpha \right) \frac{l^2}{h^2} \right], \end{aligned}$$

qui est la formule finale de M. Toussaint à incidence géométrique constante.

e) CALCUL DES MOMENTS.

M. TOUSSAINT calcule de la même manière le Blasius des moments en s'appuyant sur le potentiel approché entre les parois :

$$(25) \quad M_0 = -\frac{\rho}{2} \text{ partie réelle } \int_k \left(\frac{df}{dz} \right)^2 z dz.$$

Dans les notations de M. Toussaint on trouve finalement :

$$(26) \quad M_0 = 2\rho\pi V_0 (k_2 + k_3) \left[1 + \frac{\pi^2}{6h^2} \left(\frac{k_1}{V_0} + k_4 \right) \right].$$

Lorsque toutes les transformations sont faites, et si l'on estime que le centre de transformation O est très sensiblement situé au milieu du profil, on obtient :

$$(27) \quad Cm (l/2)_{0h} = Cm (l/2)_\infty \left[1 + \frac{\pi^2}{48} \eta E \frac{l^2}{h^2} \right].$$

f) CORRECTION DE TRAÎNÉE POUR UN PROFIL BICONVEXE SYMÉTRIQUE.

Nous dirons plus simplement, et à la suite de M. TOUSSAINT, que l'augmentation de traînée est due, dans ce cas, à l'augmentation de vitesse axiale au droit du profil. Cette augmentation de vitesse axiale est contenue dans le terme u_1 :

$$u_1 = (k_1 + k_4) \frac{\pi^2}{h^2} \left[\text{coséch}^2 \frac{\pi z}{h} - \frac{h}{\pi z} \right].$$

En faisant $z = 0$, on a :

$$u_1 = -V_0 \frac{\pi^2}{24} \frac{l^2}{h^2} \left[\eta E + 2 \frac{f}{l} \alpha \right];$$

cette vitesse axiale s'ajoute à $-V_0$ et par conséquent :

$$(28) \quad \frac{V_a}{V_0} = \frac{V_0 + u_1}{V_0} = 1 + \frac{\pi^2}{24} \eta E \frac{l^2}{h^2};$$

il en résulte que :

$$(29) \quad \frac{Cx_{0h}}{Cx_x} = 1 + \frac{\pi^2}{12} \eta E \frac{l^2}{h^2}.$$

g) INTERPRÉTATION DE LA THÉORIE DE M. TOUSSAINT. NOTION DE POINTS DE FONCTIONNEMENT ÉQUIVALENT.

Nous venons de voir que les corrections de M. TOUSSAINT s'appliquent en conservant la même incidence géométrique du profil en écoulement illimité et en écoulement limité.

Toutefois, les formules (21) et (28), jointes à la formule (23), permettent de suggérer que le profil en écoulement limité, de vitesse à l'infini amont V_0 , calé à l'incidence géométrique $i_h = i_\infty$, fonctionne comme le même profil placé dans un écoulement illimité, *non uniforme*, de vitesse au centre du profil V_a et calé à l'incidence aérodynamique i_a . La différence entre cet écoulement non uniforme et l'écoulement uniforme de vitesse V_a et d'incidence i_a se traduit par une correction sur la portance, exprimée ci-dessous :

$$(30) \quad \begin{aligned} Ry_{h \cdot hu} &= \rho V_0 \Gamma_h \left[1 + \frac{\pi^2}{16} \left(\eta E + 2 \frac{f}{l} \alpha \right) \frac{l^2}{h^2} \right], \\ Ry_{h \cdot u} &= \rho V_a \Gamma_h, \\ \frac{Ry_{h \cdot nu}}{Ry_{h \cdot u}} &= \frac{\rho V_0 \Gamma_h \left[1 + \frac{\pi^2}{16} \left(\eta E + 2 \frac{f}{l} \alpha \right) \frac{l^2}{h^2} \right]}{\rho V_a \Gamma_h} \\ &= \frac{\left[1 + \frac{\pi^2}{16} \left(\eta E + 2 \frac{f}{l} \alpha \right) \frac{l^2}{h^2} \right]}{\left[1 + \frac{\pi^2}{24} \eta E \frac{l^2}{h^2} \right]}, \\ \frac{Ry_{h \cdot nu}}{Ry_{h \cdot u}} &= 1 + \frac{\pi^2}{48} \left(\eta E + 6 \frac{f}{l} \alpha \right) \frac{l^2}{h^2}. \end{aligned}$$

Il est raisonnable de penser que la correction sur les moments suit le même chemin. On conçoit alors la notion de points de fonctionnement équivalent en écoulement illimité et en écoulement limité : ce sont deux configurations de la même aile :

— la première configuration est :

$$i_a \quad V_a;$$

— la deuxième configuration est :

$$i_h \quad V_0.$$

Les relations liant ces deux configurations sont :

$$(31) \quad i_a - i_h = \left(d \frac{Cz_\infty}{Ci_\infty} \right) \cdot \frac{\pi^2}{24} \cdot \frac{l^2}{h^2},$$

$$\frac{V_a}{V_0} = 1 + \frac{\pi^2}{24} \eta E \frac{l^2}{h^2},$$

et les relations liant les coefficients caractéristiques sont :

$$(32) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{Cz_{0h}}{Cz_\infty} = 1 + \frac{\pi^2}{48} \left(5\eta E + \frac{f}{l} \alpha \right) \frac{l^2}{h^2}, \\ \frac{Cm_{0h}(l/2)}{Cm_\infty(l/2)} = 1 + \frac{\pi^2}{48} \eta E \frac{l^2}{h^2}, \\ \frac{Cx_{0h}}{Cx_\infty} = 1 + \frac{\pi^2}{12} \eta E \frac{l^2}{h^2}. \end{array} \right.$$

h) LIMITE DE LA VALIDITÉ DE LA THÉORIE, ENTRAÎNÉE PAR LES APPROXIMATIONS DE CALCUL.

Nous nous placerons dans deux cas :

$$1^\circ \quad l^2/h^2 = 0,5;$$

$$2^\circ \quad l^2/h^2 = 1.$$

Nous examinerons les différences entre les formules finales de M. Toussaint et les formules sans approximation pour l'application pratique à un profil symétrique de 15 %, d'épaisseur maximum relative et redevable d'un η de 0,7.

$$1^\circ \quad l^2/h^2 = 0,5.$$

a) Valeurs numériques données par les formules finales :

$$\frac{u'_0}{V_0} = \frac{u'_B}{V_0} = \frac{\pi^2}{24} \eta E \frac{l^2}{h^2} = 0,0215, \quad \frac{v'_B}{V_0} = 0,411 \frac{\Gamma_\infty}{\pi l V_0} \frac{l^2}{h^2} = 0,205 \frac{\Gamma_\infty}{\pi l V_0},$$

$$\frac{\Gamma_h}{\Gamma_\infty} = 1 + \frac{\pi^2}{24} (1 + \eta E) \frac{l^2}{h^2} = 1,227,$$

$$\frac{Ry_h}{Ry_\infty} = \left[1 + \frac{\pi^2}{16} \eta E \frac{l^2}{h^2} \right] \frac{\Gamma_h}{\Gamma_\infty} = 1,259.$$

b) Valeurs numériques données par les formules exactes :

$$\frac{u'_0}{V_0} = 0,0215, \quad \frac{u'_B}{V_0} = \frac{\pi^2}{8} \eta E \frac{l^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi l}{4h} - \frac{16 h^2}{\pi^2 l^2} \right] = 0,0195,$$

$$\begin{aligned} \frac{v'_B}{V_0} &= - \frac{\Gamma_\infty}{\pi l V_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi l}{h} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi l}{4h} - \frac{4h}{\pi l} \right] + \frac{\Gamma_\infty}{\pi l V_0} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} \left[\operatorname{cotgh} \frac{\pi l}{4h} \cdot \operatorname{coséch} \frac{\pi l}{4h} - \frac{16 h^2}{\pi^2 l^2} \right] \\ &= \frac{\Gamma_\infty}{\pi l V_0} 0,191, \end{aligned}$$

$$\frac{\Gamma_h}{\Gamma_\infty} = 1 + \frac{\pi l (1 + \eta E) V_0}{\pi l V_0} \frac{v'_B}{V_0} = 1,200 \quad \frac{Ry_h}{Ry_\infty} = 1,240.$$

$$2^{\circ} \quad l^2/h^2 = 1.$$

a) Valeurs numériques données par les formules finales :

$$\frac{u'_{B'}}{V_0} = \frac{u'_0}{V_0} = 0,043, \quad \frac{v'_{B'}}{V_0} = 0,411 \frac{\Gamma_x}{\pi l V_0},$$

$$\frac{\Gamma_h}{\Gamma_\infty} = 1,455, \quad \frac{Ry_h}{Ry_\infty} = 1,518.$$

b) Valeurs numériques données par les formules exactes :

$$\frac{u'_0}{V_0} = 0,043, \quad \frac{u'_{B'}}{V_0} = 0,038, \quad \frac{v'_{B'}}{V_0} = 0,355 \frac{\Gamma_x}{\pi l V_0},$$

$$\frac{\Gamma_h}{\Gamma_\infty} = 1,392, \quad \frac{Ry_h}{Ry_\infty} = 1,480.$$

De la comparaison des valeurs numériques, on voit que la limite de validité des formules est $l/h = 0,7$, puisque l'erreur sur le résultat est alors de 1,5 %.

5. — Théorie du N.A.C.A. Report n° 782 (réf. [11]).

S'appuyant sur des démonstrations antérieures (réf. [12]), les auteurs considèrent que la courbure d'une aile et son épaisseur peuvent être prises séparément du point de vue de l'écoulement autour de cette aile. Les vitesses induites par la nappe de tourbillons employée pour représenter la courbure et les vitesses induites par un système de sources et puits ou doublets employé pour représenter l'épaisseur sont simplement additives, dans leur effet, sur l'écoulement autour de l'aile.

Pour traiter le problème de l'interaction de paroi, ils considèrent de même, séparément, la courbure et l'épaisseur. Les variations de l'écoulement liées à l'épaisseur de l'aile sont mises en évidence en considérant l'interaction entre les parois de la veine et le profil de base de l'aile. Le profil de base est défini comme le profil que l'aile aurait si la courbure était enlevée et le profil symétrique, qui en résulte, placé à la portance nulle.

Les interactions liées à la cambrure sont mises en évidence en analysant l'interaction entre les parois de la soufflerie et une aile infiniment mince ayant la même cambrure que l'aile actuelle.

Dans l'addition de ces deux interactions, il est nécessaire de considérer une autre altération du champ de l'écoulement par la limitation de veine sur la traînée de l'aile.

Quand les effets respectifs dus à l'interaction entre les parois et la cambrure, l'épaisseur de l'aile et son sillage, sont connus, la modification totale de l'écoulement autour de l'aile résulte de leur superposition, et les caractéristiques de l'aile dans l'écoulement limité sont comparées avec les caractéristiques en écoulement illimité.

Les auteurs étendent la méthode de superposition au fluide compressible en supposant que l'aile a une faible épaisseur, une faible courbure, et que les vitesses induites

sont petites, comparées à la vitesse de l'écoulement non perturbé, ce qui leur permet de linéariser les équations différentielles.

a) INFLUENCE DES PAROIS SUR L'ÉCOULEMENT AUTOUR D'UNE AILE.

α) Effet de l'épaisseur.

S'appuyant sur la méthode des images, le profil de base, qui sert à définir l'interaction due à l'épaisseur, est remplacé par un doublet source-puits d'intensité convenable. Les vitesses induites donnent une augmentation de vitesse axiale :

$$(01) \quad u_I = \Lambda \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2} V_0,$$

où :

V_0 est la vitesse dite « apparente » de l'écoulement, donnée par une mesure loin en amont de la maquette;

Λ est un facteur dépendant de la forme du profil de base et proportionnel à l'intensité du doublet de remplacement.

Λ peut être donné, pour un profil de base quelconque, par la relation :

$$(02) \quad \Lambda = \frac{16}{\pi} \int_0^1 \frac{y}{l} \sqrt{[1 - Kp] \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]} d\left(\frac{x}{l}\right),$$

qui n'est autre que la formule de Glauert :

$$(03) \quad \Lambda = \frac{16}{2\pi l^2} \int_0^l 2y (V/V_0) ds.$$

β) Effet de sillage.

D'après le Report n° 782, dans la veine, les exigences de la continuité entre deux sections transversales, l'une à l'amont de l'aile, l'autre à l'aval, coupant le sillage, imposent que la masse par unité de surface à l'extérieur du sillage soit plus grande qu'à l'amont de l'aile. Dans le but de satisfaire cette exigence, la vitesse dans la veine, à l'extérieur du sillage, doit être plus grande que dans le fluide non perturbé. L'interaction entre le sillage et la veine donne naissance, au droit de la maquette, à un accroissement et à un gradient de vitesse qui n'existent pas en fluide illimité. De plus, le gradient de vitesse introduit un gradient de pression qui n'existe pas non plus en fluide illimité. Il reprend ainsi le calcul fait par THOM, mais avec une présentation sensiblement différente.

Pour déterminer la grandeur de ces effets, on emploie le procédé rappelé ci-dessous. On considère deux sections dans la veine, une loin à l'amont de l'aile, et une suffisamment à l'aval pour que le sillage ait atteint les parois et que la vitesse soit à nouveau uniforme dans toute la veine. La différence de pression statique entre ces deux sections est évaluée comme une fonction de la traînée mesurée de l'aile. Le gradient de pression

sur l'aile peut être relié à cette différence de pression, et aussi à la traînée de l'aile, par une analyse convenable.

L'aile et son sillage sont remplacés par une source placée à l'endroit du profil. Il est spécifié que les conditions loin à l'amont dans l'écoulement hypothétique doivent être les mêmes que celles existant dans le fluide réel. Avec cette remarque, la grandeur de la vitesse et la pression statique loin à l'aval peuvent être regardées comme des fonctions des conditions amont et de l'intensité de la source.

L'intensité de la source est alors reliée à la traînée de l'aile en imposant que la différence de pression statique existant entre les deux sections dans la veine, par suite de l'écoulement dû à la source, soit la même que celle qui existe, en réalité, quand l'aile et son sillage sont en place.

On emploie alors la méthode des images pour calculer les vitesses induites. Ces images induisent, à l'infini amont, une petite vitesse négative finie, de sorte que pour rétablir les conditions amont on superpose un écoulement uniforme annulant cette vitesse parasite.

Il apparaît que cette méthode d'analyse ne satisfait pas la condition réelle en ce qui concerne la vitesse à l'infini aval, *non plus que la continuité du débit*.

Le calcul est entièrement mené en fluide compressible. Nous avons extrait le résultat final en faisant $M = 0$ dans les formules :

$$(04) \quad \frac{dp}{dx} = - \frac{\pi l}{6 h^2} \cdot \rho/2 \cdot V_0^2;$$

$$(05) \quad u_2 = V_0 \left[1 + \frac{l}{4h} Cx_{0h} \right].$$

On en sort, finalement, la correction de vitesse axiale, somme des deux corrections antérieures :

$$(06) \quad \frac{V_a}{V_0} = 1 + \frac{\pi^2}{48} \Lambda \frac{l^2}{h^2} + \frac{l}{4h} Cx_{0h}.$$

γ) Effet de courbure.

Le problème du profil mince avec courbure, placé en écoulement limité, peut être résolu par la méthode des images, en introduisant une ligne infinie de profils images identiques mais alternativement retournés, de façon que la condition de tangence de l'écoulement le long des parois soit automatiquement satisfaite. Comme dans l'analyse de l'aile en courant illimité, la ligne moyenne de l'aile est remplacée par une surface continue de tourbillons; de même, pour les images où la distribution tourbillonnaire sera identique à celle de l'aile. L'écoulement induit en chaque point de la ligne moyenne de l'aile par l'ensemble des systèmes tourbillonnaires est obtenu par intégration.

De même que pour l'aile en écoulement illimité, la distribution tourbillonnaire doit être déterminée de telle façon que la résultante des vitesses induites totales et de la vitesse de translation soit tangente à la ligne moyenne de l'aile.

Les hypothèses facilitant le calcul sont que le squelette peut être assimilé à la corde du profil, que l'angle d'incidence est faible de telle façon que la corde du profil

peut être confondue avec l'axe de la soufflerie, que la corde est suffisamment petite par rapport à la hauteur de la veine pour négliger le carré de toute longueur inférieure ou égale à la corde par rapport au carré de la hauteur de veine.

Nous allons maintenant entrer dans le détail du calcul pour établir la relation entre les caractéristiques de l'aile en fluide illimité et en fluide limité, et mettre en lumière les hypothèses complémentaires.

b) RELATIONS ENTRE LES CARACTÉRISTIQUES DE L'AILE EN COURANT ILLIMITÉ ET EN COURANT LIMITÉ.

Le Report n° 782, se basant sur la théorie des profils minces, établit que les vitesses totales induites ont pour expression :

1° dans le cas du fluide illimité :

$$(07) \quad v = \frac{1}{2\pi} \int_0^l \frac{d\Gamma_\infty/dx}{x - x_0} dx;$$

2° dans le cas fluide limité :

$$(08) \quad v' = \frac{1}{2\pi} \int_0^l \left[\frac{1}{x - x_0} - \frac{\pi^2}{6h^2} (x - x_0) \right] d\Gamma_h dx \cdot dx.$$

où x_0 est l'abscisse du point considéré sur le profil où la vitesse induite est v' , et x l'abscisse d'un point courant du profil et des images.

La condition de tangence à la ligne moyenne impose :

1° dans le cas du fluide illimité :

$$(09) \quad \frac{v}{V_0} = \frac{dy}{dx} - \alpha_\infty;$$

2° dans le cas du fluide limité :

$$(10) \quad \frac{v'}{V_a} = \frac{dy}{dx} - \alpha_a.$$

Aucune hypothèse n'est faite sur la distribution tourbillonnaire de l'aile en écoulement limité, non plus que sur l'angle d'attaque. Les angles α_a et α_∞ sont les calages géométriques de l'aile en vol et en soufflerie.

Les distributions tourbillonnaires sont développées en séries de Fourier et les coefficients de portance, de moment, d'angle d'attaque et de portance locale s'en déduisent par une extension de la méthode de Glauert.

Ces équations générales sont ensuite particularisées pour satisfaire la condition que l'aile ait la même valeur des termes correspondants des séries de Fourier, cette condition étant rendue nécessaire pour assurer que les caractéristiques essentielles de la distribution de pression soient sensiblement les mêmes dans les deux cas.

Conformément à la méthode de Glauert, il est posé :

$$(11) \quad x = \frac{1}{2} l (1 - \cos \theta);$$

$$(12) \quad \frac{d\Gamma_{\infty}}{dx} = 2V_o \left[A_0 \cotg \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cdot \sin n\theta \right]$$

$$(13) \quad \frac{d\Gamma_h}{dx} = 2V_a \left[A'_0 \cotg \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A'_n \cdot \sin n\theta \right].$$

La condition de tangence impose :

1° pour l'écoulement illimité :

$$(14) \quad \frac{dy}{dx} = \alpha_{\infty} - A_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cdot \cos n\theta;$$

2° pour l'écoulement limité :

$$(15) \quad \frac{dy}{dx} = \alpha_a - \left[A'_0 - \frac{\pi^2}{48} \left(A'_0 + \frac{1}{2} A'_2 \right) \frac{l^2}{h^2} \right] + \left[A'_1 - \frac{\pi^2}{48} (2A'_0 + A'_1) \frac{l^2}{h^2} \right] \cos \theta \\ + \sum_{n=1}^{n=\infty} A'_n \cos n\theta.$$

La portance locale est, dans les deux cas :

$$(16) \quad P = \frac{1}{q} \frac{d\Gamma}{dx} = \frac{2}{V} \frac{d\Gamma}{dx};$$

$$(17) \quad P_{\infty} = 4 \left[A_0 \cotg \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cdot \sin n\theta \right];$$

$$(18) \quad P_h = 4 \left[A'_0 \cotg \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A'_n \cdot \sin n\theta \right].$$

Étant donné que c'est la même aile qui est considérée, les équations régies par la condition de tangence imposent que :

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{\infty} - A_0 = \alpha_a - A'_0 + \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2} \left(A'_0 + \frac{1}{2} A'_2 \right), \\ A_1 = A'_1 - \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2} (2A'_0 + A'_1), \\ A_2 = A'_2, \\ A_n = A'_n. \end{array} \right.$$

« Dans le but d'utiliser ces expressions pour relier les caractéristiques de l'aile en fluide illimité et en soufflerie, il est nécessaire de choisir une quantité ou condition qui sera maintenue identique à elle-même dans les deux cas et de relier, en accord avec ce choix, les quantités qui restent. Si c'était possible, l'idéal serait de déterminer la relation entre les angles d'attaque en écoulement illimité et en soufflerie pour que les coefficients aérodynamiques restent inchangés. Il faudrait conserver les forces de pression et de frottement identiques dans les deux cas; il faudrait donc écrire l'égalité des coefficients A_n d'ordre égal ou supérieur à 1. » Cette condition ne peut être satisfaite. Selon les auteurs, il faut donc particulariser les relations ci-dessus dans un sens tel que le caractère essentiel de la distribution de pression demeure inchangé. « Il est visible que la composante de portance représentée par le premier terme en cotangente est différente en forme de celle représentée par les séries de termes en sinus. »

« La composante en cotangente a une valeur infinie au bord d'attaque et un gradient de portance relativement important sur la majeure partie de la corde de l'aile. La composante en termes sinus est finie en tous points et, pour les ailes rencontrées ordinairement, a un gradient le long de la corde relativement faible, excepté, peut-être, dans le voisinage immédiat des bords d'attaque et de fuite.

« La composante en cotangente avec sa pointe infinie appartient, naturellement, à l'aile mince à rayon de bord d'attaque nul. Pour toutes les ailes réelles, la portance au bord d'attaque ne peut jamais être infinie; cependant, même dans ce cas, la distribution de portance est caractérisée par une composante dont la forme présente une pointe au voisinage du bord d'attaque. La grandeur de cette composante est un facteur primordial pour déterminer le caractère d'une distribution de pression, et même, un changement relativement petit dans la grandeur de cette composante, peut causer un changement considérable pour la pression minimum et les gradients de pression le long de la corde atteints à la surface de l'aile. En allant plus loin, les caractéristiques aérodynamiques qui dépendent de ces quantités, particulièrement la traînée de profil, la portance maximum et la vitesse critique de compressibilité sont altérées en conséquence. Il s'ensuit que pour corriger correctement les résultats sur une aile, obtenus en soufflerie, les quantités corrigées doivent correspondre à la grandeur de la composante en pointe de la portance telle qu'elle existe sur l'aile en soufflerie. »

Cette condition, que la composante en pointe de portance sur l'aile réelle soit la même en soufflerie et en fluide illimité, conduit à l'égalité des coefficients des termes en cotangente ($A'_0 = A_0$). Il en résulte que :

$$(20) \quad C_{z_\infty} = C_{z_{0h}} \left[1 - \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2} \right] \frac{q_0}{q_a};$$

$$(21) \quad \alpha_a^0 = \alpha_h^0 + \frac{57,3}{2\pi} \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2} \left[C_{z_{0h}} + 4 C_{m_{0h}} (l/4) \right] \frac{q_0}{q_a};$$

$$(22) \quad C_{m_\infty} (l/4) = \frac{q_0}{q_a} \left[C_{m_{0h}} (l/4) + \frac{1}{4} C_{z_{0h}} \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^3} \frac{q_0}{q_a} \right].$$

Le Report n° 782 écrit en simplifiant :

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{l} Cz_{\infty} = Cz_{0h} \left[1 - \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} (1 + 2\Lambda) - 2 \frac{l}{4h} Cx_{0h} \right], \\ \alpha_a^0 = \alpha_h^0 + \frac{57,3}{2\pi} \frac{\pi^2 h^2}{48 l^2} \left[Cz_{0h} + 4 Cm_{0h}(l/4) \right], \\ Cm_{\infty}(l/4) = Cm_{0h}(l/4) \left[1 - 2\Lambda \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} - 2 \frac{l}{4h} Cx_{0h} \right] + \frac{\pi^2 l^2}{192 h^2} Cz_{0h}. \end{array} \right.$$

L'introduction de la correction de gradient longitudinal de pression dû à la présence du sillage de l'aile donne finalement comme correction en Cx , pour les mesures à la balance :

$$(24) \quad Cx_{\infty} = Cx_{0h} \left[1 - 3\Lambda \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} - 2 \frac{l}{4h} Cx_{0h} \right].$$

c) CORRECTION DE PRESSION LOCALE.

L'hypothèse de la conservation de la grandeur de la composante en pointe de portance conduit à faire apparaître, le long de la corde, une correction sur le coefficient de portance locale :

$$(25) \quad \begin{aligned} P_h - P_{\infty} &= 4 \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} (2A'_0 + A'_1) \sin \theta = \frac{4 \pi^2 l^2}{\pi 48 h^2} \sin \theta \cdot Cz_{0h} \frac{q_0}{q_a}; \\ P_h - P_{\infty} &= 4 \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} P_e \cdot \frac{q_0}{q_a} Cz_{0h}, \end{aligned}$$

avec :

$$P_e = \frac{4}{\pi} \sin \theta = \frac{4}{\pi} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2}.$$

En outre, il faut rapporter les pressions locales mesurées non pas à la pression dynamique q_0 prise en soufflerie à l'amont de la maquette, mais à la pression dynamique q_a . Il faut faire apparaître la grandeur P_h dans les résultats expérimentaux pour appliquer la correction.

Selon le Report n° 782 les pressions sur l'extrados et sur l'intrados, en un point le long de la corde du profil, sont données par :

$$(26) \quad \left\{ \begin{array}{l} Kp_{\text{EX}} = \frac{p_{\text{EX}} - p_0}{q_0} = 1 - \frac{[(1 - Kp_s) + 1/4 \cdot P]^2}{1 - Kp_s}, \\ Kp_{\text{IN}} = \frac{p_{\text{IN}} - p_0}{q_0} = 1 - \frac{[(1 - Kp_s) - 1/4 \cdot P]^2}{1 - Kp_s}, \end{array} \right.$$

où Kp_s est le coefficient de pression sur le profil symétrique de base au point considéré. On peut l'exprimer d'une façon plus simple en écrivant :

$$(27) \quad \begin{aligned} \frac{V_{\text{EX}}^2}{V_o^2} &= \frac{q_{\text{EX}}}{q_0} = \frac{q_s}{q_0} \left[1 + \frac{P}{4q_s/q_0} \right]^2 \\ \frac{q_{\text{IN}}}{q_0} &= \frac{q_s}{q_0} \left[1 - \frac{P}{4q_s/q_0} \right]^2. \end{aligned}$$

On voit que la distribution de pression sur le profil de base est :

$$(28) \quad \frac{q_s}{q_0} = \left[\frac{\sqrt{q_{\text{EX}}/q_0} + \sqrt{q_{\text{IN}}/q_0}}{2} \right]^2.$$

Il suffit donc, à partir de ce moment, de ramener le coefficient de pression à la pression dynamique vraie et de corriger les « coefficients de portance » de la quantité (25) définie plus haut.

Mécaniquement, le procédé de calcul s'inscrit de la façon suivante :

1° *correction de pression dynamique :*

$$(29) \quad \begin{cases} \frac{q_{\text{EX}}}{q_a} = \frac{q_{\text{EX}}}{q_0} \left[1 - 2\Lambda \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} - 2 \frac{l}{4h} C_{x_{0h}} \right], \\ \frac{q_{\text{IN}}}{q_a} = \frac{q_{\text{IN}}}{q_0} \left[1 - 2\Lambda \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} - 2 \frac{l}{4h} C_{x_{0h}} \right]; \end{cases}$$

2° *correction de portance locale :*

— la distribution de portance dans la veine, le long de la corde, est :

$$P_h = \frac{q_{\text{EX}}}{q_a} - \frac{q_{\text{IN}}}{q_a};$$

— la distribution de portance en courant illimité est :

$$P_\infty = P_h - \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} P_e C_{x_{0h}} \frac{q_a}{q_0};$$

3° *reconstitution de la distribution de pression sur le profil en courant illimité :*

a) pression locale sur le profil de base :

$$\frac{q_s}{q_a} = \left[\sqrt{\frac{q_{\text{EX}}}{q_a}} + \sqrt{\frac{q_{\text{IN}}}{q_a}} \right]^2;$$

b) pression locale sur le profil :

$$\begin{aligned} \frac{q_{\text{EX}}}{q_a} &= \frac{q_s}{q_a} \left[1 + \frac{P_\infty}{4q_s} \right]^2, \\ \frac{q_{\text{IN}}}{q_a} &= \frac{q_s}{q_a} \left[1 + \frac{P_\infty}{4q_s} \right]^2, \end{aligned}$$

La répartition de pression ainsi corrigée concorde avec l'incidence corrigée et la portance corrigée suivant les formules antérieures.

d) LIMITE DE VALIDITÉ DES FORMULES.

On peut définir la limite de validité de la théorie en supposant qu'une erreur de 1 % sur le résultat final est admissible par suite des approximations de calcul.

Remarquons, d'abord, que les vitesses induites par les deux images voisines du profil original $6/\pi^2 = 0,6$ fois les vitesses induites par l'ensemble des images. L'approximation de calcul qui fait négliger le carré de la corde devant le carré de la distance de l'image au profil original entache principalement les vitesses induites par les images les plus proches.

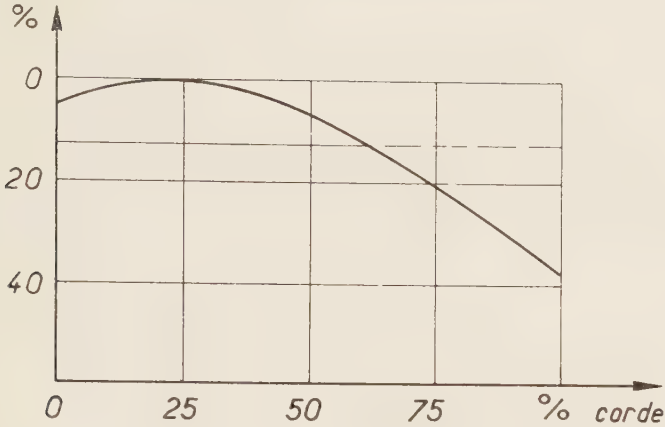


Fig. 1. — Erreur relative locale.

Remarquons, ensuite, que l'erreur commise n'est pas constante le long de la corde mais s'annule sur la ligne d'images locale passant par le point considéré. Dans le cas où $l = h$ pour le point foyer, l'allure de l'erreur est donnée par la figure 1.

D'après cette figure, on peut admettre que l'erreur moyenne faite est le huitième de l'erreur négligeant l devant h . Comme elle n'atteint pratiquement que la première

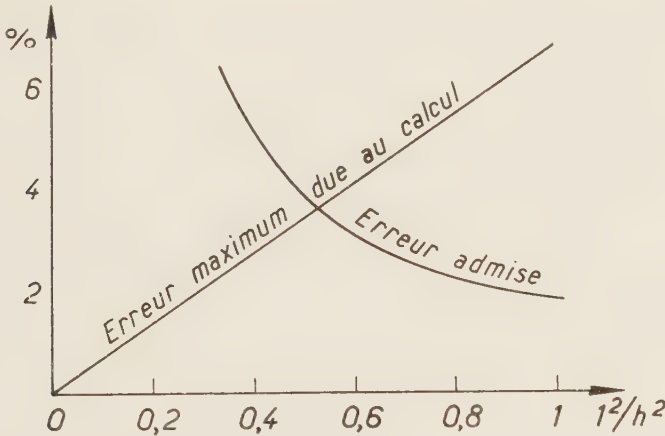


Fig. 2. — Erreur relative sur la correction.

paire d'images, l'erreur totale est donc $0,6/8 \approx 7\%$ de l'erreur faite en négligeant l devant h .

On peut graphiquement supputer la limite de validité de la théorie qui ressort à $l^2/h^2 = 0,5$ (voir fig. 2). Nous n'avons pas tenu compte de l'approximation finale faite dans les formules.

6. — **Théorie de GOLDSTEIN** (réf. [13]).

a) ÉCOULEMENT NON UNIFORME.

GOLDSTEIN commence par étudier les caractéristiques d'un profil placé dans un champ de vitesse non uniforme, qu'il représente dans le plan du profil par l'équation du potentiel suivant :

$$(01) \quad F(z) = \Phi_0 + i\Psi_0 = -V_0 \left(z + \frac{1}{2} \delta_2 z^2 + \frac{1}{3} \delta_3 z^3 + \frac{1}{4} \delta_4 z^4 \right),$$

où $\delta_r = \lambda_r + i\mu_r$ mais petit devant V_0 qui est la vitesse au centre du profil.

La transformation du profil en cercle est, après rotation d'un angle α permettant de rester dans des axes liés à la vitesse V_0 .

$$(03) \quad Z_1 = z + G_0 + \frac{G_1}{z} + \dots + \frac{G_n}{Z^n}$$

avec, sur le cercle :

$$(04) \quad Z_1 = Re^{i\theta} = Re^{i\theta_1} \quad \text{et} \quad \theta_1 = \theta + \alpha.$$

α) *Potentiel de l'écoulement.*

GOLDSTEIN étudie l'écoulement autour du cercle, dans le plan du cercle, avec pour circulation autour du profil Γ . Ceci lui donne le potentiel de l'écoulement autour du cercle de rayon R , puis le potentiel de l'écoulement non uniforme autour du profil, dans le plan du profil. Il vérifie au passage la validité des formules pour l'écoulement uniforme :

1° potentiel de l'écoulement uniforme :

$$(06) \quad f(z) = -V_0 \left[z + i \frac{\Gamma}{2\pi V_0} \text{Log } z \right] + \frac{a_1 + ib_1}{z} + \frac{a_2 + ib_2}{z^2};$$

2° vitesse complexe de l'écoulement non uniforme :

$$(07) \quad u - i\nu = -V_0 \left[1 + \delta_2 z + \delta_3 z^2 + \delta_4 z^3 + i \frac{\Gamma}{2\pi V_0 z} \right] - \frac{1}{z^2} \left[\dots \right] - \frac{1}{z^3} \left[\dots \right] \dots$$

β) *Formule pour les efforts.*

GOLDSTEIN applique les formules de Blasius pour les efforts et les moments :

$$(08) \quad -\frac{X - iY}{\pi\rho} = \left[\text{coefficient de } \frac{1}{z} \text{ dans } (u - i\nu)^2 \right];$$

$$(09) \quad \frac{M}{\pi\rho} = \Im \left[\text{coefficient de } \frac{1}{z} \text{ dans } z(u - i\nu)^2 \right];$$

finalement, il aboutit à :

$$(10) \quad \frac{X}{2\pi\rho V_0^2} = C - \frac{\Gamma}{2\pi V_0} D;$$

$$(11) \quad \frac{Y}{2\pi\rho V_0^2} = \frac{\Gamma}{2\pi V_0} (1 - E) - F;$$

$$(12) \quad -\frac{M}{2\pi\rho V_0^2} = e_1 + \frac{\Gamma}{2\pi V_0} f_1 + L + \frac{\Gamma}{2\pi V_0} N,$$

avec :

$$(13) \quad \begin{cases} C = \lambda_2 d_1 - \mu_2 e_1 + \dots, \\ D = \lambda_2 g_1 + \mu_2 f_1 + \dots, \\ E = \lambda_2 f_1 + \mu_2 g_1 + \dots, \\ F = \lambda_2 e_1 + \mu_2 d_1 + \dots, \\ L = \lambda_2 (3e_2 + 2R^2 g_1) + \mu_2 (3d_2 + 2R^2 f_1) + \dots, \\ N = 2\lambda_2 f_2 - 2\mu_2 g_2 + \dots, \end{cases}$$

et :

$$(14) \quad \begin{cases} d_1 + ie_1 = G_1 + R^2, \\ f_1 + ig_1 = G_0, \\ d_2 + ie_2 = G^2 - R^2 G_0, \\ f_2 + ig_2 = G_1 + 1/2 \cdot G_0^2. \end{cases}$$

γ) *Formule de circulation.*

GOLDSTEIN écrit alors la vitesse complexe le long du profil sous la forme arbitraire suivante :

$$(15) \quad u - iv = -ie^{i\theta_1} \frac{dz_1}{dz} \left[2V_0 \sin(\theta + \alpha) + \frac{\Gamma}{2\pi R} + 2V_0 P(\theta) \right];$$

$P(\theta)$ apparaît alors comme une fonction qui différencie l'écoulement non uniforme de l'écoulement uniforme, due à la non-uniformité du champ seulement, et déterminée par la relation ci-dessus.

GOLDSTEIN écrit ensuite la condition de Kutta-Joukowski pour la pointe arrière du profil dont l'affixe, dans le plan du cercle, est $Re^{i(\pi + \beta)}$. En conséquence :

$$(17) \quad \Gamma 4\pi R V_0 [\sin(\alpha + \beta) - P(\pi + \beta)].$$

Il la décompose en deux éléments :

$$(18) \quad \Gamma_1 = 4\pi R V_0 \sin(\alpha + \beta);$$

$$(19) \quad \Delta\Gamma = -4\pi R V_0 \cdot P(\pi + \beta),$$

et admet que $\Delta\Gamma$ est affecté du même déchet que Γ_1 dans l'écoulement réel; en conséquence, il écrit :

$$(20) \quad \frac{\Gamma_1}{2\pi V_0} = \frac{1}{4\pi} Cz$$

et :

$$(21) \quad \frac{\Delta\Gamma}{3\pi V_0} = -\frac{a_0 l}{4\pi} P(\pi + \beta);$$

$$(22) \quad a_0 = \frac{Cz}{\sin(\alpha + \beta)}.$$

8) *Formules finales.*

Il est possible de relier le Cz de l'écoulement uniforme au Cz' de l'écoulement non uniforme. Les formules simplifiées et limitées aux termes linéaires sont les suivantes pour les coefficients caractéristiques :

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{l} Cz - Cz' = ECz' + \frac{4\pi}{l} F + a_0 P (\pi + \beta), \\ Cx - Cx' = \frac{4\pi}{l} C - DCz', \\ Cm - Cm' = \frac{4\pi}{l^2} L + \frac{Cz}{l} N - \frac{a_0}{l} f_1 \cdot P (\pi + \beta), \end{array} \right.$$

et pour les vitesses locales, si V est la vitesse locale en écoulement uniforme et V' la vitesse locale au point correspondant en écoulement non uniforme, on a :

$$(24) \quad \frac{V'}{V} = 1 + \frac{P(\theta) - a_0 l \cdot P(\pi + \beta)/8\pi R}{\sin(\theta + \alpha) + lCz/8\pi R}.$$

b) *CALCUL DE L'EFFET DE PAROI.*

GOLDSTEIN cherche l'écoulement non uniforme équivalent à l'écoulement avec les parois. Il admet que cet écoulement est incurvé, accéléré et que sa direction est déviée d'un angle ε avec, pour résultat, que l'incidence de l'aile avec le courant à l'origine des axes de calcul passe de α_∞ à α_a , avec :

$$(25) \quad \alpha_a = \alpha_\infty + \varepsilon;$$

soit alors Γ_1 la circulation théorique du profil dans l'écoulement uniforme de vitesse V_a à l'incidence α_a :

$$(26) \quad \Gamma_1 = 1/2 Cz_h l V_a.$$

Supposant que les efforts dans l'écoulement non uniforme équivalent sont décomposés suivant des axes parallèle et normal à V_a , soient Ry' , Rx' et M' , les coefficients d'efforts et de moment rapportés à V_0 dans des axes liés à V_0 sont :

$$(27) \quad \left\{ \begin{array}{l} Cz_{0h} = \frac{Ry'}{\rho/2 V_0^2 l} \cos \varepsilon - \frac{Rx'}{\rho/2 V_0^2 l} \sin \varepsilon + \left[\frac{V_a^2}{V_0^2} \right] Cx_\infty \cdot \sin \varepsilon, \\ Cx_{0h} = \left[\frac{V_a^2}{V_0^2} \right] Cx_\infty \cos \varepsilon - \frac{Rx'}{\rho/2 V_0^2 l} \cos \varepsilon - \frac{Ry'}{\rho/2 V_0^2 l} \sin \varepsilon, \\ Cm_{0h} = \frac{M'}{\rho/2 V_0^2 l}. \end{array} \right.$$

$\alpha)$ *Détermination de l'écoulement non uniforme équivalent.*

GOLDSTEIN introduit dans son potentiel de remplacement du profil en écoulement

uniforme la correction de sillage sous la forme d'une source. Par suite, l'équation (6) devient, après dérivation :

$$(28) \quad u - i v = -V_0 \left[1 + i \frac{\Gamma}{2\pi V_0 z} \times \frac{m}{2\pi V_0 z} - \frac{a_1 + i b_1}{z^2} - 2 \frac{a_2 + i b_2}{z^3} - \dots \right]$$

sachant que :

$$(29) \quad a_r + i b_r = d_r + i \cdot e_r - \frac{K}{2\pi V_0} [g_r - i f_r].$$

Il remarque que la perturbation apportée par un profil en écoulement uniforme de vitesse V_0 est la même que celle due à la somme de singularités placées à l'origine, à savoir : une source m , un tourbillon Γ , des doublets $V_0 a_1$ et $i V_0 b_1$ et des singularités d'ordre supérieur.

Puis il écrit le potentiel complexe dû aux singularités ci-dessus et à leurs images, et le compare à la formule générale du potentiel non uniforme.

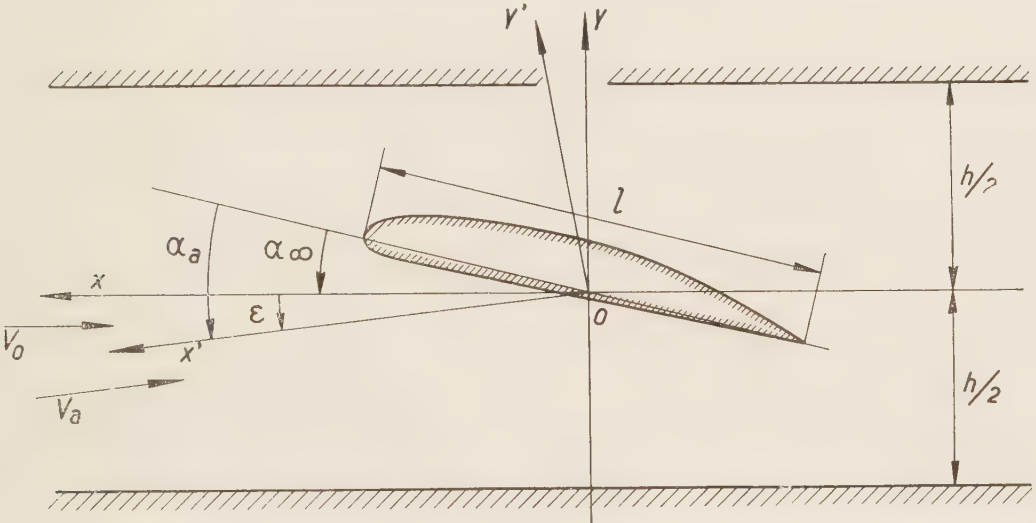


Fig. 3

Par suite, à l'origine des axes, les composantes de la vitesse sont :

$$(30) \quad - (1 + \lambda_1) V_0 \quad \text{et} \quad \mu_1 V_0,$$

de telle sorte que :

$$(31) \quad V_a^2 = V_0^2 [(1 + \lambda_1)^2 + \mu_1^2]$$

et :

$$(32) \quad \operatorname{tg} \epsilon = \frac{\mu_1}{1 + \lambda_1}$$

avec, pour valeur de λ_1 et μ_1 :

$$(33) \quad \begin{cases} \lambda_1 = \frac{4}{3} \left(\frac{\pi}{2h} \right)^2 \left[d_1 + \frac{\Gamma}{2\pi V_0} g_1 \right] + \frac{8}{9} \left(\frac{\pi}{2h} \right)^4 \left[\dots \right] + \dots, \\ \mu_1 = -\frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{2h} \right)^2 \left[e_1 + \frac{\Gamma}{2\pi V_0} f_1 \right] - \frac{4}{9} \left(\frac{\pi}{2h} \right)^4 \left[\dots \right] + \dots, \\ \lambda_2 = \dots, \mu_2 = \dots, \lambda_3 = \dots, \mu_3 = \dots, \dots \end{cases} \quad (\text{voir fig. 3}).$$

β) *Formules de l'effet de paroi.*

On connaît donc maintenant l'ensemble des éléments nécessaires à la détermination des formules finales, à savoir :

1° le potentiel non uniforme équivalent ressortant des formules (31), (32) et (33);

2° la liaison existant entre les coefficients mesurés suivant xOy et rapportés à V_0 et les coefficients mesurés suivant $x'Oy'$ et rapportés à V_a (donc, dans des coordonnées convenables), définie par la formule (27);

3° la relation qui existe entre les efforts et les moments sur un profil placé dans un écoulement uniforme, puis dans un écoulement non uniforme (les axes étant parallèle et normal à la vitesse V à l'origine O des axes), donnée par les formules (23) et (24).

On obtient, après de laborieux calculs, les formules d'effet de paroi pour un profil épais, que nous donnons dans le cas où l'épaisseur, la cambrure et les efforts sont petits :

$$(34) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{V_a}{V_0} &= 1 + \frac{\pi^2 l^2}{3 h^2} \frac{d_1}{l^2} - \frac{\pi^4 l^4}{15 h^4} \frac{d_3}{C^4} + \dots, \\ \alpha_\infty &= \alpha_a - \frac{\pi^2 l^2}{6 h^2} \frac{e_1}{l^2} - \frac{\pi^4 l^4}{1440 h^4} \left(\frac{5e_1}{l^2} - \frac{84e_3}{l^4} \right) \dots, \\ Cz_\infty &= Cz_{0\sigma} - \frac{a_0 \pi l^2}{96 h^2} Cz_{0h} - \frac{7a_0 \pi^4 l^4}{960 h^4} \left(\frac{e_1}{l^2} - \frac{4e_2}{l^3} \right) + \frac{7a_0 \pi^3 l^4}{10240 h^4} Cz_{0h}, \\ \frac{Cx_\infty}{Cx_{0h}} &= 1 - \frac{2\pi^2 l^2}{3 h^2} \frac{d_1}{l^2} + \frac{2\pi^4 l^4}{15 h^4} \frac{d_3}{l^4} \dots, \\ Cm_\infty(l/2) &= Cm_{0h}(l/2) - \frac{7\pi^5 l^4}{3840 h^4} \frac{e_1}{l^2}. \end{aligned} \right.$$

GOLDSTEIN montre que ces formules sont en accord avec celles de Glauert et Tomotika, respectivement pour l'aile mince incurvée et pour la plaque plane.

En remplaçant les coefficients non exprimés, par leur valeur donnée par ailleurs, dans les formules ci-dessus, et en se limitant aux termes de puissance 2 en l/h , on trouve finalement :

$$\frac{V_a}{V_0} = 1 + \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} (2 C_0 - C_2),$$

avec :

$$(35) \quad \left\{ \begin{aligned} C_0 &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{y_s}{l} \frac{1}{\sin \theta} d\theta, & C_2 &= \frac{4}{\pi} \int_0^\pi \frac{y}{l} \frac{\cos 2\theta}{\sin \theta} d\theta; \\ \alpha_a &= \alpha_\infty + \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[Cz_\infty + 4 Cm_\infty(l/2)_0 \right], \\ Cz_\infty &= Cz_{0h} - \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} Cz_{0h}, \\ Cx_\infty &= Cx_{0h} - \frac{\pi^2 l^2}{24 h^2} (2 C_0 - C_2) Cx_{0h}, \\ Cm_\infty(l/2) &= Cm_{0h}(l/2). \end{aligned} \right.$$

Remarquons au passage que :

$$dx = -\frac{l}{2} \sin \theta d\theta \quad \text{et que} \quad 2 C_0 - C_2 = \frac{4}{\pi} \int_0^\pi \frac{y_s}{l} \frac{1 - \cos 2\theta}{\sin \theta} d\theta,$$

donc :

$$2 C_0 - C_2 = \frac{8}{\pi} \int_0^l \frac{2 y_s}{l} d \frac{x}{l} = \frac{8}{\pi} \frac{\sigma}{l^2},$$

σ étant la surface d'une section droite de l'aile.

Enfin, notons que dans le cas où GOLDSTEIN tient compte de l'obstruction du sillage il est conduit, pour la traînée, à admettre un gradient de pression longitudinal (le sillage étant remplacé par une source) qui donne naissance à un supplément de traînée égal à :

$$Cx_{0h} \cdot \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2} (2 C_0 - C_2).$$

Par suite :

$$(36) \quad Cx_{\infty} = Cx_{0h} \left[1 - \frac{\pi}{2} \frac{\sigma}{h^2} \right],$$

C. — COMPARAISON DES FORMULES FINALES

Dans ce sous-chapitre nous examinons numériquement les formules des différentes théories, de façon à pouvoir les comparer commodément. Nous distinguons deux groupes :

1° les formules qui s'adressent à la correction de vitesse axiale et à la correction de traînée;

2° les formules qui s'adressent à la correction de portance et de moment.

1. — Correction de vitesse axiale et correction de traînée.

a) CORRECTION DE VITESSE AXIALE.

La correction de vitesse axiale au droit du profil s'exprime sous la forme générale suivante :

$$V_a = V_0 + u_1 + u_2,$$

où :

u_1 est la vitesse complémentaire due à l'obstruction géométrique du corps, que les Anglo-Saxons appellent « Solid blocage »;

u_2 est la vitesse complémentaire due à l'obstruction du sillage engendré par le corps, que les Anglo-Saxons appellent « Wake blocage ».

Les formules de u_1 sont toutes linéaires en l^2/h^2 , explicitement ou non :

$$\text{— SQUIRE et YOUNG} \dots\dots\dots \frac{u_1}{V_0} = 0,62 \frac{\sigma}{h^2};$$

$$\text{— THOM.} \dots\dots\dots \frac{u_1}{V_0} = 0,645 \frac{\sigma}{h^2};$$

$$\text{— LOCK.} \dots\dots\dots \frac{u_1}{V_0} = \frac{\pi^2}{12} \frac{E^2}{h^2};$$

$$\begin{aligned} \text{--- TOUSSAINT.} \quad & \dots\dots\dots \frac{u_1}{V_0} = \frac{\pi^2}{24} \eta E \frac{l^2}{h^2}; \\ \text{--- GOLDSTEIN.} \quad & \dots\dots\dots \frac{u_1}{V_0} = \frac{\pi^2}{48} (2 C_0 - C_2) \frac{l^2}{h^2} = \frac{\pi}{6} \frac{\sigma}{h^2}; \\ \text{--- Report n° 782} \quad & \dots\dots\dots \frac{u_1}{V_0} = \frac{\pi^2}{48} \Lambda \frac{l^2}{h^2}. \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant comparer les différentes formules dans un tableau général (tabl. III) en les écrivant sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{u_1}{V_0} &= \frac{\pi^2}{48} \Lambda \frac{l^2}{h^2}, \\ \frac{u_1}{V_0} &= K \cdot E \cdot \frac{l^2}{h^2}, \\ \frac{u_1}{V_0} &= \frac{\pi}{6} \frac{R}{h^2}, \end{aligned}$$

et en donnant les formules de Λ , K , R pour les différents auteurs :

TABLEAU III

	Λ		K		R	
Lock	$4\lambda E^2$		$0,822\lambda E$		$\frac{\pi}{2} \lambda E^2 l^2$	
Toussaint	$2\eta E$	$1,54 E$	$0,411\eta$	$0,317$	$\frac{\pi}{4} \eta E l^2$	$0,605 E l^2$
Report n° 782	Λ		$0,205 \frac{\Lambda}{E}$		$\frac{\pi}{8} l^2 \Lambda$	
Goldstein	$\frac{8\Sigma}{\pi l^2} = 0,255 \frac{\sigma}{l^2}$	$0,159 E$	$0,328$	$0,328$	σ	$0,625 E l^2$
Squire et Young	$0,301 \frac{\sigma}{l^2}$		$0,387$	$0,387$	$\sigma \times 1,18$	$0,735 E l^2$
Thom	$0,316 \frac{\sigma}{l^2}$		$0,402$	$0,402$	$\sigma \times 1,24$	$0,775 E l^2$

La planche I (fig. 4) donne les valeurs de Λ pour des profils Joukowski à deux termes, selon les différentes formules.

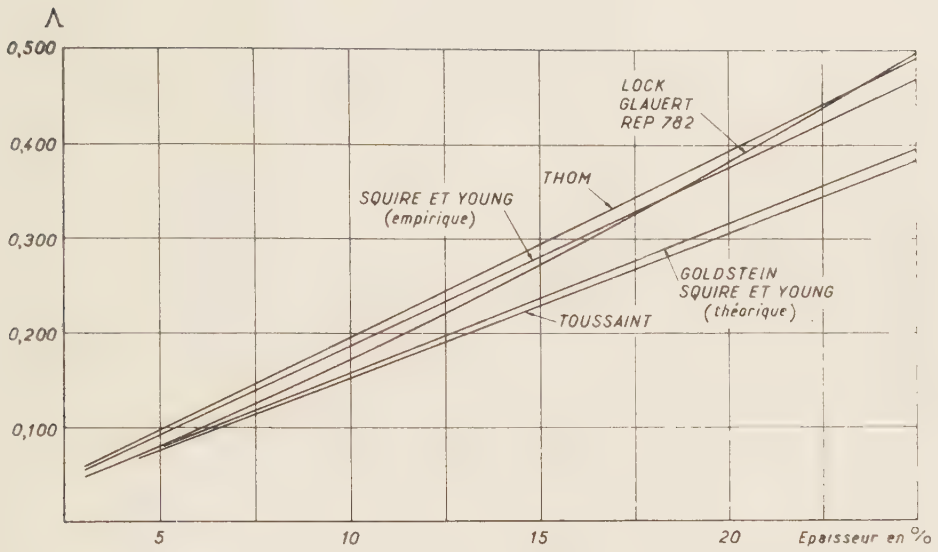


Fig. 4. — Valeur de Λ pour des profils Joukowski

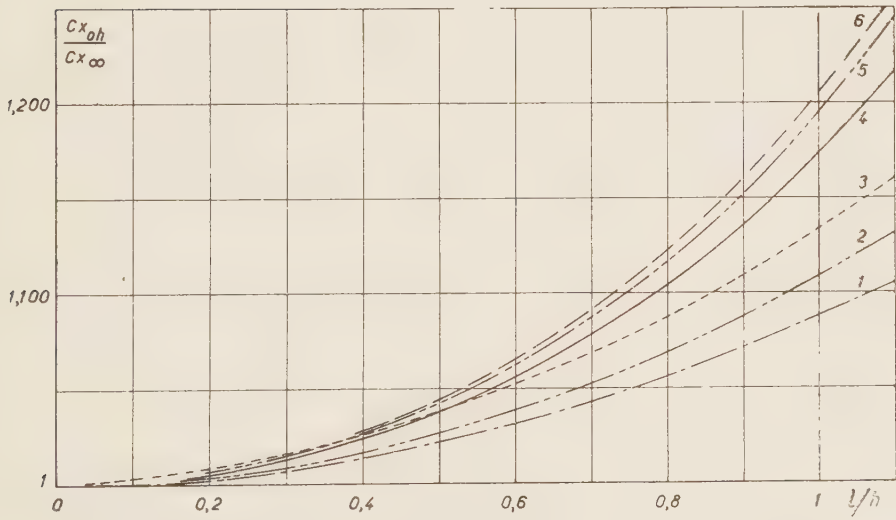


Fig. 5. — Valeur de $C_{x_{oh}}/C_{x_{\infty}}$ théoriques
PROFIL 63.015)

La formule de u_2 est unique pour tous les auteurs qui l'ont donnée

$$\frac{u_2}{V_0} = \frac{1}{4} \frac{l}{h} Cx_{oh}.$$

Nous aboutissons, pour la correction de vitesse axiale, au tableau IV donné ci-après.

b) CORRECTION DE TRAÎNÉE A LA PORTANCE NULLE OU HORS DE LA PORTANCE NULLE.

Les auteurs qui calculent la correction de traînée à la portance nulle admettent qu'elle doit être étendue sans modification au cas avec portance, ce qui suppose que les vitesses induites axiales d'obstruction de solide et d'obstruction de sillage sont indépendantes de la portance du profil, ainsi que la correction de traînée due au gradient de pression d'obstruction de sillage.

Nous résumons, dans le tableau V, les formules admises.

TABLEAU V

AUTEURS	FORMULES ORIGINALES
LOCK.....	$\frac{Cx_{oh}}{Cx_{\infty}} = \left[1 + \frac{\pi^2}{12} \lambda \left(\frac{e_m}{h} \right)^2 \right]^2$
GLAUERT.....	$\frac{Cx_{oh}}{Cx_{\infty}} = \left[1 + \frac{\pi^2}{12} \lambda \left(\frac{e_m}{h} \right)^2 \right]^2 \frac{1}{\left(1 - \frac{ke_m}{h} \right)^2}$
TOUSSAINT.....	$\frac{Cx_{oh}}{Cx_{\infty}} = 1 + \frac{\pi^2}{12} \frac{l^2}{h^2} \eta E$
GOLDSTEIN.....	$\frac{Cx_{\infty}}{Cx_{oh}} = 1 - \frac{\pi}{2} \frac{\sigma}{h^2}$
SQUIRE et YOUNG.....	
THOM.....	$\frac{Cx_{oh}}{Cx_{\infty}} = 1 - 1,24 \frac{\sigma}{h^2} - \frac{\sigma}{6h^2} \pi - \frac{1}{2} \frac{l}{h} Cx_{oh}$
N.A.C.A. Rep. n° 782.....	$Cx_{\infty} = Cx_{oh} \left[1 - \frac{3\pi^2}{48} \Lambda \frac{l^2}{h^2} \frac{l}{2h} Cx_{oh} \right]$

Nous donnons, en outre, dans la planche II (fig. 5), la comparaison des formules pour un profil N. A. C. A. 63 015 en fonction de l/h et en admettant que $Cx_{\infty} = 0,01$.

TABLEAU IV

AUTEURS	LOCK	GLAUERT	TOUSSAINT	GOLDSTEIN (Forme simplifiée)	N.A.C.A. Rep. n° 782	THOM	SQUIRE et YOUNG
$\frac{u_1}{V_0}$	$12 \lambda E^2 \left(\frac{l}{h} \right)^2$	$\frac{\pi^2}{12} \lambda E^2 \left(\frac{l}{h} \right)^2$	$\frac{\pi^2}{24} \eta E \frac{l^2}{h^2}$	$\frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2} (2C_0 - C_2)$ $= \frac{\pi}{6} \frac{\sigma}{h^2}$	$\Lambda \frac{\pi^2}{48} \cdot \frac{l^2}{h^2}$	$= \frac{\pi}{6} 0,77 E \frac{l^2}{h^2}$ $= 0,65 \frac{\sigma}{h^2}$	$= 0,524 \frac{\sigma}{h^2} \text{ (th.)}$ $= 0,62 \frac{\sigma}{h^2} \text{ (emp.)}$
VALEUR DES COEFFICIENTS $\lambda, \eta, \Lambda, \sigma$	Pour Joukowski $\lambda = \frac{1}{E} \times$ $\times (0,390 + 0,5 E)$	$\lambda = \frac{1}{E} \times$ $\times (0,390 + 0,5 E)$	η $= 0,77 \text{ Jouk.}$ $= 0,70 \text{ Prof. ord.}$ $= 0,67 \text{ K. T.}$	$\sigma = 0,64 E l^2$	(Voir tableau des valeurs de Λ)		
$\frac{u_2}{V_0}$	Pour profil Fage $= 0,5 \frac{u_1}{V_0}$	Pour profil Fage $0,60 E^2 \frac{l}{h} \times$ $\frac{l}{h}$			$\frac{1}{4} C x_{0h} \frac{l}{h}$	$\frac{1}{4} C x_{0h} \frac{l}{h}$	
$V_{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{u_2}{V_0} + \frac{u_2^2}{V_0}$	$1 + 1,5 \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2} \times$ $\times E (1,56 + 2E)$	$1 + \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2}$ $\times E (1,56 + 2E)$ $+ 0,60 E^2 \frac{l}{h}$			$1 + \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2} \Lambda$ $+ \frac{1}{4} C x_{0h} \frac{l}{h}$		

2. — Correction de portance et de moment.

a) COMPARAISON DES FORMULES D'INCIDENCE.

La théorie de M. Toussaint donne :

$$i_a - i_h = \frac{C_{z_\infty}}{2\pi} \frac{\pi^2}{(1 + \eta E)} \frac{l^2}{24 h^2}.$$

Le N. A. C. A. Report n° 782 donne :

$$\alpha_a^0 - \alpha_h^0 = \frac{57,3}{2\pi} [C_{z_{0h}} + 4 C_{m_{0h}} (l/4)] \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2}.$$

La théorie de Goldstein donne :

$$\alpha_a^0 - \alpha_\infty^0 = \frac{57,3}{2\pi} [C_{z_\infty} + 4 C_{m_\infty} (l/2)_0] \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2}.$$

Nous voyons que la formule de M. Toussaint donne une correction de l'influence sensiblement double des deux suivantes mais, en compensation, le gain de portance dû à la non-uniformité de l'écoulement est beaucoup plus faible.

b) COMPARAISON DES FORMULES DE PORTANCE.

La théorie de M. Toussaint donne :

$$\frac{C_{z_{0h}}}{C_{z_\infty}} = 1 - \frac{\pi^2}{48} \eta E \frac{l^2}{h^2} + \frac{\pi^2}{8} \frac{f}{l} \frac{l^2}{h^2}.$$

Le N. A. C. A. Report n° 782 donne :

$$\frac{C_{z_\infty}}{C_{z_{0h}}} = 1 - \frac{\pi^2}{48} (1 + 2\Lambda) \frac{l^2}{h^2} - \frac{l}{2h} C_{x_{0h}}.$$

La théorie de Goldstein donne :

$$\frac{C_{z_\infty}}{C_{z_{0h}}} = 1 - \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2}.$$

c) COMPARAISON DES FORMULES DE MOMENT.

Les trois théories en présence donnent respectivement :

— M. Toussaint :

$$C_{m_\infty} (l/2) = C_{m_{0h}} (l/2) \left[1 - \frac{\pi^2}{48} \eta E \frac{l^2}{h^2} \right];$$

— N. A. C. A. Report n° 782 :

$$C_{m_\infty} (l/4) = C_{m_{0h}} (l/4) \left[1 - 2 \frac{\pi^2}{48} \Lambda \frac{l^2}{h^2} - \frac{l}{2h} C_{x_{0h}} \right] - \frac{\pi^2}{48} \frac{l^2}{h^2} C_{z_{0h}},$$

$$Cm_{\infty} (l/2) = Cm_{0h} (l/2) \left[1 - 2 \Lambda \frac{l^2}{h^2} - \frac{l}{2h} Cx_{0h} \right];$$

— Goldstein :

$$Cm_{\infty} (l/2) = Cm_{0h} (l/2).$$

d) COMPARAISON DES POINTS DE FONCTIONNEMENT ÉQUIVALENT.

Pour comparer les trois théories en présence nous reviendrons sur la notion de points de fonctionnement équivalent.

En effet, à un groupe de caractéristiques attachées à l'incidence géométrique du profil placé entre parois, correspond un autre groupe de caractéristiques attachées à une incidence différente du même profil placé en écoulement illimité. Ces deux groupes constituent deux points de fonctionnement équivalent pour le profil.

Pour comparer numériquement les trois théories, il suffit donc de partir d'un groupe unique correspondant à l'écoulement illimité et de comparer ensuite les positions des groupes correspondant à l'écoulement entre parois.

Nous avons choisi, pour base de comparaison, un profil symétrique de 15 % d'épaisseur, dont le maître couple est à 25 % du bord d'attaque, dont le foyer est à 13,5 % du milieu de la corde, dont la pente théorique de portance est $\frac{dCz_{00}}{dl_x} = 0,120$ calé à $i = 10^\circ$, et ceci pour un $l/h = 0,707$.

On aboutit au tableau VI suivant :

TABLEAU VI

	TOUSSAINT	N.A.C.A. Rep. n° 782	GOLDSTEIN
Cz_{∞}	1,20	1,20	1,20
$i_{\infty} = i_a$	10°	10°	10°
$Cm_{\infty} (l/2)$	0,282	0,282	0,282
i_h	$8^\circ,29$	$8^\circ,67$	$8^\circ,88$
Cz_{0h}	1,270	1,425	1,335
$Cm_{0h} (l/2)$	0,284	0,298	0,282

Les corrections étant proportionnelles à Cz on peut tracer les courbes des coefficients caractéristiques en fonction de i et de Cz. Leur examen permet de les comparer.

CONCLUSIONS DU CHAPITRE PREMIER

Toutes les théories modernes de l'effet de paroi sont d'accord pour admettre que le profil est soumis à une vitesse effective plus grande que la vitesse de l'écoulement à l'infini amont du profil, que cet écoulement présente au droit du profil une incidence, par rapport à celui-ci, plus grande que l'incidence géométrique mesurée, qu'enfin l'on n'a pas affaire à un écoulement uniforme, de telle sorte que l'on ne peut considérer le profil en écoulement limité comme fonctionnant dans un écoulement uniforme différent en grandeur et direction. Il reste une déformation qui provient de la non-uniformité du champ aérodynamique autour du profil. Cette déformation se traduit par une différence sur la portance et le moment.

Les théories de M. Toussaint, de Goldstein, du N. A. C. A. Report n° 782 s'accordent avec ce schéma. Les deux dernières montrent une grande parenté, bien que la méthode d'examen du phénomène soit très différente.

Toutefois, la méthode de M. Toussaint admet une plus grande variation d'incidence de l'écoulement avec une déformation plus faible de non-uniformité que les deux précédentes.

Le résultat global est peu différent, tant que le phénomène physique est petit.

Enfin, nous verrons, dans la deuxième partie, comment on peut relier ces trois théories.

En ce qui concerne la correction de traînée les auteurs sont d'accord pour admettre :

- une correction due à la présence géométrique de l'aile;
- une correction due à la présence du sillage,

mais, la seconde correction, excellente dans son principe, aboutit, dans sa représentation du sillage par une source, à un non-sens physique et à un calcul du gradient de pression d'une véracité douteuse.

CHAPITRE II

EXPÉRIENCES ACTUELLES

Nous donnons ici l'ensemble des résultats expérimentaux parvenus à notre connaissance. On peut considérer qu'ils englobent toutes les expériences publiées.

Dans tous les cas, nous nous sommes efforcés de préciser le processus et les conditions d'essai pour juger la validité des résultats.

Nous avons été amenés, par suite, à rechercher :

- 1° la soufflerie où ont eu lieu les essais;
- 2° la nature des maquettes;
- 3° leur montage en soufflerie;
- 4° la position du point de mesure de la vitesse de référence;
- 5° les méthodes de mesure des grandeurs caractéristiques locales et globales;
- 6° la nature et la validité des corrections inhérentes aux conditions d'essai.

Nous avons rejeté tout résultat d'essai dont les conditions n'étaient pas suffisamment précisées pour en juger la valeur.

Pour plus de clarté nous avons réparti les résultats d'essai en trois groupes :

- 1° résultats d'essai concernant la mesure des pressions locales pour des corps placés à la portance nulle;
- 2° résultats d'essai concernant la mesure de la traînée à la portance nulle et hors de la portance nulle;
- 3° résultats d'essai concernant la mesure des caractéristiques de portance et de moment.

Nous avons adopté cette classification bien que des essais appartenant à des groupes différents aient été effectués dans une même soufflerie.

1. — Mesure des pressions locales pour des corps placés à la portance nulle.

Nous avons vu, à propos de l'exposé des théories, que la courbure du champ aérodynamique, induite par l'effet de paroi, était nulle pour des corps calés à l'incidence de portance nulle.

Le long du profil et le long des parois plancher-plafond de la soufflerie, la déformation des pressions locales dépend uniquement des vitesses axiales induites par l'effet de paroi.

De tels essais sont très rares et n'ont pas été publiés quand bien même ils ont été exécutés.

a) ESSAI D'UN PROFIL JOUKOWSKY DE 30 % D'ÉPAISSEUR (réf. [14]).

En 1942, à l'occasion d'une étude demandée à l'Institut Aérotechnique de Saint-Cyr, on a procédé à l'essai d'un modèle d'aile rectangulaire entre parois dans la soufflerie n° 2.

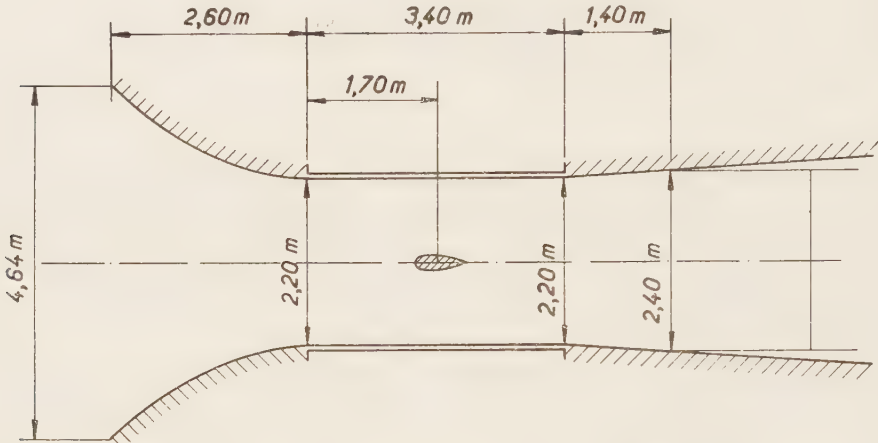


Fig. 6. — Schéma de la veine de 2,20 m. (Iat St-Cyr soufflerie n° 2)

Cette aile rectangulaire avait un profil Joukowski de 30 %, cataloguée J 639 dans la notation Göttingen. La corde avait 0,600 m et l'envergure 1,800 m. Elle était réalisée

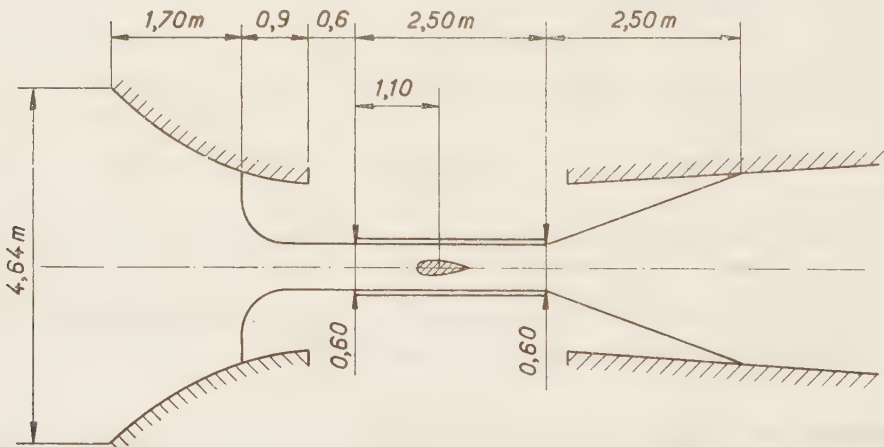


Fig. 7. — Schéma de la veine de 0,60 m (Iat St-Cyr soufflerie n° 2)

en bois et peinte pour obtenir un très bon état de surface. Dans la section médiane elle était équipée de trous de prise de pression correspondant à des points sur le cercle générateur ayant pour argument des multiples de 15° . Cette aile était placée verticalement dans la soufflerie, au centre de la veine.

Elle a d'abord été essayée dans la veine non modifiée de la soufflerie, dont la section est 1,800 x 2,200 m, ce qui assurait un l/h de 0,2725 [les positions de l'aile et du point de mesure de la vitesse de référence sont indiquées dans la pl. III] (fig. 6).

La vitesse de référence était corrigée par rapport à la vitesse mesurée au foyer de l'aile en l'absence de celle-ci. Le gradient longitudinal de pression statique axiale était de 3 % par mètre.

Elle a été ensuite essayée dans la veine modifiée de la soufflerie, de telle façon que la hauteur fût de 0,600 m, et qui assurait un l/h de 1 (pl. III, fig. 7).

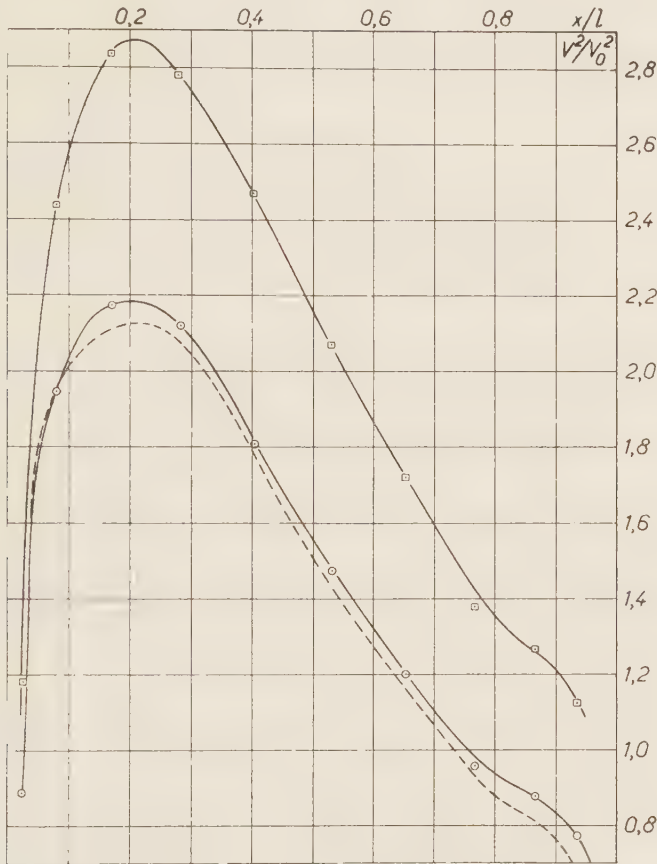


Fig. 8. — Profil Joukowski 30 % $l/h = 0,2725$ --- Courbe théorique
 $l/h = 1$

La vitesse de référence était corrigée par rapport à la vitesse mesurée au foyer de l'aile en l'absence de celle-ci. Le gradient de pression statique axiale était de x % par mètre.

Nous donnons sur la planche IV (fig. 8) les résultats bruts obtenus avec la vitesse de référence prise au foyer, mais sans la correction de gradient.

b) ESSAIS D'UN PROFIL N. A. C. A. DE 15 % DE LA SÉRIE 6 (réf. [15]).

Il a été essayé, dans la soufflerie hypoturbulente à densité variable de Langley-

Field, de 3 pieds de large (0,914 m) et 7,5 pieds de haut (2,290 m), deux modèles de forme en plan rectangulaire traversant la soufflerie dans sa largeur.

Les modèles avaient respectivement une corde de 45 pouces (1,145 m) et une corde de 90 pouces (2,290 m), ce qui donnait $l/h = 0,5$ et $l/h = 1$.

Le profil était un profil symétrique N. A. C. A. de la série 6, de 15 % d'épaisseur. Il a été impossible de l'identifier avec un profil de cette série; seule, la cassure, dans la répartition de pression, à 70 % du bord d'attaque, permet de dire que c'est un 67 000, mais certainement pas le profil N. A. C. A. 67,1-015.

Les trous de paroi, pour le relevé des pressions locales, se trouvaient au voisinage de la section médiane de l'aile. Les ailes étaient placées horizontalement, à mi-distance du plancher et du plafond de la soufflerie. Elles étaient fixées aux parois latérales, sans aucun jeu.

De la lecture du rapport il ressort que, pour les essais effectués dans cette soufflerie, la vitesse de référence est donnée par une prise statique de paroi percée dans une paroi latérale et située à mi-distance entre le plancher et le plafond, en amont des ailes. Cette prise de paroi donne une indication erronée par suite de la présence du modèle. Cette erreur est réduite de la façon suivante :

— il a été effectué des répartitions de vitesse sur l'axe de la soufflerie à l'amont de corps de différentes tailles ayant pour section des ovales de Rankine de différentes épaisseurs. L'analyse des résultats a montré que, dans la bande des épaisseurs relatives courantes pour des profils, la correction pouvait s'exprimer comme le produit d'un facteur dépendant de l'épaisseur (en l'occurrence Λ pour le rapport cité) et d'un facteur ξ qui dépend de la taille du modèle et de la distance des orifices de pression statique des parois au milieu de la corde du modèle.

La distance des orifices de pression statique de référence au milieu de la corde des modèles est de 5,5 pieds (1,675 m) [pour les profils de 2 pieds (0,610 m) de corde, $\xi = 0,002$] ce qui fixerait la position de l'orifice de pression statique :

- dans le premier cas :
 - à 3,63 pieds (1,105 m), soit à 0,965 corde en amont du bord d'attaque.
- dans le deuxième cas :
 - à 1,75 pieds (0,532 m), soit à 0,233 corde en amont du bord d'attaque.

Toutefois, à un autre endroit du rapport nous avons trouvé, lorsque les ailes sont pesées ou que les portances sont calculées à partir des pressions sur le plancher et le plafond de la soufflerie, concurremment avec les essais de mesure de pressions locales sur le profil, que l'axe de rotation des maquettes est confondu avec le point situé au quart de la corde du modèle, donc au voisinage du foyer. Sachant que pour des maquettes de 2 pieds la distance des orifices de pression statique est de 5,5 pieds en amont du milieu de la corde, la distance du foyer des ailes est de 5 pieds (1,525 m).

Pour les essais qui nous occupent, l'orifice de pression statique est :

- dans le premier cas :
 - à 4,06 pieds (1,235 m), soit à 1,08 corde en amont du bord d'attaque;
- dans le deuxième cas :
 - à 3,63 pieds (1,105 m), soit à 0,485 corde en amont du bord d'attaque.

Nous donnons les schémas des deux installations possibles des modèles sur la planche V (*fig. 9 et 10*).

Nous remarquerons simplement que :

— le facteur ξ a été établi pour des corps qui sont des ovales de Rankine et non pas pour les profils essayés;

— une prise de pression, située à 0,23 corde en amont du bord d'attaque, est entachée d'une erreur égale ou supérieure à 15 % de la pression dynamique vraie, et qu'en conséquence une erreur de plusieurs pour cent sur la pression dynamique est possible.

Sur la planche VI (*fig. 11*) on trouvera les pressions locales relevées sur les deux maquettes. Nous y avons adjoint la répartition de pression théorique du profil 67,1-015 et la répartition expérimentale extrapolée pour $l/h = 0$.

c) ESSAI DE PROFILS N. A. C. A. 0015 A LA SOUFFLERIE A GRANDE VITESSE DU R. A. E. (réf. [16]).

Il s'agit d'essais effectués à la soufflerie à grande vitesse du R. A. E., de 10 pieds (3,05 m) de large et de 7 pieds (2,13 m) de haut.

Ces essais ont eu lieu à des nombres de Mach variant entre 0,3 et le maximum possible de la soufflerie. Bien que ces essais relèvent du domaine compressible nous les citons, d'abord parce que pour un nombre de Mach de 0,3 nous sommes à la frontière du domaine incompressible, ensuite parce que ce sont les seuls essais de pression à la paroi que nous ayons trouvés.

Les modèles essayés ont pour section droite le profil N. A. C. A. 0015.

Ils traversent la plus petite dimension de la veine (2,13 m), à mi-distance entre le plancher et le plafond. Les cordes des trois modèles essayés sont de 6 pouces (0,152 m), 15 pouces (0,382 m) et 37, 5 pouces (0,955 m), ce qui donne les rapports :

$$l/h \quad 0,0497, \quad 0,1252, \quad 0,3135.$$

Le plus petit modèle est en acier, les autres sont en bois.

La position du maître couple des différents modèles se trouve à 6 pieds (1,520 m) en aval de l'entrée de la chambre d'expérience.

La vitesse de référence amont est donnée par une prise statique paroi percée dans une paroi latérale, à mi-distance du plancher et du plafond.

De façon à séparer l'effet de paroi de l'effet du nombre de Reynolds, la pression génératrice est réglée pour obtenir les nombres de Reynolds du tableau VII ci-dessous :

TABLEAU VII

CORDE	NOMBRES DE REYNOLDS			
m				
0,152	0,225 10^6	0,550 10^6		
0,382		0,550 10^6	1,400 10^6	
0,955			1,400 10^6	3,400 10^6

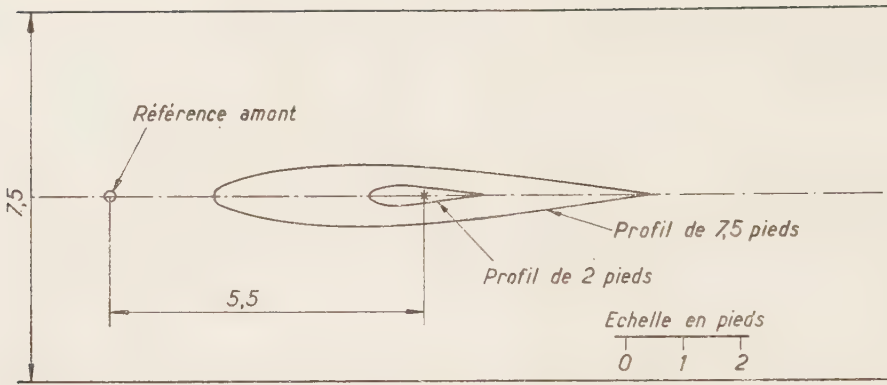


Fig. 9. — L. M. A. L. Soufflerie 7,5 x 3 pieds : 1^{er} montage possible

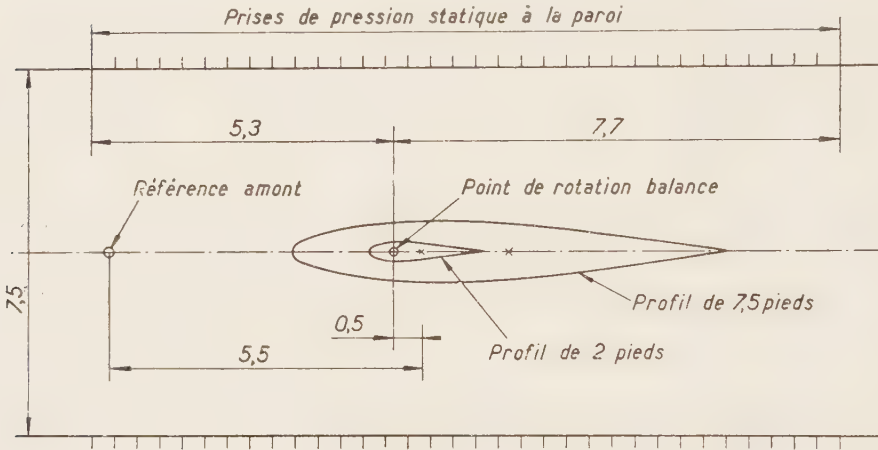


Fig. 10. — L. M. A. L. soufflerie 7,5 x 3 pied : 2^e montage

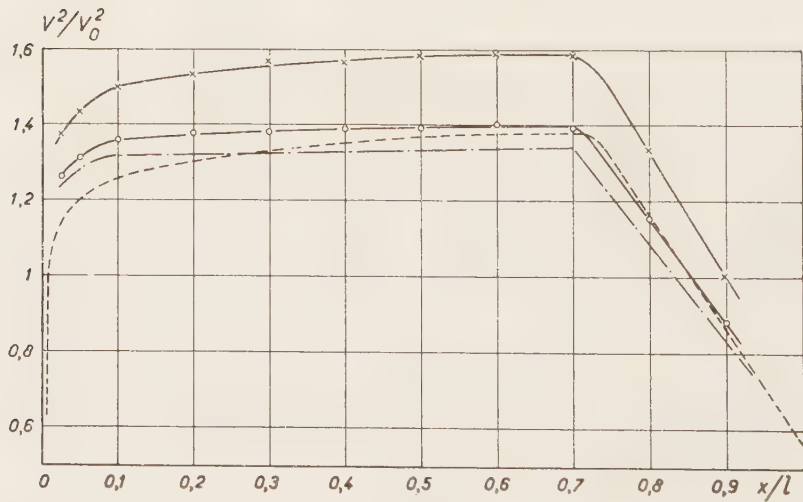


Fig. 11.

Distribution de pression
sur profil Naca série 6

Epaisseur 15 %
 $\alpha = 0^\circ$

○ $l/h = 0,50$

× $l/h = 1,00$

--- Naca 67,1 - 015

- · - · - extrapolée $l/h = 0$

Les traînées de la section médiane des modèles sont calculées, à l'aide de la méthode des sillages, à partir des explorations de pression faites à une distance de une corde en aval du bord de fuite. Les traînées données dans le rapport sont celles corrigées par la formule de Thom; nous n'avons donc pu en tenir compte.

Concurremment, les vitesses induites sur les parois plancher et plafond sont calculées, à partir des pressions relevées, d'après la formule :

$$\frac{u_p}{V_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{p_0 - p_1}{\rho/2 V_0^2} \right),$$

avec :

p_0 , pression statique de référence;

p_1 , pression statique locale le long de la paroi.

Les résultats sont rassemblés sur la planche VII (*fig.* 12, 13 et 14).

2. — Essais de traînée de profil.

Les essais de traînée de profil sont extrêmement rares. Les seules expériences faites en incompressible sont les expériences de FAGE.

a) ESSAIS DE PROFILS DE FAGE (réf. [2]).

Nous donnons ci-dessous la traduction du passage relatif aux conditions d'essai :

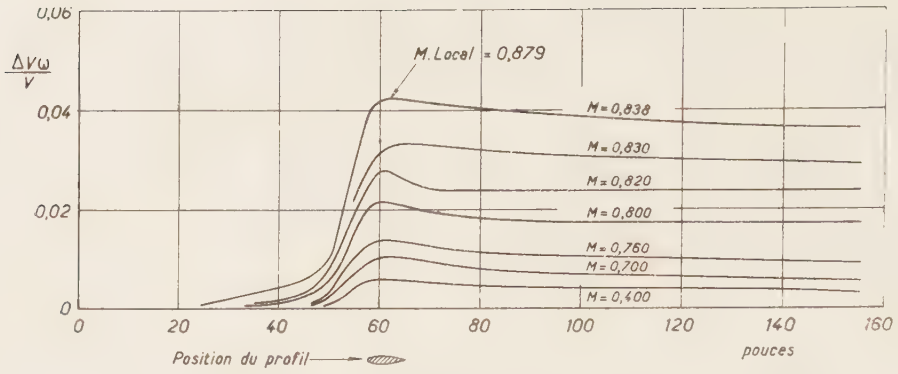
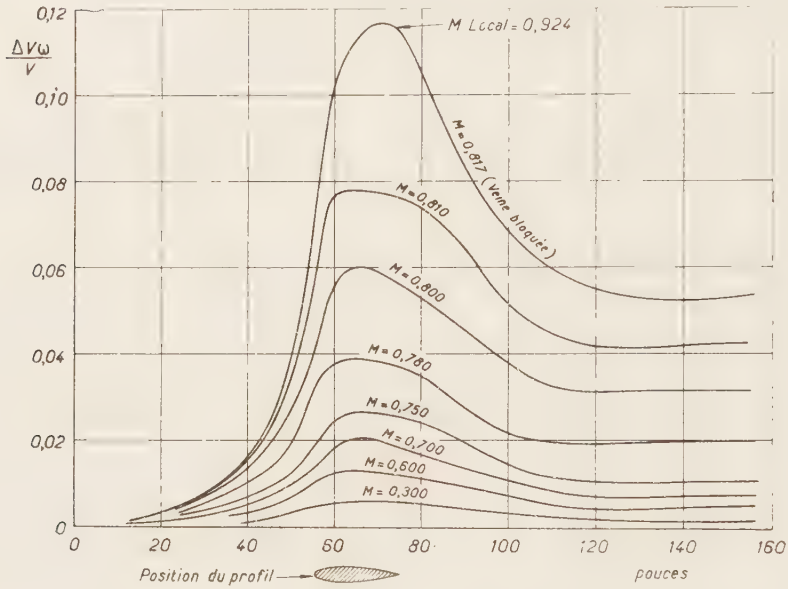
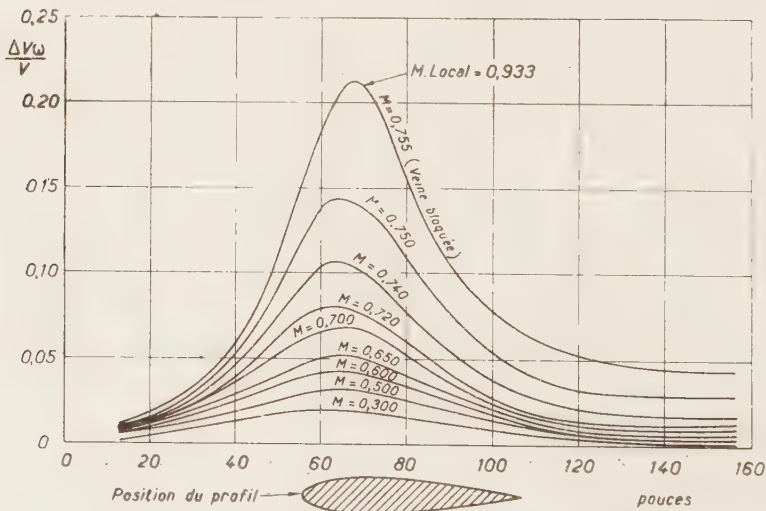
« ... des expériences ont été faites pour mesurer l'effet de paroi sur les traînées de cinq corps cylindr.ques de section symétrique. Les sections étaient choisies pour leur faible traînée mais d'autres non. Les épaisseurs relatives des sections étaient groupées entre 9,70 % et 32,7 %. Des expériences ont aussi été faites avec un cylindre circulaire.

« La méthode consistait à monter verticalement chaque corps dans un canal spécial de 11,5 pouces (0,292 m) de haut et 3 pieds (0,915 m) de long (la longueur était mesurée suivant la direction du vent). Ce canal spécial était monté dans la chambre d'expérience d'une soufflerie de 4 pieds (1,220 m), de telle sorte que la largeur maximum possible était limitée à cette dimension.

« Les parois de chaque canal n'étaient pas parallèles mais étaient inclinées, de telle sorte que leur distance entre elles augmentait légèrement d'amont en aval. Les parois s'écartaient d'une quantité telle qu'au droit du modèle, la décroissance de vitesse sur l'axe du canal, due à l'augmentation longitudinale de section, compensait exactement l'accroissement de vitesse provenant de la résistance de frottement des parois. La correction de gradient de pression statique est alors nulle.

« Chaque modèle était monté avec son plan de symétrie dans la direction du vent. Cette condition était obtenue en réglant l'incidence jusqu'à ce que les pressions en deux trous, symétriquement disposés sur les deux côtés du modèle, fussent égales. Une représentation correcte de l'écoulement bidimensionnel était obtenue dans la section médiane du modèle en le montant de telle sorte que les jeux au plancher et au plafond du canal étaient très petits [voir pl. VIII (*fig.* 15)].

« La traînée de chaque profil, sauf pour le cylindre, était calculée indirectement à partir de l'intégrale de perte de pression totale mesurée dans le sillage, derrière la section médiane. Cette méthode a été préférée à une mesure directe, parce que, dans ce dernier

Fig. 12. — Corde 6 pouces $R = 0,55 \cdot 10^5$ Fig. 13. — Corde 15 pouces $R = 1,4 \cdot 10^5$ Fig. 14. — Corde 37,5 pouces $R = 3,4 \cdot 10^5$

cas, il fallait aux extrémités du modèle des attaches (ou des joints à huile) et ceci, aussi bien qu'un mauvais alignement possible, pouvait affecter considérablement la précision des mesures. Avec l'autre méthode de mesure, c'était un problème délicat de déterminer

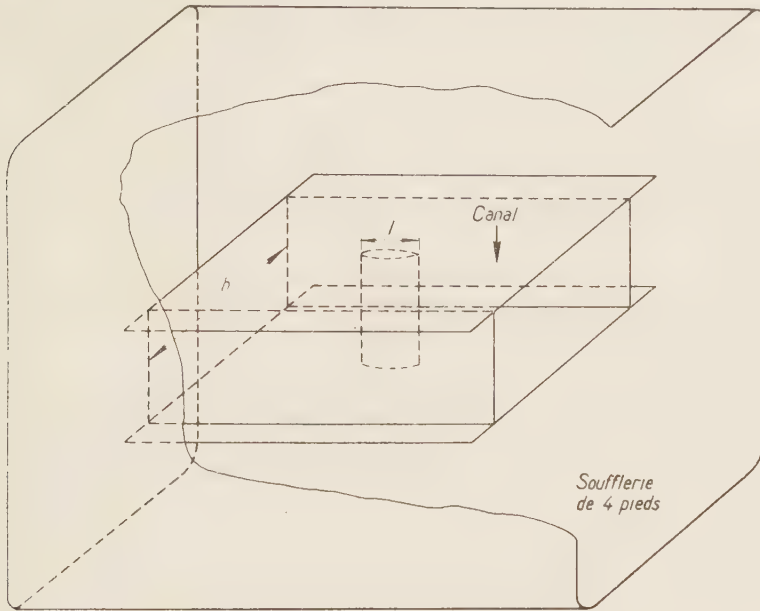


Fig. 15. — Schéma d'installation des expériences de fage

avec une bonne précision la traînée minimum d'un profil très aérodynamique, particulièrement quand les modèles essayés sont aussi petits... ».

Les essais ont été effectués à une vitesse de 22,9 m/s avec des modèles dont nous donnons ci-dessous (tabl. VIII) les caractéristiques et dimensions (cotes en mm) :

TABLEAU VIII

TYPE	CORDE	ÉPAISSEUR	ÉPAISSEUR RELATIVE	REMARQUES
Profil K. T.	229	23,7	0,104	Re = 364 000
Profil K. T.	122	25,4	0,208	Re = 195 000
Profil K. T.	127	41,5	0,327	Résultat douteux
Ovale Rankine.	157	15,2	0,097	Re = 250 000
Ellipse.	137	25,4	0,185	Re = 217 000
Cercle.	?	?	1	Re = 26 800 Traînée mesurée par pression sur le cercle.

Les résultats sont donnés par la planche IX (*fig.* 16, 17, 18, 19, 20 et 21).

Il ressort de la méthode d'essai qu'elle était la mieux choisie qu'il se puisse être car il n'y avait certainement pas une grosse variation du nombre de Reynolds critique, puisque le canal spécial était inclus dans une soufflerie plus grande. Toutefois, si le gradient longitudinal était annulé, rien n'est dit quant à la répartition transversale de vitesse.

D'autre part, la mesure des sillages dans le plan médian permet, en effet, de considérer l'écoulement comme plan, tout au moins pour cette section. Toutefois, 23 m/s ne donnent qu'une faible pression dynamique de 33 kg/m², donc une précision assez faible dans les mesures.

Les couches limites sont faibles puisque, du bord des panneaux formant la soufflerie au droit de la maquette, il y a seulement 0,458 m. Avec une couche limite supposée turbulente l'épaisseur calculée ressort à 11,5 mm.

FAGE n'a pas précisé la position de son point de référence pour la mesure de vitesse de référence, car il avait à sa disposition deux méthodes différentes :

1° il pouvait placer son pitot de références (ou une prise statique de paroi) dans le plan médian de son canal spécial et l'étalonner par rapport à la statique, au droit de l'aile. Toutefois, ce point de référence devait se trouver, pour avoir une mesure correcte, au minimum à 1,5 corde en amont du bord d'attaque de l'aile ayant la plus grande corde, soit, pratiquement, à l'entrée de son canal spécial;

2° il pouvait se servir de la prise de paroi de la soufflerie de 4 pieds (ou de son pitot de référence) en l'étalonnant par rapport à la statique, au droit de l'aile, dans le canal spécial. Toutefois, dans ce cas, il ne pouvait être sûr que, avec l'aile en place, l'étalonnage serait valable, étant donné qu'il y a une perte de charge dans le canal spécial due à la présence de l'aile donc, en particulier, pour les faibles hauteurs du canal, un moindre débit dans celui-ci qu'à vide.

Enfin, nous allons nous permettre une critique de la matérialisation de la hauteur de veine désirée par des panneaux inclus dans un canal aérodynamique (*fig.* 22).

Le profil ou le corps solide, même placé à la portance nulle, possède une répartition de pression sur l'intrados et sur l'extrados. Par suite de cette répartition de pression et de son obstruction de solide il va induire sur les panneaux réglés, pour avoir un gradient nul hors de sa présence, une répartition de pression sur leur face interne. Par suite, il y aura une répartition de vitesse, sur les intrados et les extrados des panneaux, différente de celle qui existe quand le corps n'est pas en place. Ceci veut dire que la circulation autour des panneaux matérialisant le plancher et le plafond du canal spécial va varier. A son tour, elle va réagir sur la vitesse, au droit du corps, pour la modifier.

Regardons dans quel sens : faisons l'hypothèse que sans le corps les deux panneaux sont à la portance nulle.

Quand on met le corps en place il règne, sur les extrados des panneaux, des survites. Les panneaux étant des profils minces la circulation va devenir positive et créer un champ de survitesse au-dessus des extrados, dont au droit du profil. Cet effet sera d'autant plus exacerbé que les panneaux seront plus rapprochés. Il résulte de cet examen que les traînées mesurées sont plus élevées. D'un autre côté le gradient, qui était nul, ne

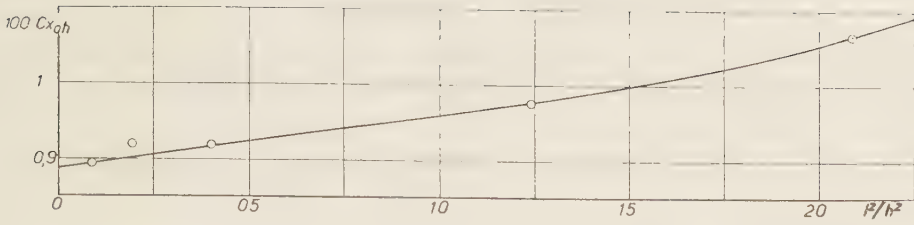
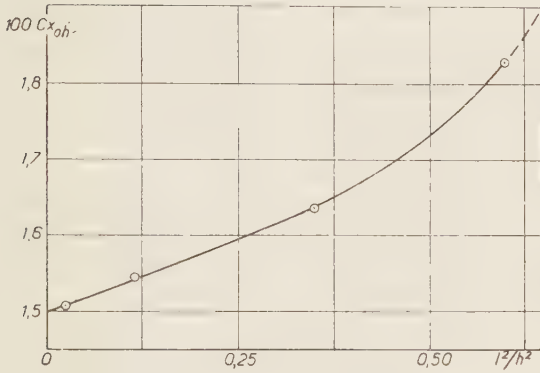
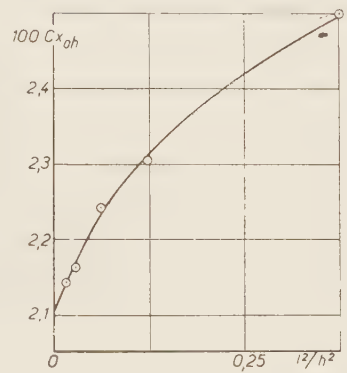
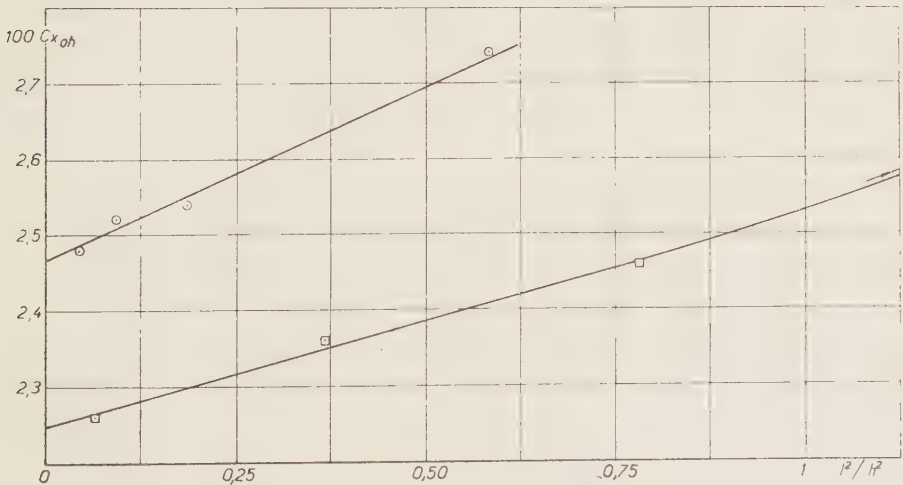
Fig. 16. — Profil Karman-Trefet $E = 1,104$ Fig. 17. — Profil Karman-Trefet $E = 0,208$ Fig. 18. — Profil Karman-Trefet $E = 0,327$ 

Fig. 19. — Ovale de Rankine $E = 0,097$

○ 1^{re} soufflerie $V_0 = 22,9$ m/s
 □ 2^e soufflerie $V_0 = 24,4$ m/s

le sera plus. Toutefois, il existe une compensation dans le fait suivant. Les panneaux sont longs par rapport à la corde des modèles essayés et, en général, ils sont assez éloignés du modèle pour que leur circulation induite soit faible.

On peut donc raisonnablement penser que le champ de survitesse induit dans le plan médian du canal spécial est uniforme. La traînée de gradient de pression est faible, l'erreur sur la vitesse de référence aussi.

Cependant, il ressort que les traînées mesurées sont certainement trop grandes, en particulier pour les faibles hauteurs de veine.

3. — Essais de portance et de moment.

Nous avons trouvé plusieurs documents expérimentaux. En particulier, il s'agit des résultats rassemblés dans le N.A.C.A. Report n° 782 « venant à l'appui » de la théorie échaffaudée par JULIAN, ALLEN, VINCENTI et WALTER.

Ces essais intéressent des modèles, ayant pour profil le N.A.C.A. 0012, de tailles différentes, essayés dans trois souffleries différentes :

- 1° la soufflerie de Ames Aeronautical Laboratory, de 7×10 pieds;
- 2° la soufflerie hypoturbulente de Langley Field, de $3 \times 7,5$ pieds;
- 3° la soufflerie à densité variable du N. A. C.A.

Nous donnons ci-après la description des maquettes de l'installation en soufflerie et des conditions d'essais pour les trois souffleries, les renseignements provenant soit du Report n° 782, soit d'autres sources (N.A.C.A. Rep. n° 824, etc.).

a) ESSAIS A LA SOUFFLERIE AMES AERONAUTICAL LABORATORY.

Les maquettes essayées avec une envergure de 6 pieds (1,835 m) étaient montées suivant la largeur de 7 pieds (2,130 m) de la veine d'expérience. Des embouts non pesés de 6 pouces (0,152 m) furent utilisés dans le but d'obtenir un écoulement bidimensionnel. Un jeu d'environ $1/32$ de pouce (0,8 mm) subsistait entre l'aile pesée, qui était reliée au châssis de la balance, et les embouts non pesés, qui étaient fixés aux parois de la soufflerie.

Les cordes des maquettes étaient de 2,5 pieds (0,762 m), 5 pieds (1,52 m), 8 pieds (2,44 m), ce qui donnait les l/h correspondants 0,25, 0,50, 0,80. Les nombres de Reynolds, étagés entre 2 000 000 et 6 000 000, permettent de conclure que la vitesse d'essai était uniformément de 38 m/s.

Aucune précision n'est donnée sur le point de mesure de la vitesse de référence.

La portance était déterminée à la fois par des pesées et par intégration des pressions le long de la corde, au voisinage de la section médiane. Les données présentées sont celles obtenues à partir des distributions de pression le long de la corde.

« Une comparaison entre les caractéristiques de portance en fonction de l'incidence, obtenues à la balance, et celles dérivées des intégrations des distributions de pression, montre que les pentes des courbes des premières sont beaucoup plus basses que celles des secondes. Ceci indique que la portance, au voisinage du centre de l'aile essayée, est plus forte que dans les sections voisines du jeu, c'est-à-dire que l'écoulement n'est pas bidimensionnel. »

Le Report n° 782 signale, en outre, que « les essais obtenus pour la maquette $l/h = 0,8$, une fois corrigés suivant les formules proposées, donnent une pente de portance

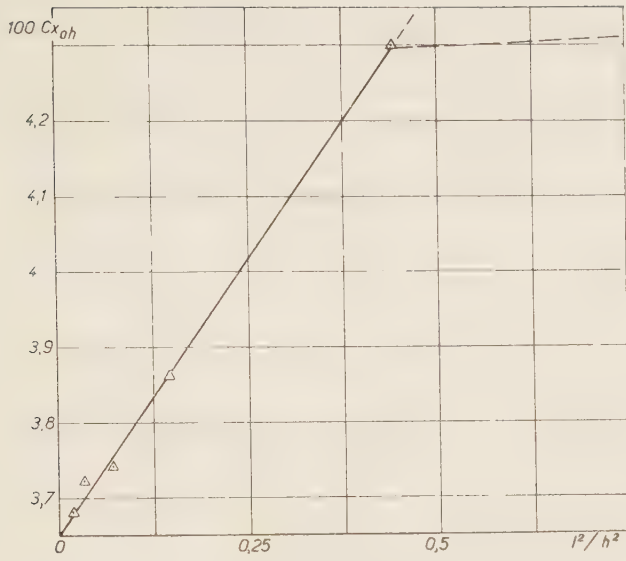


Fig. 20. — Ellipse

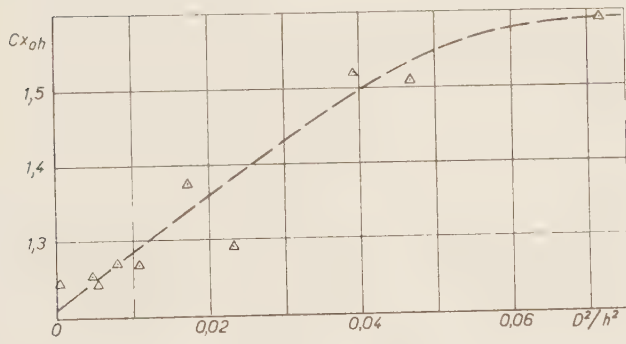


Fig. 21. — Cercle

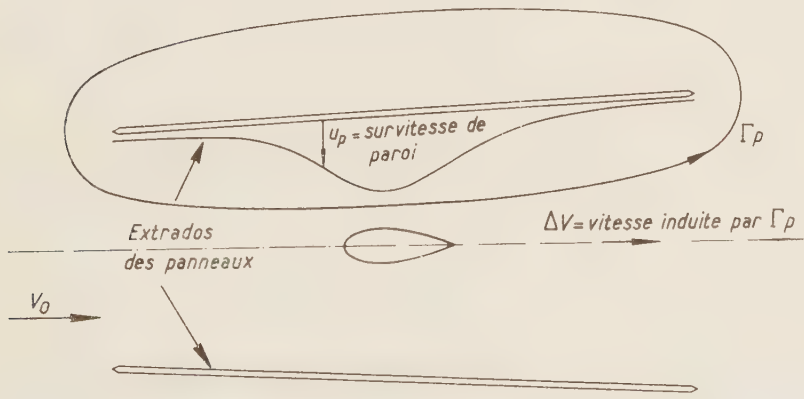


Fig. 22

faible par rapport aux autres essais. On pense que cela est dû à l'effet des fuites à travers les jeux ménagés au bout de la tranche pesée, dont l'influence devient plus prononcée au fur et à mesure que la corde de l'aile augmente par rapport à son envergure. A ce propos, des essais non donnés dans la soufflerie à basse vitesse de Langley Field ont montré que la présence d'un jeu quelconque à travers lequel des fuites peuvent se produire influence les caractéristiques aérodynamiques d'une façon surprenante. Ce fait a aussi été démontré par des essais du Ames Laboratory sur les ailes N. A. C. A. 0012 ».

En ce qui concerne les moments, il n'est pas dit s'ils dérivent des mesures de pression ou des pesées.

b) ESSAIS A LA SOUFFLERIE HYPOTURBULENTE DE LANGLEY FIELD.

La maquette essayée dans la soufflerie hypoturbulente de Langley Field avait une corde de 7,5 pieds (2,290 m), ce qui assurait un l/h égal à un.

Cette maquette avait une envergure de 3 pieds (0,915 m) et était directement accrochée sur les parois latérales sans aucun jeu.

La portance était déterminée par les mesures de la réaction sur le plancher et le plafond de la veine d'expérience, grâce à des prises de pression à la paroi.

D'après le Rapport N. A. C. A. n° 824, ces prises de pression se répartissent sur une longueur de 13 pieds (3,960 m). Par recoupement de différents textes, nous avons trouvé que la ligne de prise commençait à 5,3 pieds (1,615 m), en amont du quart de la corde des ailes, et finissait à 7,7 pieds (2,350 m), en aval de ce point, que l'axe de rotation des maquettes monté sur la balance passait par le quart de la corde des maquettes [voir pl. X (*fig. 23*)] (cf. N. A. C. A. Rep. n° 824 et N. A. C. A. T. N. n° 1283).

La vitesse de référence est donnée par des orifices de parois situés à mi-distance entre le plancher et le plafond. Nous avons vu plus haut, à propos des essais de pression sur le profil N.A.C.A. de la série 6, effectués dans la même soufflerie, que ces orifices devaient se trouver à 5 pieds en amont du point de rotation de la balance, soit donc à 0,485 corde en amont du bord d'attaque de l'aile.

Nous avons vu aussi de quelle façon la vitesse indiquée par ces orifices avait été corrigée de l'interaction due à la présence de la maquette. Il n'est pas précisé en particulier que ces essais ont été menés avec des calages de maquettes différents du calage de portance nulle.

Le gradient de pression statique longitudinal est annulé à vide par aspiration de la couche limite sur les parois latérales de la soufflerie. Le réglage d'aspiration est maintenu constant quand la maquette est en place.

c) ESSAIS A LA SOUFFLERIE A DENSITÉ VARIABLE DU N.A.C.A.

Nous rappelons simplement que les essais effectués dans la soufflerie à densité variable du N.A.C.A. le sont avec des maquettes d'aile d'envergure finie et que les résultats de portance et de moments sont corrigés suivant des formules de réduction de l'envergure finie à l'envergure infinie.

d) CRITIQUE DES ESSAIS ET CONCLUSIONS DU REPORT N° 782.

En ce qui concerne les essais effectués au Ames Laboratory nous remarquerons que le jeu extrêmement faible de 0,8 mm, entre les embouts et le tronçon pesé, ne semble pas permettre de fuite entre l'intrados et l'extrados de l'ensemble. Dans ce cas, il n'y a

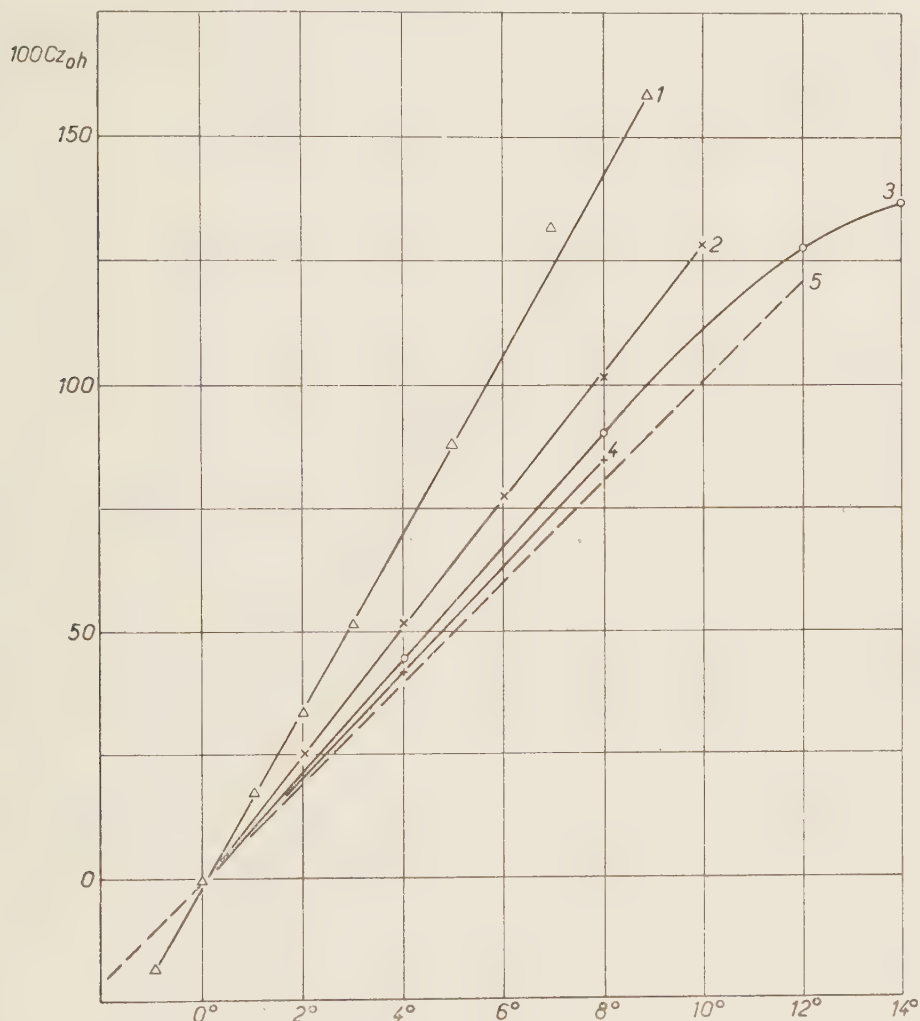


Fig. 23. — Essais de profils d'aile) Naca 0012) — Pep. 782

- | | | | | | | | |
|---|---|---------------------------------------|-------------|---|---|------------------------------------|--------------|
| 1 | { | Langey Memorial AER. LAB. | $l/h = 1$ | 2 | { | Ames AER. LAB. | $l/h = 0,8$ |
| | | Distrib. de pression plancher-plafond | | | | Distrib. de pression sur le profil | |
| 3 | { | Ames AER. LAB. | $l/h = 0,5$ | 4 | { | Ames AER. LAB. | $l/h = 0,25$ |
| | | Distrib. de pression sur le profil | | | | Distrib. de pression sur le profil | |
| 5 | { | Souf. à densité variable du Naca. | | | | | |
| | | pesée. | | | | | |

pas de perte marginale de portance du fait que le tourbillon marginal qui pourrait s'échapper du tronçon pesé est compensé par un tourbillon marginal qui s'échappe de l'embout et qui s'enroule en sens inverse. Or, il est dit dans ce rapport que l'on a mis des embouts de 6 pouces pour que l'écoulement autour du tronçon pesé puisse être

considéré comme bidimensionnel. Il est licite de penser que les couches limites développées sur les parois latérales de la veine noient tout ou partie de ces embouts de garde.

Nous savons alors qu'il s'échappe dans la couche limite des tourbillons d'extrémité dus au fait qu'il y a variation de la circulation locale le long de l'envergure, puisque dans la couche limite la vitesse de l'écoulement varie entre V et 0 . Ces tourbillons marginaux donnent naissance à des vitesses verticales induites en tous points de l'aile, qui se traduisent par une modification de l'incidence de l'écoulement pour chaque section de l'aile le long de l'envergure, donc de la portance. Les corrections qui en découlent ont été traitées par MÉNARD (réf. [17]). Cet ouvrage montre que la correction d'incidence pour chaque section dépend de l'épaisseur de déplacement de la couche limite qui est proportionnelle à la corde de la maquette.

Il est évident que les essais du Ames Laboratory sont affectés de ce phénomène parasite. Ce phénomène explique, en outre, la divergence entre les mesures de pression au centre de l'aile, où l'effet en est minimisé, et les pesées du tronçon, qui est affecté d'une perte de portance locale plus importante, en particulier au voisinage des extrémités.

Malheureusement, les courbes expérimentales correspondantes ne sont pas données et nous n'avons pu en déduire la correction due aux couches limites latérales.

En ce qui concerne l'essai effectué au Langley Memorial Aeronautical Laboratory il faut faire quelques réserves.

Nous savons simplement qu'il existe un excellent recoupement entre les essais de pression sur le profil, les essais de pression sur les parois de la soufflerie et les pesées, quand il s'agit de maquettes ayant une corde de 2 pieds.

Dans ce cas, la référence vitesse est située à 2,25 corde en amont du bord d'attaque des maquettes. Le coefficient de correction à appliquer au résultat de portance obtenu par la mesure des pressions sur les parois de la soufflerie, dû au fait que la longueur d'intégration n'est pas infinie, est valable car la ligne des prises de pression déborde notablement la longueur de la corde.

Pour la maquette qui nous intéresse, nous avons vu que la référence de vitesse était située seulement à 0,485 corde en amont du bord d'attaque et que la correction de vitesse due à la présence du corps avait été établie avec des ovales de Rankine. Il est donc possible, dans le cas présent, que la correction soit erronée et variable avec l'incidence de la maquette.

Les résultats de ces différents essais ont été rassemblés sur les planches X et XI (fig. 23 et 24).

Le Report n° 782 trouve que les résultats corrigés, suivant les formules qu'il propose, sont en excellent accord avec l'essai de la soufflerie à densité variable, sauf pour $l/h = 0,8$. Nous nous permettons, à ce sujet, quelques remarques.

Il est, dans la plupart des cas, interdit de comparer des résultats d'essai provenant de souffleries différentes, quand il s'agit de mettre en valeur un phénomène parasite. Les conditions d'essai sont toujours suffisamment différentes pour que des phénomènes parasites, connus ou non, altèrent les résultats que l'on veut comparer, à tel point que l'étude du phénomène envisagé est sujette à caution.

En particulier, dans le cas qui nous occupe, l'extrapolation des résultats, prove-

nant du Ames Laboratory, vers $l/h = 0$, donne une pente $dC_z/di = 0,103$. La pente de la courbe des essais de la soufflerie à densité variable du N.A.C.A. est $dC_z/di = 0,100$.

Nous noterons, en outre, qu'ayant effectué la correction préconisée par le N.A.C.A. Report n° 782, nous avons trouvé des pentes différentes des deux pentes citées à l'instant.

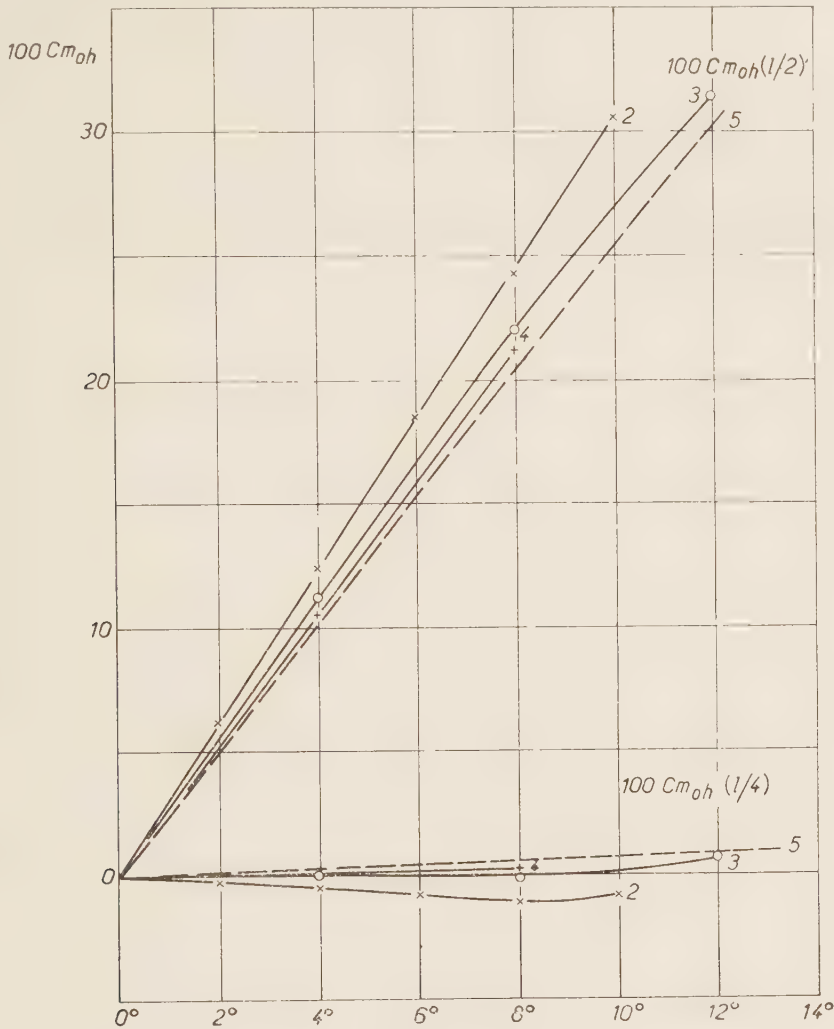


Fig. 24

Essais de profils d'aile
(NACA 0012) - REP. 782

Ames Aero Lab.
Dens. var. N.A.C.A.
Pesée

$\left\{ \begin{array}{l} 2 \quad l/h = 0,8 \\ 3 \quad l/h = 0,5 \\ 4 \quad l/h = 0,25 \\ 5 \quad l/h = z \end{array} \right.$

Les pentes corrigées, provenant du Ames Laboratory, décroissent avec les l/h croissants tout en restant inférieures à 0,103. La pente corrigée, provenant de Langley Field, est égale à 0,0933 alors que le N.A.C.A. Report n° 782 donne une pente de 0,100.

e) ESSAIS DE L'INSTITUT AÉRONAUTIQUE DE SAINT-CYR (publication O.N.E.R.A. n° 76).

Ces essais ont été effectués dans la soufflerie n° 1 de l'I. A.T. de Saint-Cyr, qui possède une veine de 2 m de diamètre.

Les trois maquettes avaient des cordes de 0,200 m, 0,400 m, 0,600 m. Elles comportaient des volets de courbure. Ces maquettes, de 0,780 m d'envergure, étaient montées « entre panneaux » verticaux. La figuration du plancher et du plafond était assurée par deux panneaux horizontaux, dont les écartements étaient 1 m, 1,50 m, ce qui donnait trois hauteurs de veine : 1 m, 1,50 m, 2 m. Le gradient de pression statique longitudinal dans les canaux spéciaux ainsi réalisés était annulé à vide par divergence des panneaux plancher-plafond. La pression dynamique de référence était relevée en amont des ailes en un point où elle était indépendante de la dimension de l'aile, de son incidence et du braquage des volets de courbure.

Les résultats de ces essais n'ont pu être pris en considération, car la représentation des parois plancher-plafond est mauvaise dans son principe : on se trouve, en réalité, devant un système triplan constitué par l'aile essayée et les deux panneaux horizontaux.

DEUXIÈME PARTIE

THÉORIE ET EXPÉRIENCES NOUVELLES

PRÉAMBULE

Nous venons de voir dans la première partie que les éléments expérimentaux permettant de juger de la validité des différentes théories étaient assez peu nombreux pour qu'il soit impossible d'émettre un jugement.

Il nous a paru nécessaire d'apporter des éléments expérimentaux nouveaux, plus complets et plus homogènes que les précédents, pour tenter de mieux comprendre le phénomène de l'effet de paroi.

Avant d'exposer les résultats des expériences que nous avons menées, il est bon d'essayer de préciser plus nettement la notion d'effet de paroi du point de vue physique. Nous verrons ensuite comment la théorie suit cette interprétation et ce que l'expérience en retient.

Définition de l'effet bouchon et de l'effet de courbure.

Considérons un point M de l'espace, fixe par rapport à un corps quelconque placé successivement dans un écoulement illimité constant en grandeur et direction, puis dans un écoulement limité par deux parois solides parallèles (*fig. 25*).

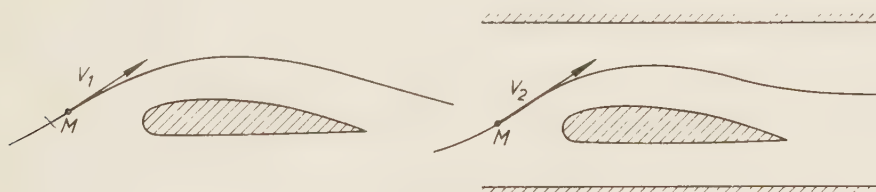


Fig. 25. — Écoulement illimité

Considérons les deux lignes de courant qui passent par le point M et les deux vecteurs vitesse V_1 et V_2 .

Ces deux vecteurs diffèrent en grandeur et direction.

La variation en grandeur $V_2 - V_1$, c'est l'effet bouchon.

La variation en direction, c'est l'effet de courbure.

Nous allons illustrer ces deux cas par des exemples simples.

Prenons une planche de bois ayant la forme du demi-corps infini, né de la présence d'une source dans un écoulement plan parallèle uniforme, et considérons un point M suffisamment éloigné du bord d'attaque pour que l'écoulement soit devenu plan parallèle (*fig. 26*).

Dans le cas de l'écoulement illimité nous aurons une vitesse parallèle à la vitesse à l'infini amont et égale en grandeur à celle-ci.

Dans le cas de l'écoulement limité nous aurons encore une vitesse parallèle à la vitesse à l'infini amont mais différente en grandeur, par suite du rétrécissement géométrique du canal.

Considérons maintenant une aube en tôle mince, ayant, par exemple, une section en arc de cercle (*fig. 27*).

Dans un écoulement illimité, elle se comporte comme un profil ordinaire. Elle possède, braquée convenablement, une portance. Considérons un point M à l'amont du bord d'attaque et sur la ligne de courant qui aboutit au point de vitesse nulle.

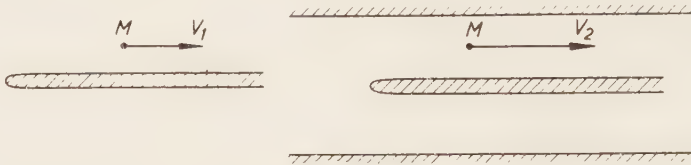


Fig. 26

Considérons cette aube dans un écoulement limité. L'aile étant très mince, le débit, au droit du point M, dans la section droite normale à la vitesse à l'infini amont, est conservé. L'intensité des vitesses ne sera pratiquement pas changée. Par contre, il est bien évident que la ligne de courant qui passe en M n'aboutira plus au bord d'attaque et la vitesse n'aura plus la même direction.

Nous nous trouvons dans un cas pur de l'effet de courbure.

En exprimant ceci d'une manière différente, le point M est soumis à une incidence aérodynamique différente. Il en sera de même pour tous les autres points de l'écoulement

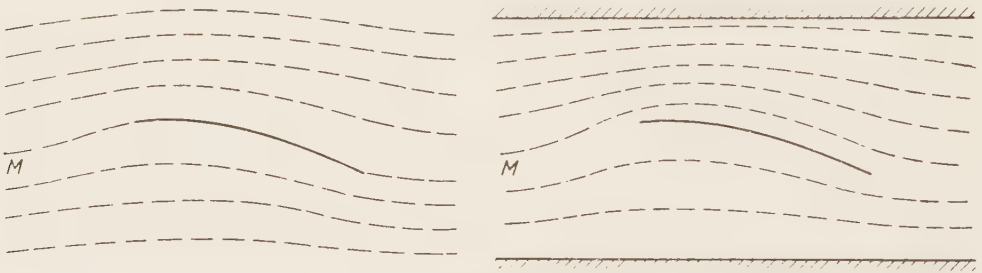


Fig. 27

et la variation d'incidence aérodynamique, en passant de l'écoulement illimité à l'écoulement limité, ne sera pas la même pour tous les points.

Considérons maintenant les points de l'extrados et de l'intrados de l'aube. Les deux propositions précédentes restent valables :

1° chaque couple de points est soumis à une incidence aérodynamique différente dans le passage de l'écoulement illimité à l'écoulement limité;

2° la variation d'incidence aérodynamique n'est pas constante pour tous les points du profil.

Ce qui amène à considérer que l'aube de l'écoulement limité correspond à une aube en écoulement illimité différente de forme, et ce, pour chaque braquage de l'aube.

THÉORIE DE L'EFFET DE PAROI

Nous allons exposer ci-dessous une méthode de calcul de l'effet de paroi, basée sur la méthode des images.

Soit un profil épais calé à une incidence i_∞ par rapport à son axe de portance nulle.

Plaçons le profil dans un écoulement rectiligne uniforme, de vitesse V_0 .

Soit m le doublet de remplacement du profil, barycentre des doublets élémentaires représentant la répartition d'épaisseur du profil le long de la corde.

Soit Γ_∞ la circulation du profil calé à l'incidence i_∞ , somme des circulations élémentaires $d\Gamma_\infty(x)/dx$ réparties le long de la corde.

Soit D le centre d'application du doublet unique et d sa distance au milieu de la corde du profil.

Soit F le foyer du profil et f sa distance au milieu de la corde du profil.

Soit $\rho V_0 \Omega_\infty$ le moment constant autour du foyer du profil.

En toutes circonstances, nous supposerons que la corde du profil peut être confondue avec l'axe de la soufflerie, et que la distribution des circulations élémentaires peut se faire sur la corde.

Plaçons le profil, calé à l'incidence géométrique $i_h = i_\infty$, dans un écoulement rectiligne uniforme de vitesse V_0 , limité par deux parois parallèles à cette vitesse, distantes de $h/2$ de l'axe de la soufflerie.

La contrainte des parois induit une courbure du champ aérodynamique au droit du profil, en même temps qu'une accélération de l'écoulement due à l'épaisseur du profil.

Nous allons exprimer la courbure du champ aérodynamique, l'accélération de l'écoulement, et en tirer les conséquences sur le fonctionnement aérodynamique du profil. Nous étudierons successivement :

- a) la courbure du champ aérodynamique autour du profil;
- b) la modification des caractéristiques globales du profil;
- c) la modification des caractéristiques locales;
- d) le champ aérodynamique autour du profil.

A. — REPRÉSENTATION DU PROFIL ET DE LA CONTRAINTE DES PAROIS

1. — Potentiel de remplacement du profil.

Nous supposons, pour ce calcul, que les circulations élémentaires sont concentrées au foyer de l'aile en une circulation et que l'épaisseur du profil est figurée par un doublet unique. Cherchons le potentiel de remplacement de ce profil, suffisant pour représenter le champ aérodynamique autour du profil réel, à une certaine distance de celui-ci, lorsque le champ dans lequel il est placé est rectiligne et uniforme. Prenons des axes liés à la vitesse passant par le milieu de la corde du profil.

L'écoulement uniforme est $-V_0 z$.

La circulation est représentée par un tourbillon Γ_∞ placé au foyer F :

$$- \frac{i\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log} (z - f).$$

L'épaisseur est représentée par un doublet d'intensité m placé au point D, très voisin du milieu de la corde :

$$= \frac{m}{2\pi} \cdot \frac{1}{z - d}.$$

La courbure du profil est représentée par le moment autour du foyer, donc par un doublet de tourbillons d'intensité Ω_∞ constante.

Le potentiel complexe de l'écoulement est :

$$(1) \quad F_0(z) = -V_0 z - \frac{i\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log} (z - f) - \frac{m}{2\pi} \frac{1}{z - d} + i \frac{\Omega_\infty}{2\pi z}.$$

Il est souvent plus commode de centrer au milieu de la corde du profil les singularités de remplacement, pour pouvoir éventuellement passer dans le plan du cercle générateur, sachant que le centre de transformation peut être, dans la plupart des cas, confondu avec le milieu de la corde.

Pour cela, on dérive par rapport à z ce qui donne la vitesse complexe. On ordonne suivant les puissances décroissantes de z , et l'on intègre, en négligeant, pour le cas qui nous occupe, les termes de puissance inférieure à -1 :

$$\begin{aligned} \frac{dF_0(z)}{dz} &= -V_0 - i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{1}{(z - f)} + \frac{m}{2\pi} \frac{1}{(z - d)^2} - i \frac{\Omega_\infty}{2\pi z^2} \\ &= -V_0 - i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{1}{z} \frac{1}{1 - f/z} + \frac{m}{2\pi} \frac{1}{z^2} \frac{1}{1 - d/z} - i \frac{\Omega_\infty}{2\pi z^2} \\ &= -V_0 - i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{1}{z} \left(1 + \frac{f}{z} + \frac{f^2}{z^2} \right) + \frac{m}{2\pi} \frac{1}{z^2} \left(1 + \frac{2d}{z} + \frac{3d^2}{z^2} \right) - i \frac{\Omega_\infty}{2\pi z^2}; \end{aligned}$$

$$(2) \quad \frac{dF_0(z)}{dz} = -V_0 - i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi z} - i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi z^2} + \frac{m}{2\pi z^2};$$

$$(3) \quad F_0(z) = -V_0 z - i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log } z + i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi z} - \frac{m}{2\pi z}.$$

a) VALIDITÉ DU POTENTIEL DE REMPLACEMENT.

Vérifions que pour les efforts sur le profil le potentiel est valable. Appliquons-lui les formules de Blasius donnant les efforts et le moment :

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} w^2 = \left(\frac{dF_0(z)}{dz} \right)^2 \text{ donne un seul terme en } \frac{1}{z} : \frac{2iV_0\Gamma_\infty}{2\pi z} \\ - \frac{X - iY}{\pi\rho} = \frac{iV_0\Gamma_\infty}{\pi}, \quad X = 0, \quad Y = \rho V_0\Gamma_\infty, \\ Cz_\infty = 0, \quad Cz_\infty = \frac{2\Gamma_\infty}{lV_0}, \end{array} \right.$$

zw^2 donne un seul terme en $\frac{1}{z}$ qui ait un coefficient imaginaire :

$$2iV_0 \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi z} \quad \text{d'où} \quad \frac{M}{\pi\rho} = \frac{2V_0(\Gamma_\infty f + \Omega_\infty)}{2\pi},$$

$$M = \rho V_0 (\Gamma_\infty f + \Omega_\infty) \quad \text{et} \quad Cm_\infty(l/2) = Cz_\infty \frac{f}{l} + \frac{2\Omega_\infty}{V_0 l^2}.$$

Le moment autour du foyer est alors :

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} Cm_\infty(F) = \frac{2\Omega_\infty}{V_0 l^2}, \\ Cm_\infty(l/2) = Cz_\infty \frac{f}{l} + Cm_\infty(F); \end{array} \right.$$

nous retrouvons les formules classiques.

2. — Potentiel complexe résultant.

Soit $f_0(z)$ le potentiel perturbateur du profil en écoulement illimité :

$$(6) \quad f_0(z) = -i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log } z + i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi z} - \frac{m}{2\pi z}.$$

Nous représentons les parois parallèles à V_0 , symétriques par rapport au milieu de la corde du profil et distantes entre elles de h , par la série infinie des profils images du profil original dans ces parois. Les profils images sont remplacés par un potentiel approché identique au potentiel approché du profil original.

Le potentiel image, situé à la distance $+ inh$ de l'axe, a pour potentiel :

$$f_n(z) = -i(-1)^n \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log}(z - inh) + i(-1)^n \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi(z - inh)} - \frac{m}{2\pi} \frac{1}{z - inh}.$$

Le profil image, situé à la distance $- inh$ de l'axe, a pour potentiel :

$$\bar{f}_n(z) = -i(-1)^n \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log}(z + inh) + i(-1)^n \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi(z + inh)} - \frac{m}{2\pi} \frac{1}{z - inh}.$$

Leurs potentiels complexes combinés deviennent :

$$\begin{aligned} f_n(z) + \bar{f}_n(z) &= -i(-1)^n \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log}(z + inh)(z - inh) + \dots \\ &+ i(-1)^n \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \left[\frac{1}{z + inh} + \frac{1}{z - inh} \right] - \frac{m}{2\pi} \left[\frac{1}{z + inh} + \frac{1}{z - inh} \right] \\ &= -i(-1)^n \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log}(z^2 + n^2 h^2) + i(-1)^n \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \frac{2z}{z^2 + n^2 h^2} - \frac{m}{2\pi} \frac{2z}{z^2 + n^2 h^2}. \end{aligned}$$

L'ensemble des potentiels est

$$f(z) = f_0(z) + \sum_{n=1}^{n=\infty} f_n(z) + \bar{f}_n(z) :$$

(7)

$$\begin{aligned} f(z) &= -i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \left[\text{Log} z + \sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^n \text{Log}(z^2 + n^2 h^2) \right] + i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \left[\frac{1}{z} + \sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^n \frac{2z}{z^2 + n^2 h^2} \right] \\ &\quad - \frac{m}{2\pi} \left[\frac{1}{z} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2z}{z^2 + n^2 h^2} \right] \\ &= -i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log} \cdot \text{tgh} \frac{\pi z}{2h} + i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{h} \text{coséch} \frac{\pi z}{h} - \frac{m}{2\pi} \frac{\pi}{h} \text{cotgh} \frac{\pi z}{h}. \end{aligned}$$

Le potentiel complexe résultant complet est :

$$F(z) = -V_0 z + f(z).$$

B. — COURBURE DU CHAMP AÉRODYNAMIQUE AUTOUR DU PROFIL

1. — Courbure du champ aérodynamique autour du profil.

La vitesse complexe résultante est :

(9)

$$w(z) = -i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{\pi}{h} \text{coséch} \frac{\pi z}{h} - i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \text{coséch} \frac{\pi z}{h} \text{cotgh} \frac{\pi z}{h} + \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \text{coséch}^2 \frac{\pi z}{h}.$$

La vitesse complexe induite qui définit la courbure du champ aérodynamique est

la différence entre la vitesse complexe résultante et la vitesse complexe due au profil original :

$$(10) \\ w_1(z) = -i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{\pi}{h} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi z}{h} - \frac{h}{\pi z} \right] - i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi z}{h} \operatorname{cotgh} \frac{\pi z}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 z^2} \right] \\ + \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi z}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 z^2} \right].$$

Au droit du profil, c'est-à-dire sur l'axe de la soufflerie ($z = x$), la vitesse induite a pour composantes :

$$(11) \\ u_1(x) = \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right] \quad \text{s'ajoutant à } -V_0;$$

$$(12) \\ v_1(x) = \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{\pi}{h} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} - \frac{h}{\pi x} \right] + \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} \operatorname{cotgh} \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right],$$

Ces deux composantes de la vitesse induite permettent de calculer la courbure du champ aérodynamique, c'est-à-dire l'incidence induite locale le long de la corde du profil :

$$\Delta i_{\text{local}} = \arctg \frac{v_1(x)}{V_0 - u_1(x)} \neq \frac{v_1(x)}{V_0 - u_1(x)} = \frac{v_1(x)/V_0}{1 - u_1(x)/V_0}, \\ \Delta i_{\text{local}} = \frac{\frac{\Gamma_\infty}{2\pi V_0} \frac{\pi}{h} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} - \frac{h}{\pi x} \right] + \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} \operatorname{cotgh} \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right]}{1 - \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right]}.$$

La formule peut se scinder en deux $\Delta i = \Delta i_1 + \Delta i_2$:

$$\Delta i_1 = \frac{\frac{\Gamma_\infty}{2\pi V_0} \frac{\pi}{h} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} - \frac{h}{\pi x} \right]}{1 - \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right]}, \\ \Delta i_2 = \frac{\frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} \operatorname{cotgh} \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right]}{1 - \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right]}.$$

Δi_1 est une fonction impaire de x , il définit principalement la courbure du champ aérodynamique.

Δi_2 est une fonction paire, il définit principalement la rotation de l'écoulement.

Cette proposition est exacte pour des cordes de profil relativement petites par rapport à la hauteur de veine. Dans ce cas, en effet, on a le droit de développer les fonctions hyperboliques et de ne retenir qu'un nombre limité de termes :

$$\operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} = \frac{h}{\pi x} - \frac{1}{6} \frac{\pi x}{h} + \frac{7}{360} \frac{\pi^3 x^3}{h^3} - \frac{31}{15120} \frac{\pi^5 x^5}{h^5},$$

$$\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi x}{h} = \frac{h^2}{\pi^2 x^2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \frac{\pi^2 x^2}{h^2} - \frac{2}{189} \frac{\pi^4 x^4}{h^4},$$

$$\operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} \cdot \operatorname{cotgh} \frac{\pi x}{h} = \frac{h^2}{\pi^2 x^2} + \frac{1}{6} - \frac{7}{120} \frac{\pi^2 x^2}{h^2} + \frac{31}{3024} \frac{\pi^4 x^4}{h^4}.$$

En se limitant à deux termes :

$$\Delta i_1 = \frac{\frac{\Gamma_\infty}{2\pi V_0} \frac{\pi}{h} \left[-\frac{1}{6} \frac{\pi x}{h} \right]}{1 - \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{h^2} \left[-\frac{1}{3} \right]} = \frac{-\frac{\Gamma_\infty}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{6 h^2} x}{1 + \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{3 h^2}}.$$

$$\Delta i_2 = \frac{\frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\frac{1}{6} \right]}{1 + \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{3 h^2}} = \frac{\frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{6 h^2}}{1 + \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{3 h^2}} = \text{Cte.}$$

Remarquons, en outre, que les fonctions qui interviennent sont toutes linéaires en l^2/h^2 , car :

Γ_∞, f, x sont proportionnels à l ;

Ω, m sont proportionnels à l^2 .

Nous pouvons transformer ces formules en introduisant les coefficients caractéristiques et en posant le dénominateur égal à D :

$$\Delta i_1 = -\frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} C z_\infty \frac{\pi^2 l x}{12 h^2}, \quad \Delta i_2 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \left[C z_\infty \frac{f}{l} + C m_\infty (F) \right] \frac{\pi^2 l^2}{12 h^2},$$

car :

$$\frac{\Gamma_\infty}{2\pi V_0} = \frac{1}{2\pi} \frac{l}{2} C z_\infty, \quad \frac{\Gamma_\infty l + \Omega_\infty}{2\pi V_0} = \frac{1}{2\pi} \frac{l^2}{2} \left[C z_\infty \frac{f}{l} + C m_\infty (F) \right],$$

$$D = 1 + \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{3 h^2}$$

2. — Déformation du squelette du profil.

Nous venons de voir que le profil considéré est placé dans un champ accéléré incurvé et subissant une rotation générale.

Son *fonctionnement* est équivalent au fonctionnement du profil ayant même répartition d'épaisseur que lui, placé dans un *champ rectiligne accéléré*, ayant une courbure

augmentée de la courbure du champ aérodynamique primitif et attaqué sous une incidence augmentée de l'incidence induite du champ aérodynamique primitif.

De cette façon les incidences locales et les vitesses axiales locales sont conservées, donc la répartition de pression le long des deux profils sera identique et leur portance sera la même ainsi que leur moment.

La courbure du profil est une propriété de son squelette (ou ligne moyenne). Nous étudions donc la variation de courbure du squelette.

a) DÉFORMATION ET ROTATION DU SQUELETTE POUR UN FAIBLE EFFET DE PAROI.

Tant que la corde est petite devant la hauteur de veine le problème est commode à traiter.

La rotation générale du profil est donnée par :

$$\Delta i_2 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \left[C z_\infty \frac{l}{l} + C m_\infty (F) \right] \frac{\pi^2 l^2}{12 h^2}.$$

La variation de courbure est définie par Δi_1 . En effet, cette variation de courbure

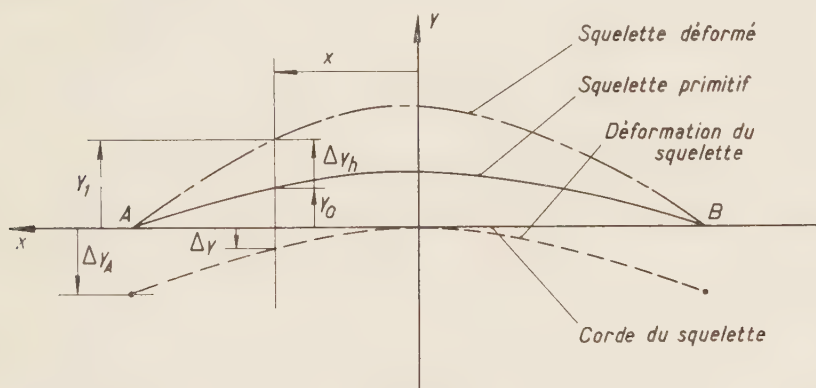


Fig. 28

est telle que l'incidence locale sur un élément du squelette déformé soit celle du courant incurvé sur l'élément correspondant du profil primitif (fig. 28).

Soit, à l'abscisse x :

- y_0 , l'ordonnée du squelette primitif;
- y_1 , l'ordonnée du squelette déformé;
- Δy , l'ordonnée de la déformation du squelette;
- Δy_A , l'ordonnée au bord d'attaque de la déformation du squelette :

$$y_1 = y_0 + \Delta y_h = y_0 - \Delta y_A + \Delta y,$$

$$\frac{d \Delta y}{dx} = \Delta i_1, \quad \Delta y = \int_0^x \Delta i_1 \cdot dx, \quad \Delta y_A = \int_0^{x_A} \Delta i_1 \cdot dx;$$

$$\Delta y = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} C z_{\infty} \frac{\pi^2 l^2}{12 h^2} \int_0^x \frac{x}{1} dx = - \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{12 h^2} \frac{x^2}{2l}$$

$$\Delta y_A = - \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} C z_{\infty} \frac{\pi^2 l^2}{12 h^2} \frac{l}{8}$$

$$\Delta y_h = \frac{1}{2l} \left[\frac{l^2}{4} - x^2 \right] \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} C z_{\infty} \frac{\pi^2 l^2}{12 h^2}$$

La déformation du squelette est parabolique pour un petit effet de paroi.

b) DÉFORMATION ET ROTATION DU SQUELETTE POUR UN GRAND EFFET DE PAROI.

Dans ce cas, on ne peut plus développer les fonctions de x dans les expressions des angles induits locaux partiels Δi_1 et Δi_2 . De ce fait, ils participent tous les deux à la variation de courbure et à la variation d'incidence globale du squelette et l'on ne peut

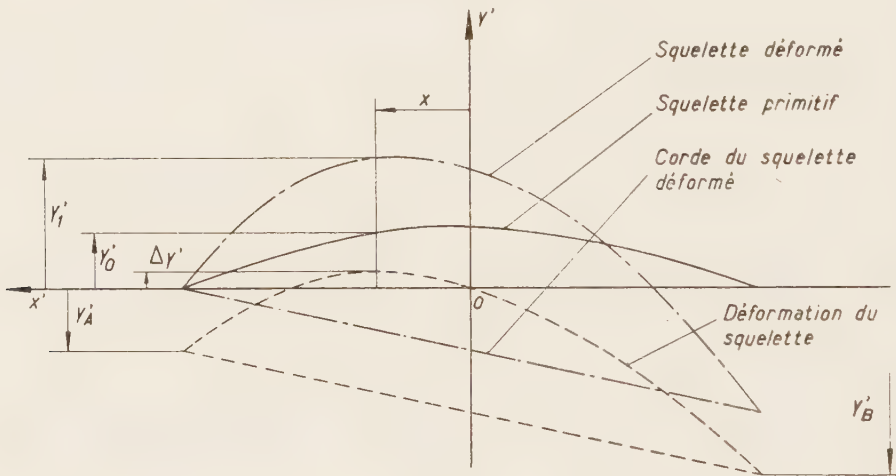


Fig. 29

définir, *a priori*, la déformation du squelette et sa rotation à partir des expressions de Δi_1 et Δi_2 .

On revient à la définition de la variation de courbure du profil qui veut que les incidences locales soient conservées dans le passage du champ incurvé au champ rectiligne accéléré.

Plaçons-nous dans des axes liés au squelette du profil primitif, $x'Oy'$ (fig. 29).

Soit, à l'abscisse x , le long de la corde du profil primitif :

y'_0 , l'ordonnée du squelette primitif;

y'_1 , l'ordonnée du squelette déformé;

$\Delta y'$, l'ordonnée de la déformation du squelette;

$\Delta y'_A$, l'ordonnée au bord d'attaque de la déformation du squelette :

$$y'_1 = y'_0 - \Delta y'_A + \Delta y',$$

$$\Delta y' = \int_0^x \frac{v_1(x)/V_0}{1 - u_1(x)/V_0} dx \quad \text{et} \quad \Delta y'_A = \int_0^{l/2} \frac{v_1(x)/V_0}{1 - u_1(x)/V_0} dx.$$

On est réduit, dans ce cas, à faire une intégrale graphique pour chaque hauteur de veine et pour chaque circulation. Toutefois, en faisant la légère approximation qui consiste à prendre la valeur moyenne du dénominateur dans l'intervalle $(-l/2, +l/2)$, les expressions de $\Delta y'$ et $\Delta y'_A$ donnent accès à une formule mathématique, l'intégrale étant rendue possible de ce fait.

On écrit alors :

$$\Delta y' = \frac{\int_0^x v_1(x)/V_0 dx}{\frac{1}{l} \int_0^{l/2} (1 - u_1(x)/V_0) dx} \quad \text{et} \quad \Delta y'_A = \frac{\int_0^{l/2} v_1(x)/V_0 \cdot dx}{\frac{1}{l} \int_0^{l/2} (1 - u_1(x)/V_0) dx}.$$

Cette approximation est valable car le terme $u_1(x)/V$ est petit devant 1.

Calculons ces deux intégrales :

$$\int_0^{l/2} u_1(x)/V_0 \cdot dx = -\frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi}{h} \left[\cotgh \frac{\pi x}{h} - \frac{h}{\pi x} \right]^{l/2} = -\frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi}{h} \left[\cotgh \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right],$$

$$1 - \frac{2}{l} \int_0^{l/2} u_1(x)/V_0 \cdot dx = 1 + \frac{m}{2\pi V_0} \frac{2\pi}{lh} \left[\cotgh \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right] = D,$$

$$\int_0^x \frac{v_1(x)}{V_0} \cdot dx = \frac{1}{2\pi} \frac{l}{2} Cz_\infty \left[\text{Log} \cdot \text{tgh} \frac{\pi x}{2h} - \text{Log} x \right] - \frac{1}{2\pi} \frac{\pi l^2}{2h} \left[Cz_\infty \frac{f}{l} + Cm_0(F) \right] \left[\coséch \frac{\pi x}{h} - \frac{h}{\pi x} \right],$$

$$\Delta y' = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{l}{2} Cz_\infty \left[\text{Log} \cdot \text{tgh} \frac{\pi x}{2h} - \text{Log} x \right] - \frac{\pi l^2}{2h} \left[Cz_\infty \frac{f}{l} + Cm_\infty(F) \right] \right\} \left[\coséch \frac{\pi x}{h} - \frac{h}{\pi x} \right],$$

$$\Delta y'_A = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{l}{2} Cz_\infty \left[\text{Log} \cdot \text{tgh} \frac{\pi l}{4h} - \text{Log} \frac{l}{2} \right] - \frac{\pi l^2}{2h} \left[Cz_\infty \frac{f}{l} + Cm_\infty(F) \right] \right\} \left[\coséch \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right].$$

Nous voyons qu'il est toujours possible de calculer ou de tracer la déformation du squelette du profil primitif. Remarquons qu'il suffit de trois tracés au maximum par hauteur de veine considérée, relatifs à trois circulations données, ou de deux tracés au maximum par circulation, relatifs à deux hauteurs de veine.

Donc, avec un ensemble de six points, on a, pour un grand effet de paroi, couvert tout le champ de déformation du squelette. Rappelons, en outre, que le calcul est très simple pour un faible effet de paroi.

Quelle que soit la méthode employée, nous obtenons la position du squelette déformé par rapport au squelette primitif (voir *fig. 30*).

3. — Variation d'incidence aérodynamique du profil.

Nous pouvons maintenant exprimer la variation d'incidence aérodynamique imposée par l'effet de paroi.

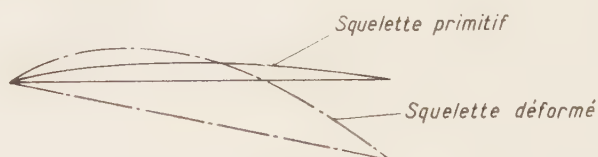


Fig. 30

Représentant le profil primitif et le profil déformé (*fig. 31*) dans des axes liés à la vitesse V_0 , conformément à notre schéma d'explication, nous appelons :

α : angle d'attaque de l'écoulement, l'incidence de l'écoulement par rapport à la corde du squelette du profil;

β : angle de portance nulle, l'angle que fait l'axe de portance nulle avec la corde du squelette;

i : incidence aérodynamique, l'incidence de l'écoulement par rapport à l'axe de portance nulle du profil.

Dans tous les cas :

$$i = \alpha + \beta :$$

— l'angle α se définit lui-même;

— l'angle de portance nulle est défini d'une façon plus complexe :

1° on peut faire appel à une méthode géométrique simple qui est en très bon

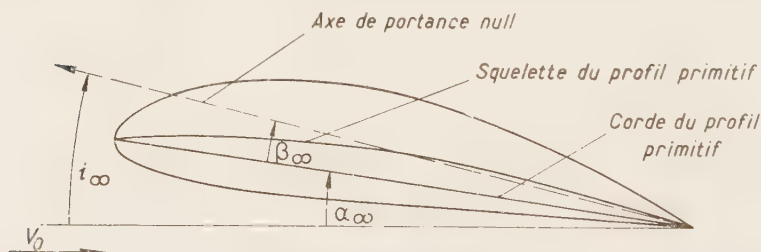


Fig. 31. — Profil primitif

accord avec l'expérience : l'axe de portance nulle partant du bord de fuite passe par le point du squelette où la tangente est parallèle à la corde du squelette;

2° on peut chercher la répartition de circulation qui satisfait à la forme du squelette et à l'angle d'attaque. Il est alors possible de calculer l'angle de portance nulle (méthode mathématique);

3° on peut chercher la transformation conforme qui permet de passer du cercle générateur au profil déformé. Il est alors possible de calculer l'angle de portance nulle.

Les variations d'angle d'attaque, d'angle de portance nulle, d'incidence aérodynamique sont les différences de ces grandeurs pour le squelette primitif et pour le squelette déformé.

La méthode graphique est rapide et précise (il suffit de dilater l'échelle des y).

Dans la plupart des cas, en particulier pour les profils primitifs peu cambrés, on pourra obtenir ces variations d'angle en traçant simplement la déformation du squelette

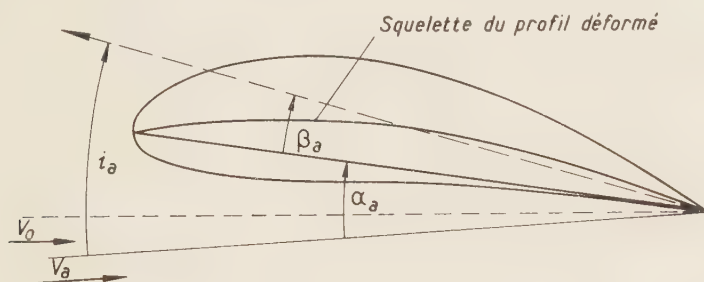


Fig. 31 bis. — Profil déformé

dans des axes liés au profil primitif. La méthode est rigoureuse pour la variation d'angle d'attaque; elle est approchée, mais suffisante, pour la variation d'angle de portance nulle et la variation d'incidence aérodynamique.

VARIATION DE L'ANGLE D'ATTAQUE DE L'ÉCOULEMENT ET DE L'ANGLE DE PORTANCE NULLE DU PROFIL (méthode mathématique).

Nous avons dit, un peu plus haut, que l'on pouvait calculer l'angle de portance nulle du squelette déformé en recherchant la *répartition de circulation qui satisfait à la forme du squelette et à l'angle d'attaque*. C'est cette méthode que nous appliquons.

Nous adoptons le développement en série de Fourier de Glauert pour l'expression

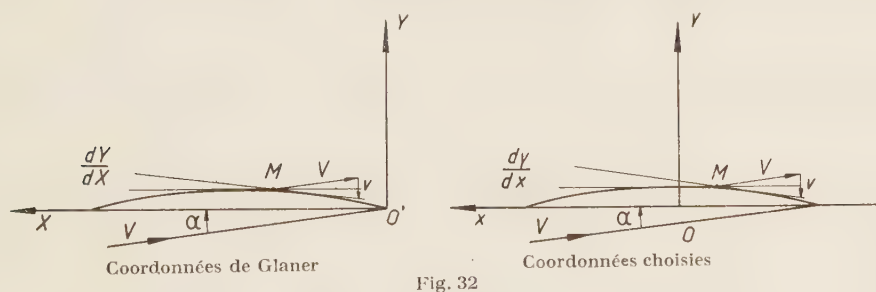


Fig. 32

de la circulation locale. Toutefois, nous faisons un changement d'axes de coordonnées : au lieu de placer l'origine au bord de fuite $XO'Y$, nous la plaçons au milieu de la corde du squelette xOy . Les axes sont parallèles et normaux à la corde du squelette, que ce soit pour le profil déformé ou le profil primitif (fig. 32).

GLAUERT pose :

$$X = \frac{1}{2} l (1 - \cos \theta), \quad dX = \frac{l}{2} \sin \theta \cdot d\theta;$$

$$\frac{d\Gamma}{dX} = 2V \left[A_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \sin n\theta \right],$$

$$\frac{v}{V} = - \left[A_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cos n\theta \right].$$

La condition de tangence impose :

$$\frac{dY}{dX} = -\alpha - \frac{v}{V};$$

dans nos coordonnées on a :

$$x = -\frac{l}{2} \cos \theta,$$

d'où :

$$X = \frac{l}{2} + x, \quad dx = \frac{l}{2} \sin \theta \, d\theta = dX;$$

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{d\Gamma}{dX} \cdot \frac{dX}{dx} = \frac{d\Gamma}{dX} = 2V \left[A_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \sin n\theta \right],$$

$$\frac{v}{V} = - \left[A_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cos n\theta \right].$$

La condition de tangence impose ;

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dY} \cdot \frac{dY}{dX} \cdot \frac{dX}{dx} = \frac{dY}{dX} = -\alpha - \frac{v}{V}.$$

α) Pour le squelette primitif nous avons dans nos coordonnées :

$$\frac{d\Gamma_\infty}{dx} = 2V_0 \left[A_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \sin n\theta \right],$$

$$\frac{v}{V_0} = - \left[A_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cos n\theta \right].$$

$$\frac{dy_0}{dx} = -\alpha_\infty - \frac{v}{V_0}.$$

β) Pour le squelette déformé nous avons dans nos coordonnées :

$$\frac{d\Gamma_h}{dx} = 2V_a \left[A'_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A'_n \sin n\theta \right],$$

$$\frac{v'}{\bar{V}_a} = - \left[A'_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} A'_n \cos n\theta \right],$$

$$\frac{dy_1}{dx} = -\alpha_a - \frac{v'}{\bar{V}_a},$$

γ) Relation entre les deux profils.

La relation qui lie les deux profils est celle reliant les ordonnées des squelettes, les cordes étant confondues (voir fig. 28); nous l'avons écrite plus haut :

$$y_1 = y_0 + \Delta y_h = y_0 - \Delta y_a + \Delta y.$$

Les pentes seules nous intéressent; dérivons par rapport à x :

$$\frac{dy_1}{dx} = \frac{dy_0}{dx} + \frac{d\Delta y}{dx} \quad \text{ou} \quad \frac{dy_1}{dx} - \frac{dy_0}{dx} = \frac{d\Delta y}{dx},$$

et :

$$\frac{dy_1}{dx} - \frac{dy_0}{dx} = -(\alpha_a - \alpha_\infty) - \left(\frac{v'}{\bar{V}_a} - \frac{v}{\bar{V}_0} \right),$$

$$\alpha_a - \alpha_\infty + \frac{v'}{\bar{V}_a} - \frac{v}{\bar{V}_0} = -\frac{d\Delta y}{dx},$$

qui est la relation désirée.

Nous pouvons maintenant utiliser la théorie des profils minces pour prévoir les caractéristiques globales et locales du squelette du profil placé entre parois.

Nous verrons plus loin le calcul des caractéristiques globales, mais, dans le cadre de ce paragraphe, nous allons étudier la variation d'angle d'attaque et la variation d'angle de portance nulle. Nous mènerons tout d'abord le calcul dans le cas simplifié d'un faible effet de paroi.

a) VARIATION DE L'ANGLE D'ATTAQUE ET DE L'ANGLE DE PORTANCE NULLE POUR UN FAIBLE EFFET DE PAROI.

Nous reprenons les relations écrites plus haut :

$$\Delta i_2 = \alpha_a - \alpha_\infty = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right],$$

$$\Delta i_1 = -\frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{6 h^2} C z_\infty \frac{x}{2l} = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{6 h^2} C z_\infty \frac{1}{4} \cos \theta,$$

$$\Delta i_1 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} 2 C z_\infty \cos \theta.$$

D'autre part, nous avons deux expressions de la variation de vitesse locale :

$$\frac{v'}{\bar{V}_a} - \frac{v}{\bar{V}_0} = -\frac{d\Delta y}{dx} - (\alpha_a - \alpha_\infty),$$

$$\frac{v'}{V_a} - \frac{v}{V_0} = - (A'_0 - A_0) - \sum_{n=1}^{n=\infty} (A'_n - A_n) \cos n \theta,$$

d'où :

$$\frac{d \Delta y}{dx} = - (\alpha_a - \alpha_\infty) + (A'_0 - A_0) + \sum_{n=1}^{n=\infty} (A'_n - A_n) \cos n \theta,$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} 2 C z_\infty \cos \theta = - \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right] + (A'_0 - A_0) \\ + \sum_{n=1}^{n=\infty} (A'_n - A_n) \cos n \theta. \end{aligned}$$

Cette égalité impose l'identité des termes constants et des coefficients des cosinus des arcs croissants en θ . Nous en extrayons les relations fondamentales entre les coefficients des développements de l'expression de la circulation locale, relations qui nous donneront les grandeurs cherchées :

$$\begin{aligned} A'_0 - A_0 &= \alpha_a - \alpha_\infty = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \left[4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right] \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2}, \\ A'_1 - A_1 &= \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} 2 C z_\infty, \\ A'_2 - A_2 &= 0, \\ &\bullet \\ &\bullet \\ &\bullet \\ A'_n - A_n &= 0. \end{aligned}$$

La théorie des profils minces donne pour expression de l'angle de portance nulle :

$$\beta = A_0 - \alpha + \frac{A_1}{2}.$$

Par suite, la variation d'angle de portance nulle est :

$$\beta_a - \beta_\infty = A'_0 - A_0 - (\alpha_a - \alpha_\infty) + \frac{A'_1 - A_1}{2} = \frac{1}{2} (A'_1 - A_1),$$

$$\beta_a - \beta_\infty = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} C z_\infty.$$

Concurremment, la variation d'incidence aérodynamique est :

$$i_a - i_\infty = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[C z_\infty + 4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right].$$

b) VARIATION DE L'ANGLE D'ATTAQUE ET DE L'ANGLE DE PORTANCE NULLE POUR UN GRAND EFFET DE PAROI.

Pour un grand effet de paroi, le calcul est plus délicat. Il n'est plus possible de

découper l'angle induit local Δi en deux parties, l'une constante, qui est la variation d'angle d'attaque, et l'autre variable, qui donne naissance à la variation d'angle de portance nulle.

Remarquons d'abord que les coordonnées de Glauert ou celles que nous avons choisies sont liées au profil. Il faut connaître, par suite, l'équation du squelette déformé dans des axes qui sont liés. Mais, par ailleurs, dans la condition de tangence, il n'apparaît que la pente locale du profil déformé; nous sommes donc limités à rechercher la variation de pente locale.

Provisoirement, considérons des axes $x'O'y'$ liés au profil primitif. Considérons,

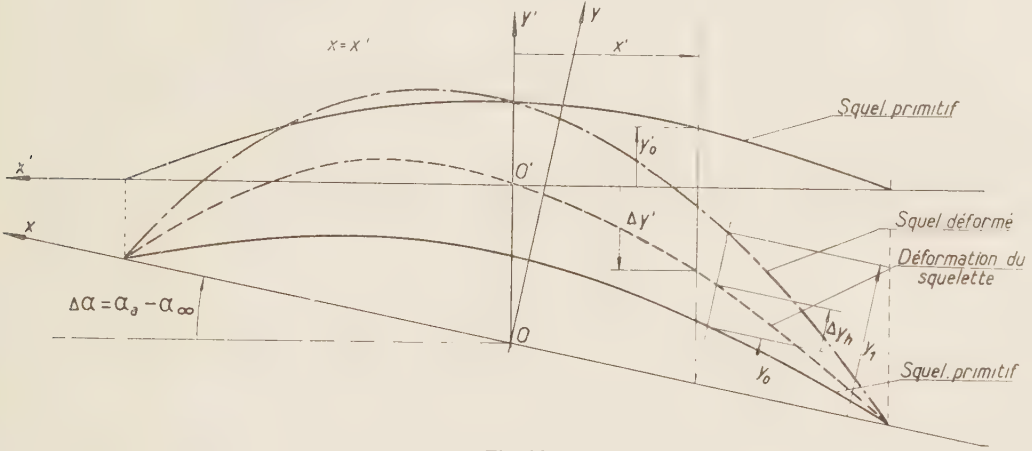


Fig. 33

dans ces axes, le squelette du profil primitif, la déformation du squelette et le squelette déformé (fig. 33).

Prenons des axes liés au squelette déformé xOy .

Soit :

$y_0(x)$, l'équation du squelette primitif;

$y_1(x)$, l'équation du squelette déformé;

Δy_h , l'équation de la déformation du squelette;

$y_{O'}$, l'ordonnée de O' dans les axes xOy ;

le changement d'axes donne :

$$x = x' \cos (\Delta \alpha) + y' \sin (\Delta \alpha),$$

$$y = y_{O'} - x' \sin (\Delta \alpha) + y' \cos (\Delta \alpha).$$

Comme $\Delta \alpha$ est petit, posons $\cos (\Delta \alpha) = 1$ et $\sin (\Delta \alpha) = (\Delta \alpha)$:

$$x = x' + y'. (\Delta \alpha),$$

$$y = y_{O'} + y' - x. (\Delta \alpha);$$

dérivons :

$$\begin{aligned} dx &= dx' + dy'. (\Delta \alpha) \\ dy &= dy' - dx'. (\Delta \alpha) \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy' - dx'. (\Delta \alpha)}{dx' + dy'. (\Delta \alpha)},$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy'}{dx'} - (\Delta\alpha)}{1 + \frac{dy'}{dx'} (\Delta\alpha)} \neq \left[\frac{dy'}{dx'} - (\Delta\alpha) \right] \left[1 - \frac{dy'}{dx'} (\Delta\alpha) \right] \neq \frac{dy'}{dx'} - (\Delta\alpha).$$

Par ailleurs :

$$y_1 = y_0 + \Delta y_h;$$

dérivons par rapport à x :

$$\frac{dy_1}{dx} = \frac{dy_0}{dx} + \frac{d\Delta y_h}{dx} = \frac{dy_0}{dx} + \frac{d\Delta y}{dx} = \frac{dy_0}{dx} + \frac{d\Delta y'}{dx'} - (\Delta\alpha).$$

Nous possédons la relation liant les pentes locales du squelette primitif et du squelette déformé. Toutes les fonctions entrant dans cette relation sont connues. Il reste à les exprimer.

Commençons par le calcul de $\Delta\alpha$ qui est la pente de la droite AB. Il suffit de connaître $\Delta y'_A$ et $\Delta y'_B$, car :

$$\Delta\alpha \neq \operatorname{tg} (\Delta\alpha) = + \frac{\Delta y'_A - \Delta y'_B}{l}.$$

Nous avons vu plus haut que :

$$\Delta y'_A = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{l}{2} C z_\infty \left[\operatorname{Log} \operatorname{tgh} \frac{\pi l}{4h} - \operatorname{Log} \frac{l}{2} \right] - \frac{\pi l^2}{2h} \left[C z_\infty \frac{f}{l} + C m_\infty (F) \right] \right\} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right] \{;$$

de même :

$$\Delta y'_B = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{l}{2} C z_\infty \left[\operatorname{Log} \operatorname{tgh} \frac{\pi l}{4h} - \operatorname{Log} \frac{l}{2} \right] + \frac{\pi l^2}{2h} \left[C z_\infty \frac{f}{l} + C m_\infty (F) \right] \right\} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right] \{.$$

$$\Delta\alpha = - \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi l}{h} \left[C z_\infty \frac{f}{l} + C m_\infty (F) \right] \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right];$$

c'est en même temps la variation d'angle d'attaque.

Par ailleurs, l'expression de $d\Delta y' / dx'$ est, comme nous l'avons vu plus haut :

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta y'}{dx'} = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\pi l}{h} \frac{C z_\infty}{2} \left\{ \operatorname{coséch} \frac{\pi x'}{h} - \frac{h}{\pi x'} \right\} \right. \\ \left. + \frac{\pi l^2}{h^2} \frac{1}{2} \left\{ C z_\infty \frac{f}{l} + C m_\infty (F) \right\} \left\{ \operatorname{coséch} \frac{\pi x'}{h} \operatorname{cotgh} \frac{\pi x'}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x'^2} \right\} \right\}. \end{aligned}$$

Ce qui nous intéresse, ce sont les expressions de $\Delta\alpha$ et de $d\Delta y' / dx'$ en fonction de l'arc θ ou, mieux encore, en fonction des cosinus des arcs croissants de θ .

De cette façon, la relation fondamentale entre le squelette primitif et le squelette déformé apparaîtra comme une égalité entre deux fonctions pour toutes les valeurs de θ , donc à une identité des coefficients des cosinus des arcs croissants en θ .

Il est nécessaire de développer, pour cela, les fonctions hyperboliques de x' et de remplacer x' par $-\frac{1}{2} \cdot \cos \theta$:

$$\operatorname{coséch} \frac{\pi x'}{h} - \frac{h}{\pi x'} = \frac{h}{\pi x'} - \frac{h}{\pi x'} - \frac{1}{6} \frac{\pi x'}{h} + \frac{7}{360} \frac{\pi^3 x'^3}{h^3} - \frac{31}{15120} \frac{\pi^5 x'^5}{h^5} + \dots,$$

$$\operatorname{coséch} \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} = \frac{2h}{\pi l} - \frac{2h}{\pi l} - \frac{1}{6} \frac{\pi l}{2h} + \frac{7}{360} \frac{\pi^3 l^3}{8h^3} - \frac{31}{15120} \frac{\pi^5 l^5}{32h^5} + \dots,$$

$$\operatorname{coséch} \frac{\pi x'}{h} \operatorname{cotgh} \frac{\pi x'}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x'^2} = \frac{h^2}{\pi^2 x'^2} - \frac{h^2}{\pi^2 x'^2} + \frac{1}{6} - \frac{7}{120} \frac{\pi^2 x'^2}{h^2} + \frac{31}{3024} \frac{\pi^4 x'^4}{h^4} - \dots$$

Introduisons θ :

$$\operatorname{coséch} \frac{\pi x'}{h} - \frac{h}{\pi x'} = \frac{1}{6} \frac{\pi l}{2h} \cos \theta - \frac{7}{360} \frac{\pi^3 l^3}{8h^3} \cos^3 \theta + \frac{31}{15120} \frac{h^5}{32\pi^5 l^5} - \dots,$$

$$\operatorname{coséch} \frac{\pi x'}{h} \operatorname{cotgh} \frac{\pi x'}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x'^2} = \frac{1}{6} - \frac{7}{120} \frac{\pi^2 l^2}{4h^2} \cos^2 \theta + \frac{31}{3024} \frac{\pi^4 l^4}{16h^4} \cos^4 \theta - \dots$$

or :

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta, \quad \cos^4 \theta = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{8} \cos 4\theta,$$

$$\cos^3 \theta = \frac{3}{4} \cos \theta + \frac{1}{4} \cos 3\theta, \quad \cos^5 \theta = \frac{5}{8} \cos \theta + \frac{5}{16} \cos 3\theta + \frac{1}{16} \cos 5\theta;$$

$$\operatorname{coséch} \frac{\pi x'}{h} - \frac{h}{\pi x'} = \cos \theta \left[\frac{1}{6} \frac{\pi l}{2h} - \frac{7}{360} \cdot \frac{3}{4} \frac{\pi^3 l^3}{8h^3} + \frac{31}{15120} \cdot \frac{5}{8} \frac{\pi^5 l^5}{32h^5} - \dots \right]$$

$$+ \cos 3\theta \left[-\frac{7}{360} \cdot \frac{1}{4} \frac{\pi^3 l^3}{8h^3} + \frac{31}{15120} \cdot \frac{5}{16} \frac{\pi^5 l^5}{32h^5} - \dots \right]$$

$$+ \cos 5\theta \left[+\frac{31}{15120} \cdot \frac{1}{16} \frac{\pi^5 l^5}{32h^5} - \dots \right] + \dots$$

$$\operatorname{coséch} \frac{\pi x'}{h} \operatorname{cotgh} \frac{\pi x'}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x'^2} = \frac{1}{6} - \frac{7}{120} \cdot \frac{1}{2} \frac{\pi^2 l^2}{4h^2} + \frac{31}{3024} \cdot \frac{3}{8} \frac{\pi^4 l^4}{16h^4} - \dots$$

$$+ \cos 2\theta \left[-\frac{7}{120} \cdot \frac{1}{2} \frac{\pi^2 l^2}{4h^2} + \frac{31}{3024} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^4 l^4}{16h^4} - \dots \right]$$

$$+ \cos 4\theta \left[\frac{31}{3024} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{\pi^4 l^4}{16h^4} - \dots \right] + \dots$$

Revenons à l'équation de relation entre le squelette primitif et le squelette déformé :

$$\frac{dy_1}{dx} - \frac{dy_0}{dx} = \frac{d\Delta y}{dx} = \frac{d\Delta y'}{dx} - (\Delta\alpha) = -(\alpha_a - \alpha_\infty) - \left| \frac{v'}{V_a} - \frac{v}{V_0} \right|$$

ou :

$$\frac{d\Delta y'}{dx'} = - \left[\frac{v'}{V_a} - \frac{v}{V_0} \right] \dots$$

En introduisant le développement de $v'/V_a - v/V_0$, on a :

$$\frac{d\Delta y'}{dx'} = + (A'_0 - A_0) + \sum_{n=1}^{\infty} (A'_n - A_n) \cos n \theta.$$

L'égalité des deux membres impose l'identité des coefficients :

$$A'_0 - A_0 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{h^2} \frac{1}{2} \left[Cz_\infty \frac{f}{l} + Cm_\infty (F) \right] \left[\frac{1}{6} - \frac{7}{120} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{6 \times 224} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} - \dots \right]$$

$$+ \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right] \left[1 - \frac{7}{20} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{224} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} - \dots \right]$$

$$A'_1 - A_1 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} 2 Cz_\infty \left[1 - \frac{7}{40} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} - \dots \right]$$

$$A'_2 - A_2 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right] \left[-\frac{7}{20} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{168} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} - \dots \right],$$

La variation d'angle de portance nulle se calcule comme pour le cas simplifié :

$$\beta_a - \beta_\infty = (A'_0 - A_0) - (\alpha_a - \alpha_\infty) + \frac{1}{2} (A'_1 - A_1),$$

avec :

$$\alpha_a - \alpha_\infty = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right] \left[1 - \frac{7}{30} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{420} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right],$$

$$\begin{aligned} \beta_a - \beta_\infty = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \left[4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right] \left[1 - 1 - \left(\frac{7}{20} - \frac{7}{30} \right) \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} \right. \right. \\ \left. \left. + 31 \left(\frac{1}{224} - \frac{1}{420} \right) \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right] + Cz_\infty \left[1 - \frac{7}{40} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_a - \beta_\infty = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ Cz_\infty - \left[\frac{7}{40} Cz_\infty - \frac{7}{60} \left(4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} \right. \\ \left. + \left[\frac{31}{672} Cz_\infty - \frac{31}{180} \left(4 Cz_\infty \frac{f}{l} + Cm_\infty (F) \right) \right] \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right\}. \end{aligned}$$

La variation d'incidence aérodynamique globale est la somme de la variation d'angle d'attaque et de la variation d'angle de portance nulle :

$$\begin{aligned} i_a - i_\infty = \beta_a - \beta_\infty + \alpha_a - \alpha_\infty = (A'_0 - A_0) - (\alpha_a - \alpha_\infty) + 1/2 (A'_1 - A_1) + (\alpha_a - \alpha_\infty) \\ = (A'_0 - A_0) + 1/2 (A'_1 - A_1), \end{aligned}$$

$$i_a - i_\infty = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \left[Cz_\infty + 4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right] - \left[\frac{7}{40} Cz_\infty + \frac{7}{20} \left(4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \left[\frac{31}{672} Cz_\infty + \frac{31}{224} \left(4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right) \right] \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right\}.$$

Nous sommes maintenant en possession de tous les éléments pour calculer les conséquences de l'effet de paroi.

Nous avons conservé les termes de puissance 6 pour aboutir à une formule correcte jusqu'à $l/h = 1$.

C. — MODIFICATION DES CARACTÉRISTIQUES GLOBALES DU PROFIL

1. — Effet de l'épaisseur du profil sur les caractéristiques globales.

Pour calculer l'effet de l'épaisseur du profil sur les caractéristiques globales, c'est-à-dire sur la portance et le moment, nous nous servirons des formules de Blasius

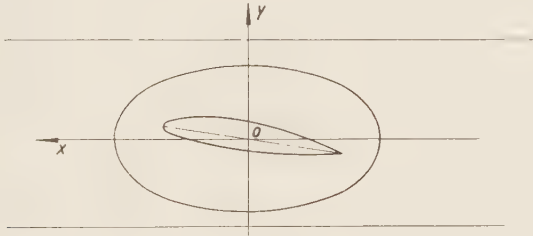


Fig. 34

donnant les efforts et le moment autour de l'origine à partir du potentiel complet de l'écoulement en prenant un contour fermé entourant le profil et déduit de celui-ci par déformation continue (voir fig. 34).

Nous rappelons que le potentiel complexe résultant, qui nous a servi de base de départ, a pour expression :

$$F(z) = -V_0 z - i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \text{Log} \cdot \text{tgh} \frac{\pi z}{2h} + i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{h} \text{coséch} \frac{\pi z}{h} \text{cotgh} \frac{\pi z}{h} - \frac{m}{2\pi} \frac{\pi}{h} \text{cotgh} \frac{\pi z}{h}.$$

La vitesse complexe résultante est :

$$w_1(z) = -V_0 - i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{h} \text{coséch} \frac{\pi z}{h} - i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \text{coséch} \frac{\pi z}{h} \text{cotgh} \frac{\pi z}{h} + \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \text{coséch}^2 \frac{\pi z}{h}.$$

Nous avons besoin de développer les fonctions hyperboliques de z suivant les puissances croissantes de z . Ces développements sont valables pour tous points du plan z , sauf pour $z = 0$:

$$\operatorname{coséch} \frac{\pi z}{h} = \frac{h}{\pi z} - \frac{1}{6} \frac{\pi z}{h} + \frac{7}{360} \frac{\pi^3 z^3}{h^3} - \frac{31}{15120} \frac{\pi^5 z^5}{h^5} + \dots$$

$$\operatorname{cotgh} \frac{\pi z}{h} = \frac{h}{\pi z} - \frac{1}{3} \frac{\pi z}{h} - \frac{1}{45} \frac{\pi^3 z^3}{h^3} + \frac{2}{945} \frac{\pi^5 z^5}{h^5} - \dots,$$

$$\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi z}{h} = \frac{h^2}{\pi^2 z^2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \frac{\pi^2 z^2}{h^2} - \frac{2}{189} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} + \dots$$

$$\operatorname{cotgh} \frac{\pi z}{h} \cdot \operatorname{coséch} \frac{\pi z}{h} = \frac{h^2}{\pi^2 z^2} + \frac{1}{6} - \frac{7}{120} \frac{\pi^2 z^2}{h^2} + \frac{31}{3024} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} - \dots$$

$$\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi z}{h} \cdot \operatorname{cotgh} \frac{\pi z}{h} = \frac{h^3}{\pi^3 z^3} - \frac{1}{15} \frac{\pi z}{h} + \frac{4}{189} \frac{\pi^3 z^3}{h^3} - \dots$$

Par suite :

$$w(z) = -V_0$$

$$\begin{aligned} & -i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{h} \left[\frac{h}{\pi z} - \frac{1}{6} \frac{\pi z}{h} + \frac{7}{360} \frac{\pi^3 z^3}{h^3} - \frac{31}{15120} \frac{\pi^5 z^5}{h^5} + \dots \right] \\ & -i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \left[\frac{h^2}{\pi^2 z^2} + \frac{1}{6} - \frac{7}{120} \frac{\pi^2 z^2}{h^2} + \frac{31}{3024} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} - \dots \right] \\ & + \frac{m}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \left[\frac{h^2}{\pi^2 z^2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \frac{\pi^2 z^2}{h^2} - \frac{2}{189} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} + \dots \right]; \end{aligned}$$

$$w^2(z) = V_0^2$$

$$\begin{aligned} & + \left[-i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{h} \right]^2 \left[\frac{h}{\pi z} - \frac{1}{6} \frac{\pi z}{h} + \frac{7}{360} \frac{\pi^3 z^3}{h^3} - \frac{31}{15120} \frac{\pi^5 z^5}{h^5} + \dots \right]^2 \\ & + \left[-i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \right]^2 \left[\frac{h^2}{\pi^2 z^2} + \frac{1}{6} - \frac{7}{120} \frac{\pi^2 z^2}{h^2} + \frac{31}{3024} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} - \dots \right]^2 \\ & + \left[\frac{m}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \right]^2 \left[\frac{h^2}{\pi^2 z^2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \frac{\pi^2 z^2}{h^2} - \frac{2}{189} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} + \dots \right]^2 \\ & + 2V_0 i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{\pi}{h} \left[\frac{h}{\pi z} - \frac{1}{6} \frac{\pi z}{h} + \frac{7}{360} \frac{\pi^3 z^3}{h^3} - \frac{31}{15120} \frac{\pi^5 z^5}{h^5} + \dots \right] \\ & + 2V_0 i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\frac{h^2}{\pi^2 z^2} + \frac{1}{6} - \frac{7}{120} \frac{\pi^2 z^2}{h^2} + \frac{31}{3024} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} - \dots \right] \\ & - 2V_0 \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\frac{h^2}{\pi^2 z^2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \frac{\pi^2 z^2}{h^2} - \frac{2}{189} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} + \dots \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -2 \frac{\Gamma_{\infty}}{2\pi} \frac{\pi}{h} \cdot \frac{\Gamma_{\infty} f + \Omega_{\infty}}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \left[\frac{h}{\pi z} - \frac{1}{6} \frac{\pi z}{h} + \frac{7}{360} \frac{\pi^3 z^3}{h^3} - \frac{31}{15120} \frac{\pi^5 z^5}{h^5} \dots \right] \\
 & \quad \times \left[\frac{h^2}{\pi^2 z^2} + \frac{1}{6} - \frac{7}{120} \frac{\pi^2 z^2}{h^2} + \frac{31}{3024} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} \dots \right] \\
 & -2i \frac{\Gamma_{\infty}}{2\pi} \frac{\pi}{h} \cdot \frac{m}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \left[\frac{h}{\pi z} - \frac{1}{6} \frac{\pi z}{h} + \frac{7}{360} \frac{\pi^3 z^3}{h^3} - \frac{31}{15120} \frac{\pi^5 z^5}{h^5} \dots \right] \\
 & \quad \times \left[\frac{h^2}{\pi^2 z^2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \frac{\pi^2 z^2}{h^2} - \frac{2}{189} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} \dots \right] \\
 & -2i \frac{\Gamma_{\infty} f - \Omega_{\infty}}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \cdot \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\frac{h^2}{\pi^2 z^2} + \frac{1}{6} - \frac{7}{120} \frac{\pi^2 z^2}{h^2} + \frac{31}{3024} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} - \dots \right] \\
 & \quad \times \left[\frac{h^2}{\pi z^2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \frac{\pi^2 z^2}{h^4} - \frac{2}{189} \frac{\pi^4 z^4}{h^4} + \dots \right].
 \end{aligned}$$

a) CALCUL DES EFFORTS.

La formule de Blasius est :

$$-\frac{X - i Y}{\pi \rho} = \text{terme en } \frac{1}{z} \text{ de } w^2(z).$$

Les termes en $1/z$ qui nous intéressent sont :

$$\begin{aligned}
 2i V_0 \frac{\Gamma_{\infty}}{2\pi} \frac{h}{\pi} \frac{\pi}{h}, \quad 2 \frac{\Gamma_{\infty}}{2\pi} \frac{\pi}{h} \cdot \frac{\Gamma_{\infty} f + \Omega_{\infty}}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \left[\frac{1}{6} \frac{h}{\pi} - \frac{1}{6} \frac{h}{\pi} \right], \quad -2i \frac{\Gamma_{\infty}}{2\pi} \frac{\pi}{h} \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[-\frac{1}{3} \frac{h}{\pi} - \frac{1}{7} \frac{\pi}{h} \right] \\
 \cdot \frac{X - i Y}{\pi \rho} = 2i V_0 \frac{\Gamma_{\infty}}{2\pi} + 2i \frac{1}{2} \frac{\Gamma_{\infty}}{2\pi} \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2}, \\
 X = 0, \quad Y = \rho V_0 \Gamma_{\infty} \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{2h^2} \right].
 \end{aligned}$$

b) CALCUL DU MOMENT.

La formule de Blasius est :

$$\frac{M}{\pi \rho} = \text{partie imaginaire du coefficient de } \frac{1}{z} \text{ de } z \cdot w^2(z),$$

Les termes en $1/z$ qui nous intéressent sont :

$$2i V_0 \frac{\Gamma_{\infty} f + \Omega_{\infty}}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \cdot \frac{h^3}{\pi^2}, \quad -2i \frac{\Gamma_{\infty} f + \Omega_{\infty}}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \cdot \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[-\frac{1}{3} \frac{h^2}{\pi^2} + \frac{1}{6} \frac{h^2}{\pi^2} \right].$$

En conséquence :

$$M = \rho V_0 (\Gamma_{\infty} f + \Omega_{\infty}) \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{6h^2} \right].$$

Nous voyons, d'après les formules finales, que seul l'effet de l'épaisseur de l'aile intervient.

Pour mettre en lumière la modification des caractéristiques du profil due aux vitesses induites par l'ensemble du système des singularités images, il existe trois méthodes :

α) on évalue l'effet des vitesses induites sur la circulation globale en appliquant le théorème de Kutta-Joukowski en un point sensible de l'aile. Cette méthode est délicate dans le choix du point sensible;

β) on passe du potentiel complexe dans le plan du profil au potentiel complexe dans le plan du cercle générateur et l'on évalue directement les efforts en intégrant les pressions élémentaires et leur moment le long du cercle, en appliquant concurremment la condition de Kutta-Joukowski au point transformé du bord de fuite du profil. Cette méthode oblige à connaître la transformation conforme qui lie le cercle au profil;

γ) on évalue la modification des circulations locales en se basant sur la théorie des profils minces, comme nous l'avons fait plus haut. Nous en extrairons facilement les variations de circulation globale et de moment global. Toutefois, nous disposons en même temps de la modification des pressions locales le long du profil. Cette méthode nous est directement accessible grâce à la notion de squelette déformé.

2. Effet de la déformation du squelette du profil sur les caractéristiques globales de l'aile.

Pour évaluer l'effet de la déformation du squelette du profil sur les caractéristiques globales de l'aile, nous nous appuyons, comme nous venons de le dire, sur la théorie des profils minces.

Dans la première partie de ce paragraphe nous étudions donc la modification des caractéristiques globales entraînée par la variation d'incidence aérodynamique calculée plus haut. Les corrections que nous allons trouver se rapportent donc à la comparaison du profil en écoulement illimité et en soufflerie, calé à la même incidence géométrique.

Corrections à incidence géométrique constante

a) VARIATION DE CIRCULATION UNITAIRE POUR LES SQUELETTES.

D'après la théorie des profils minces la portance est la somme des circulations locales. Il en résulte que l'on aboutit à la formule générale classique :

$$\Gamma = \pi (2A_0 + A_1),$$

Γ étant le coefficient de circulation unitaire rapporté à la vitesse V du courant uniforme auquel le profil est réellement soumis :

$$\Gamma = 2\Gamma/V.$$

Dans le cas qui nous occupe nous avons :

— pour le squelette du profil primitif :

$$\Gamma_\infty = \pi (2A_0 + A_1),$$

rapportée à la vitesse V_0 ;

— pour le squelette du profil déformé :

$$\Gamma_h = \pi (2A'_0 + A'_1),$$

rapportée à la vitesse V_a définie plus haut par la relation $V_a = DV_0$.

V_0 et V_a sont, pour chacun des cas, la vitesse effective à laquelle est soumis le profil. Les coefficients Γ_∞ et $\bar{\Gamma}_h$ reflètent bien l'augmentation de circulation car si l'on voulait connaître l'effort en kilogramme exercé par le fluide sur le profil soumis à une vitesse V , la pression dynamique serait, dans le premier cas, $\rho/2 V_0^2$ et, dans le deuxième cas, $\rho/2 V_a^2$.

Ceci étant admis, nous pouvons calculer la variation de circulation unitaire :

$$\Gamma_h - \Gamma_\infty = \Delta\Gamma = \pi (2A'_0 + A'_1) - \pi (2A_0 + A_1) = \pi [2(A'_0 - A_0) + (A'_1 - A_1)] \\ = 2\pi (i_a - i_\infty),$$

$$\Delta = \frac{1}{D} \left[\frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \right] \left[Cz_\infty + 4 Cz_\infty \frac{l}{l} + 4 Cm_\infty(F) \right] - \left[\frac{7}{40} Cz_\infty + \frac{7}{20} \left(4 Cz_\infty \frac{l}{l} + 4 Cm_\infty(F) \right) \right] \left[\frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} \right] \\ + \left[\frac{31}{672} Cz_\infty + \frac{31}{224} \left(4 Cz_\infty \frac{l}{l} + 4 Cm_\infty(F) \right) \right] \left[\frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right].$$

b) VARIATION DE MOMENT POUR LES SQUELETTES.

D'après la théorie des profils minces, le moment, par rapport à un point, est la somme des moments des circulations élémentaires par rapport à ce point.

Par suite, le moment, par rapport au milieu de la corde, a pour expression l'intégrale suivante :

$$M(l/2) = \rho V \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{d\Gamma}{dx} x dx \\ = - \frac{\rho}{2} l V \int_0^\pi \frac{d\Gamma}{dx(\theta)} \cos \theta dx(\theta);$$

or :

$$- \int_0^\pi \cos \theta \cdot \frac{d\Gamma}{dx(\theta)} dx(\theta) = V l \int_0^\pi \left[A_0 \cos \theta (1 - \cos \theta) + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \sin n\theta \sin \theta \cos \theta \right] d\theta$$

$$= V l \frac{\pi}{2} A_0 - V \frac{l}{2} \frac{\pi}{2} A_2 = V_0 l \frac{\pi}{2} \left[A_0 - \frac{A_2}{2} \right],$$

$$M(l/2) = \frac{\rho}{2} V^2 l^2 \frac{\pi}{2} \left[A_0 - \frac{A_2}{2} \right],$$

$$Cm(l/2) = \frac{\pi}{2} \left[A_0 - \frac{A_2}{2} \right],$$

Calculons la variation de moment à incidence géométrique constante :

— pour le squelette primitif :

$$Cm_{\infty}(l/2) = \frac{\pi}{2} \left[A_0 - \frac{A_2}{2} \right];$$

— pour le squelette déformé :

$$Cm_h(l/2) = \frac{\pi}{2} \left[A'_0 - \frac{A'_2}{2} \right];$$

la variation de moment, autour du milieu de la corde est donc :

$$\begin{aligned} \Delta Cm &= Cm_h(l/2) - Cm_{\infty}(l/2) = \frac{\pi}{2} \left[(A'_0 - A_0) - \frac{1}{2} (A'_2 - A_2) \right] \\ &= \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 Cz_{\infty} \frac{f}{l} + 4 Cm_{\infty}(F) \right] \left[1 - \left(\frac{7}{24} - \frac{7}{40} \right) \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \left(\frac{31}{224} - \frac{31}{336} \right) \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right] \\ &= \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 Cz_{\infty} \frac{f}{l} + 4 Cm_{\infty}(F) \right] \left[1 - \frac{7}{40} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right]. \end{aligned}$$

Correction à circulation unitaire constante

Cette correction fait correspondre les courbes unitaires de l'écoulement limité aux courbes unitaires de l'écoulement illimité, en conservant la circulation unitaire.

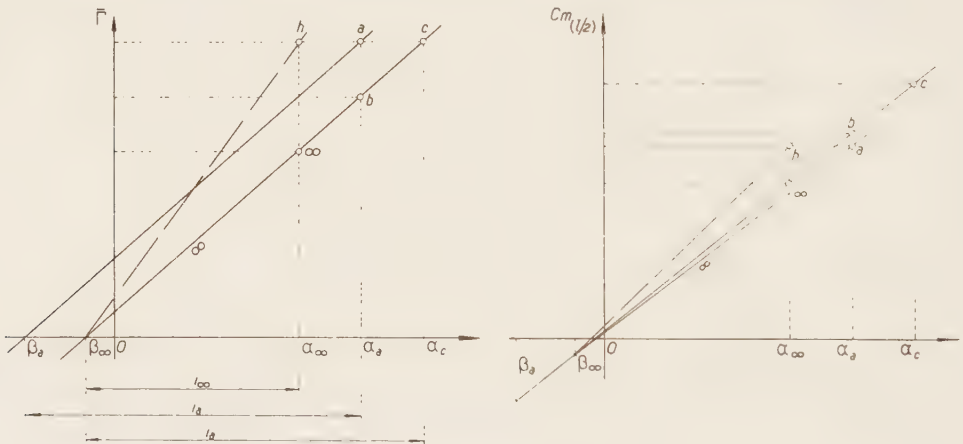


Fig. 35

Nous avons vu, jusqu'à maintenant, que la théorie nous imposait apparemment de faire les corrections à incidence géométrique constante, la portance et le moment devant être corrigés en conséquence.

Nous avons vu aussi, d'après les formules, que c'est l'écoulement théorique sans contrainte qui gouverne les corrections.

L'examen détaillé montre que l'effet de paroi se manifeste par une variation d'angle d'attaque, par une variation d'angle de portance nulle et par une variation d'incidence aérodynamique. En d'autres termes, comme nous l'a imposé la notion de profil déformé par la courbure du champ aérodynamique, deux voies s'offrent à nous :

1^o admettre que la variation de courbure doit être interprétée en variation de portance, corriger la portance et le moment en conséquence. Son angle d'attaque est augmenté de la variation d'angle d'attaque, ce qui correspond au chemin (*hab*); (fig. 35);

2^o admettre, au contraire, que l'incidence aérodynamique i_∞ du profil est conservée; corriger le moment seulement. Son incidence aérodynamique i_∞ est augmentée de la variation d'incidence aérodynamique, ce qui correspond au chemin (*hac*).

Nous avons préféré la deuxième solution parce qu'il est normal de conserver l'incidence aérodynamique du profil qui gouverne la portance.

En effet, la majorité des propriétés d'un profil dépend de sa portance et l'ensemble de ces propriétés évolue avec la portance. C'est ainsi que le décollement de la couche

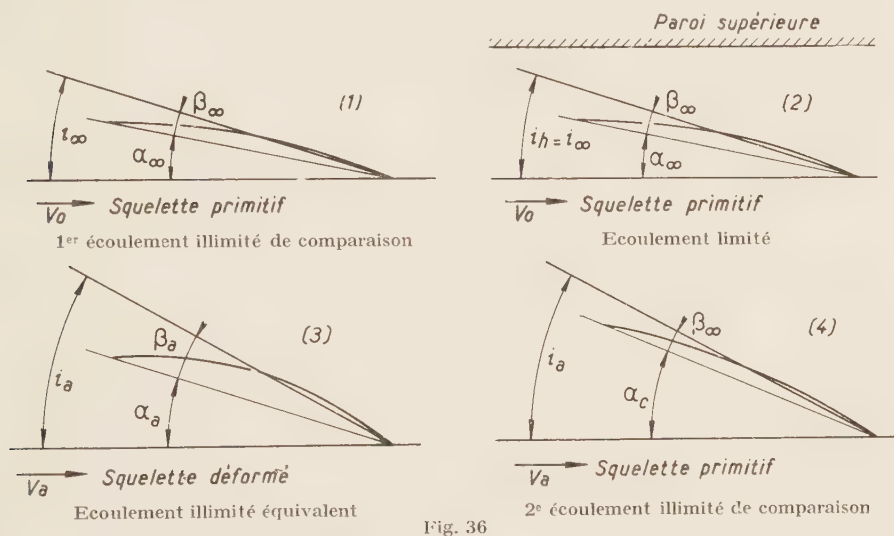


Fig. 36

limite sur le profil est lié à la portance. La portance maximum étant liée à l'aérodynamique des couches limites, doit être conservée. Nous verrons, d'ailleurs, plus loin, la vérification expérimentale de cette façon de voir.

Il s'agit maintenant d'établir la correspondance qui existe entre le profil en écoulement limité, calé à l'incidence $i_h = i_\infty$ (2), et le profil en écoulement illimité, calé à l'incidence $i_a = \beta_a + \alpha_c$ (4). Nous profiterons des relations déjà établies dans la correspondance qui lie le profil en écoulement limité, calé à l'incidence $i_h = i_\infty$ (2), et le profil en écoulement illimité, calé à l'incidence $i_\infty = \beta_\infty + \alpha_\infty$ (1).

La figure 36 permet de saisir cette correspondance.

Sachant que le schéma (2) est équivalent au schéma (3) il est commode de comparer le schéma (4) au schéma (3).

Puisque nous conservons l'incidence aérodynamique, nous conservons la circulation unitaire.

Nous avons :

$$i_a = \beta_\infty + \alpha_c = \beta_a + \alpha_a \quad \text{d'où} \quad \alpha_c - \alpha_a = \beta_a - \beta_\infty,$$

qui est la relation de correspondance intéressante.

L'expression de la circulation locale pour le squelette primitif calé à l'incidence α_c est, par définition :

$$\frac{d\Gamma''_\infty}{dx} = 2V_0 \left[A''_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A''_n \sin n\theta \right].$$

Les expressions des coefficients A'' sont :

$$A''_0 - \alpha_c = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dy}{dx} d\theta = A_0 - \alpha_\infty, \quad A''_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{dy}{dx} \cos \theta d\theta = A_1,$$

$$A''_n = \int_0^\pi \frac{dy}{dx} \cos n\theta d\theta;$$

par suite, les relations entre les coefficients A'' et A' sont :

$$\begin{aligned} A'_0 - A''_0 &= A'_0 - \alpha_a - A''_0 + \alpha_c + \alpha_a - \alpha_c \\ &= A'_0 - \alpha_a - A_0 + \alpha_\infty + \alpha_a - \alpha_c \\ &= A'_0 - A_0 - (\alpha_a - \alpha_\infty) - (\beta_a - \beta_\infty) \\ &= A'_0 - A_0 - (i_a - i_\infty), \end{aligned}$$

$$A'_1 - A''_1 = A'_1 - A_1,$$

$$A'_n - A''_n = A'_n - A_n.$$

d'où :

$$\begin{aligned} A'_0 - A''_0 &= A'_0 - A_0 - (i_a - i_\infty) = A'_0 - A_0 - (\alpha_a - \alpha_\infty) - (\beta_a - \beta_\infty) \\ &= A'_0 - A_0 - (\alpha_a - \alpha_\infty) - (A'_0 - A_0) \div (\alpha_a - \alpha_\infty) - \\ &\quad - 1/2 (A_1 - A_1) \\ &= -1/2 (A_1 - A_1); \end{aligned}$$

$$A'_0 - A''_0 = -\frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} C z_\infty \left[1 - \frac{7}{40} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right],$$

$$A'_1 - A''_1 = +\frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} 2 C z_\infty \left[1 - \frac{7}{40} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right],$$

$$A'_2 - A''_2 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right] \left[-\frac{7}{20} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{168} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right],$$

$$\begin{aligned} i_a - i_\infty &= \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \left[C z_\infty + 4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right] - \left[\frac{7}{40} C z_\infty + \frac{7}{20} \left(4 C z_\infty \frac{f}{l} + \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 4 C m_\infty (F) \right) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \left[\frac{31}{672} C z_\infty + \frac{31}{224} \left(4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right) \right] \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \left. \right\}. \end{aligned}$$

a) VARIATION DE CIRCULATION UNITAIRE POUR LES SQUELETTES.

La variation de circulation unitaire doit être nulle :

$$\Delta \Gamma = \pi [2 (A'_0 - A''_0) + (A'_1 - A''_1)] = \pi [-(A'_1 - A''_1) + (A'_1 - A''_1)] = 0.$$

b) VARIATION DE MOMENT POUR LES SQUELETTES.

La variation de moment est donnée par :

$$\begin{aligned} \Delta C_m (l/2) &= C_{m_h} (l/2) - C_{m_c} (l/2) \\ &= \frac{\pi}{2} \left[(A'_0 - A''_0) - 1/2 (A'_2 - A''_2) \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta C_m (l/2) &= -\frac{\pi}{2} \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ C_{z_\infty} \left[1 - \frac{7}{40} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right] \right. \\ &\quad \left. - \left[4 C_{z_\infty} \frac{f}{l} + 4 C_{m_\infty} (F) \right] \left[\frac{7}{40} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} - \frac{31}{336} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right] \right\} \\ &= -\frac{1}{4} \frac{4}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ C_{z_\infty} - \frac{7}{40} \left[C_{z_\infty} + 4 C_{z_\infty} \frac{f}{l} + 4 C_{m_\infty} (F) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{31}{672} \left[C_{z_\infty} + 2 \left(4 C_{z_\infty} \frac{f}{l} + C_{m_\infty} (F) \right) \right] \frac{\pi^2 l^2}{96 h^2} \right\}. \end{aligned}$$

3. — Formules finales de correction des efforts globaux pour les profils épais.

Nous adoptons la correction qui ne change pas la circulation unitaire du profil et qui conserve le fonctionnement aérodynamique du profil.

a) RAPPEL DES FORMULES DE BASE.

α) Effet de l'épaisseur sur les caractéristiques globales du profil.

Nous avons établi la relation qui lie la portance à la circulation sous la forme :

$$Y_h = \rho V_0 \Gamma_h \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{2 h^2} \right];$$

de même, la déformation des moments, due à l'épaisseur des profils, est :

$$M_h (l/2) = \rho V_0 \left[\Gamma_h \frac{f}{h} + \Omega_h \right] \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{6 h^2} \right].$$

β) *Variation d'incidence, variation de circulation unitaire, variation de moment pour le squelette du profil.*

La variation d'incidence globale est pour le squelette du profil, dont la pente théorique, en fonction de l'incidence, est 2π :

$$i_e - i_h = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \left[Cz_\infty + 4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right] \right. \\ \left. - \left[\frac{7}{40} Cz_\infty + \frac{7}{20} \left(4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \left[\frac{31}{672} Cz_\infty + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{31}{224} \left(4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right) \right] \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right\}.$$

La variation de circulation unitaire est :

$$\frac{2 \Gamma_h}{l V_a} - \frac{2 \Gamma_c}{l V_0} = 0.$$

La variation de moment est :

$$\frac{M_h (l/2)}{\rho/2 V_a^2 l^2} - \frac{M_c (l/2)}{\rho/2 V_0^2 l^2} = - \frac{1}{4} \frac{1}{D} \frac{\pi^2 f^2}{48 h^2} \left\{ Cz_\infty - \frac{7}{40} \left[Cz_\infty + 4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} \right. \\ \left. + \frac{31}{672} \left[Cz_\infty + 2 \left(4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right) \right] \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right\}.$$

D est le rapport de la vitesse moyenne V_a au droit du profil à la vitesse à l'infini amont V_0 . Il a pour expression :

$$D = \frac{V_a}{V_0} = 1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{2\pi l}{h} \left[\cotgh \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right]$$

et limité au premier terme :

$$D = 1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{3 h^2}.$$

Dans la majorité des cas il est nécessaire de prendre la fonction vraie.

b) CALCUL DE LA VARIATION D'INCIDENCE POUR LE PROFIL ÉPAIS.

La variation d'incidence a été établie par la théorie des profils minces; il faut donc la corriger.

La pente de portance théorique en fonction de l'incidence est 2π pour un profil mince.

La pente de portance théorique en fonction de l'incidence est $2\pi (1 + \eta E)$ = dCz_∞ / di_∞ pour un profil épais, η étant un facteur qui dépend de la position du maître couple le long de la corde et de l'angle au bord de fuite (réf. [18]) [voir pl. XII (*fig.* 37)].

La formule finale est alors :

$$i_c - i_h = \frac{1}{D} \left[\frac{di_\infty}{dCz_\infty} \right] \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \left[Cz_\infty + 4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right] - \left[\frac{7}{40} Cz_\infty + \frac{7}{20} \left(4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \left[\frac{31}{672} Cz_\infty + \frac{31}{224} \left(4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right) \right] \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right\}$$

Cz_∞ et Cm_∞ sont redevables de l'incidence i_h . Ces valeurs étant celles de l'écou-

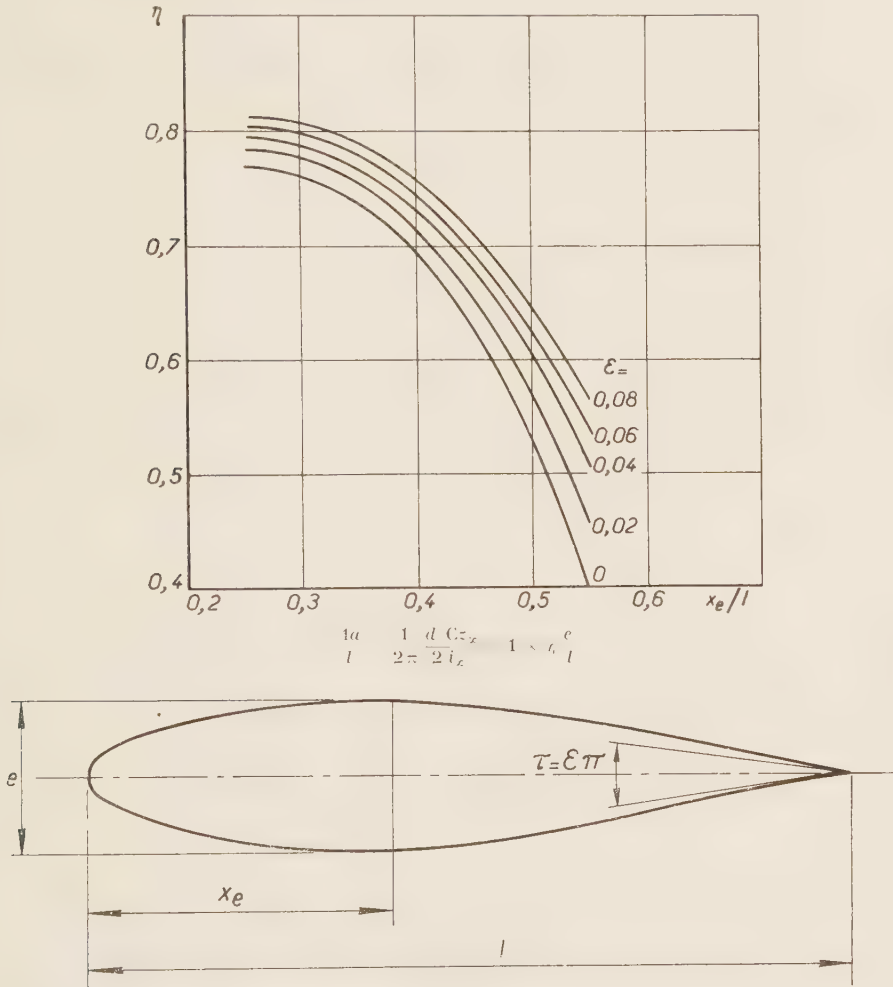


Fig. 37

ment illimité et inconnues dans la majorité des cas, nous les remplaçons, pour le Cz_∞ , par sa valeur théorique, de même que pour $d Cz_\infty / di_\infty$, et pour le moment autour du foyer nous prenons provisoirement le moment expérimental trouvé pour le profil entre parois.

Dans la pratique, cette première approximation suffit. Pour obtenir un résultat plus précis on peut reprendre les valeurs corrigées trouvées pour base d'un nouveau calcul.

Lorsque la courbe de portance n'est plus linéaire, nous tenons compte de l'usure de la circulation, en infligeant à la courbe corrigée le même déchet en incidence que la courbe expérimentale de départ.

Par ailleurs, la correction d'incidence, dépendant de la portance infinie théorique, est une fonction cachée de la portance expérimentale entre parois et doit rester indépendante du phénomène d'usure. Ceci nous oblige à prendre comme Cz_∞ , non pas le Cz_∞ de l'incidence i_h , mais le Cz_∞ de l'incidence i'_h qui gouvernerait la portance expérimentale Cz_{0h} s'il n'y avait pas de phénomène d'usure (fig. 38).

c) CALCUL DE LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE POUR UN PROFIL ÉPAIS (fig. 39 a).

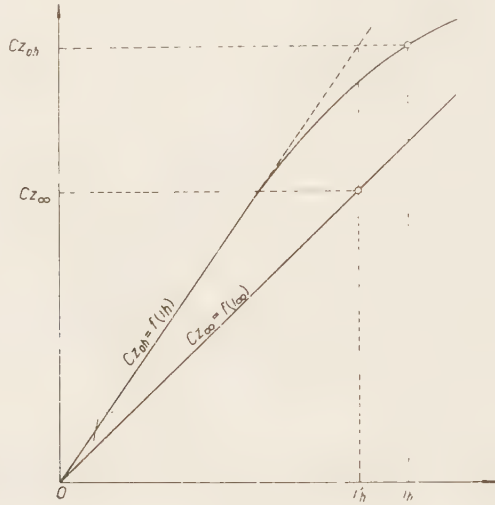


Fig. 38

La variation de circulation unitaire étant nulle, nous avons :

$$Y_h = \rho V_0 \Gamma_h \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{2h^2} \right].$$

Faisons apparaître les coefficients de portance :

$$\begin{aligned} \frac{Y_h}{\rho/2V_0 l} &= \frac{\rho V_0 \Gamma_h}{\rho/2V_0 l} \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{2h^2} \right] = \frac{2\Gamma_h}{lV_0} \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{2h^2} \right] \\ &= \frac{2\Gamma_h}{lV_a} \frac{V_a}{V_0} \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{2h^2} \right] = \frac{2\Gamma_c}{lV_0} \frac{V_a}{V_0} \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{2h^2} \right]; \end{aligned}$$

donc :

$$Cz_{0h} = Cz_c \cdot D \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{2h^2} \right].$$

Le calcul est très simple car pour toutes les portances on évalue un facteur unique. La valeur de $m/2\pi V_0 l^2$ sera précisée plus loin.

d) CALCUL DE LA VARIATION DU COEFFICIENT DE MOMENT POUR UN PROFIL ÉPAIS (fig. 39 b).

Deux problèmes sont intéressants :

a) la réduction du coefficient de moment;

b) le déplacement du centre de poussée le long de la corde.

α) *Réduction du coefficient de moment.*

Nous ferons d'abord remarquer que la courbe de portance corrigée en fonction de l'incidence corrigée est connue avec une très bonne approximation.

L'écriture des moments est plus délicate; nous avons obtenu, en effet :

$$M_h = \rho V_0 \left[\Gamma_h f_h + \Omega_h \right] \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{6 h^2} \right],$$

$$Cm_{0h} = \frac{2 (\Gamma_h f_h + \Omega_h)}{V_0 l^2} \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{6 h^2} \right];$$

$$\frac{\rho V_a (\Gamma_h f_h + \Omega_h)}{\rho/2 V_a^2 l^2} - \frac{\rho V_0 (\Gamma_c f + \Omega_c)}{\rho/2 V_0^2 l^2} = - \frac{1}{4} \frac{1}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\},$$

$$\frac{\rho V_a (\Gamma_h f_h + \Omega_h)}{\rho/2 V_a^2 l^2} = \frac{\rho V_0 (\Gamma_c f + \Omega_c)}{\rho/2 V_0^2 l^2} - \frac{1}{4} \frac{1}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\},$$

$$\frac{2 (\Gamma_h f_h + \Omega_h)}{V_a l^2} = \frac{2 (\Gamma_c f + \Omega_c)}{V_0 l^2} - \frac{1}{4} \frac{1}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\},$$

$$\frac{2 (\Gamma_h f_h + \Omega_h)}{V_0 l^2} = \frac{V_a}{V_0} \left[Cm_c (l/2) - \frac{1}{4} \frac{1}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \right].$$

Introduisons cette fonction dans la formule écrite plus haut :

$$\frac{Cm_{0h} (l/2)}{1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2}{6 h^2}} = \frac{V_a}{V_0} \left[Cm_c (l/2) - \frac{1}{4} \frac{1}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \right].$$

La formule finale est donc :

$$\left(1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2}{6 h^2} \right) D Cm_{0h} (l/2) = Cm_c (l/2) - \frac{1}{4} \frac{1}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ Cz_\infty - \frac{7}{40} \left[Cz_\infty + 4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \left[Cz_\infty + 2 (4 Cz_\infty \frac{f}{l} + 4 Cm_\infty (F)) \right] \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right\}.$$

§) *Déplacement du centre de poussée le long de la corde.*

La position du centre de poussée nous est donnée par la pente f/l de la courbe $Cm = f(Cz)$. L'examen rapide de Cm et de Cz nous montre que le centre de poussée recule au fur et à mesure que l'effet de paroi augmente, mais dans des limites étroites.

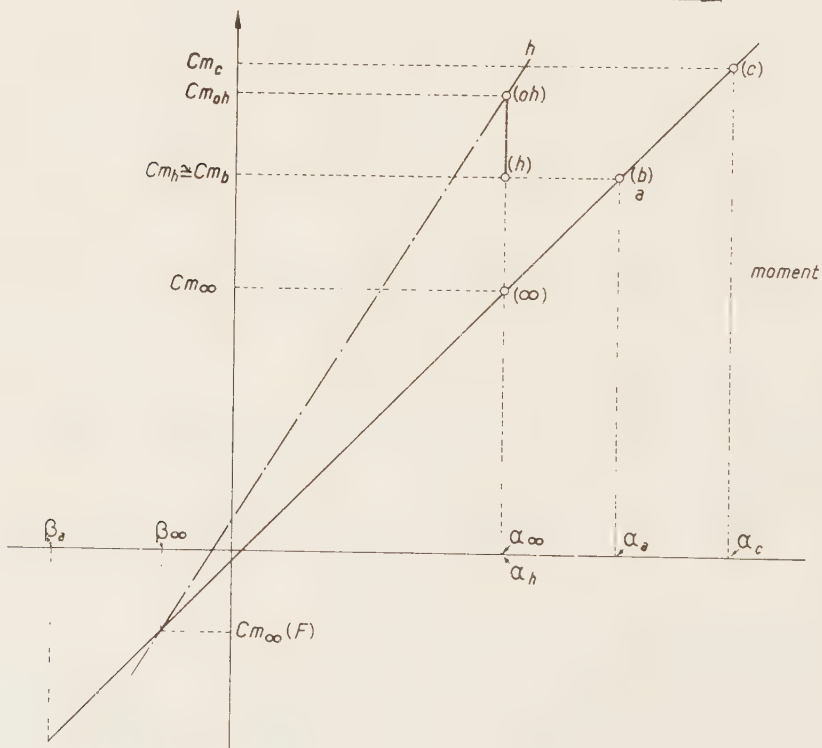
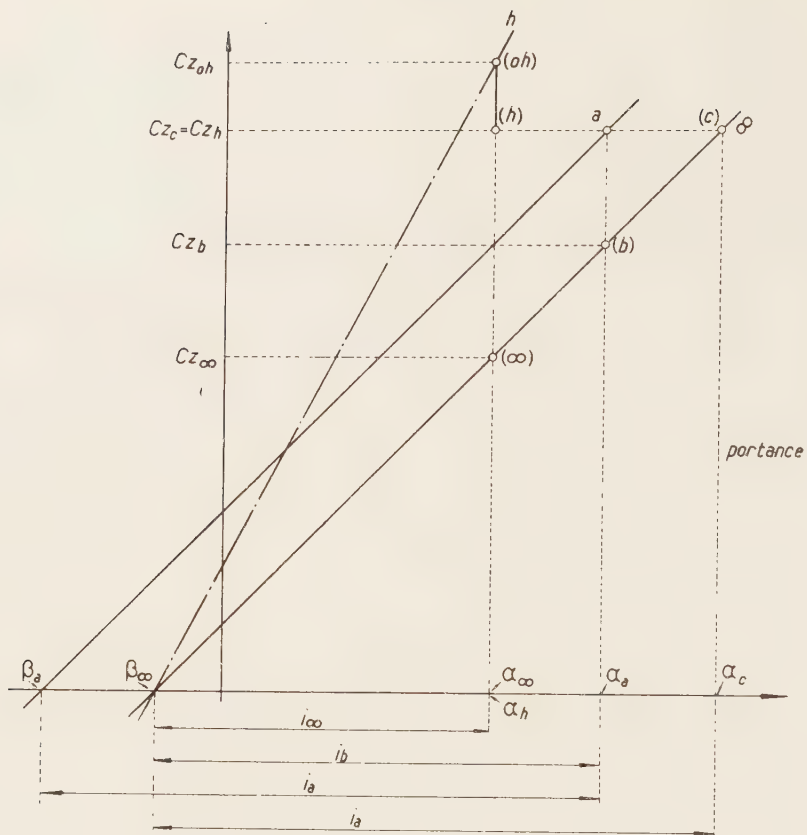


Fig. 39 (a et b)

e) CORRECTION DE TRAINÉE.

La correction de trainée est plus délicate à établir. Nous avons vu, tout au long de cet exposé, que le profil se comportait comme un profil ayant même répartition d'épaisseur mais dont la courbure était changée et soumis à un écoulement uniforme illimité différent par la vitesse et l'angle d'attaque de l'écoulement uniforme auquel il est soumis entre les parois.

Or, en première approximation, on peut estimer que pour deux profils ayant même répartition d'épaisseur, des courbures peu différentes, placés successivement dans un même écoulement uniforme, leur trainée minimum est la même et que, pour une gamme relativement étendue d'incidence, les polaires seront confondues si l'on fait coïncider la trainée minimum. Cette trainée minimum correspond sensiblement à la portance pour laquelle la corde du squelette du profil est parallèle à la direction de l'écoulement; on appelle cette portance « la portance d'adaptation ».

En d'autres termes on peut admettre que la variation de courbure, pour une certaine gamme d'incidences au voisinage de la trainée minimum, intervient sur la portance mais n'influe pas sur la trainée. Par suite, tout phénomène qui se traduira par un changement de courbure de l'écoulement ne changera pas la trainée du profil soumis à cet écoulement.

En ce qui nous concerne, si un profil est soumis à l'écoulement limité de vitesse V_0 , étant calé à l'angle α_∞ avec une courbure définie par l'angle β_∞ , la trainée mesurée pour $i_h = i_\infty = \alpha_\infty + \beta_\infty$ devra être attribuée à l'incidence $i_b = \alpha_a + \beta_\infty$ [nous suivons sur la fig. 35 le chemin (h a b)], et à une vitesse V_a et liée au Cz_b correspondant à cette incidence i_b (fig. 39 a).

L'incidence i_b est définie par la relation :

$$i_b = i_h + (\alpha_a - \alpha_\infty),$$

avec :

$$\alpha_a - \alpha_\infty = \frac{1}{D} \left[\frac{di_\infty}{dCz_\infty} \right] \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 Cz_\infty \frac{l}{l} + 4 Cm_\infty (F) \right] \left[1 - \frac{7}{30} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{420} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right].$$

D. MODIFICATION DES CARACTÉRISTIQUES LOCALES DU PROFIL

1. Déformation des pressions et des charges locales due à l'effet d'épaisseur du profil.

La déformation des pressions et des charges locales due à l'effet d'épaisseur du profil ressort de l'augmentation de vitesse axiale, induite par la file de doublets d'intensité $m/2$.

Rappelons que l'expression de cette vitesse induite le long de l'axe de la soufflerie est :

$$u_1(x) = \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right] \quad \text{s'ajoutant à } -V_0.$$

Connaissant donc l'intensité de doublet $m/2\pi$ convenable, on calcule l'augmentation de vitesse pour chaque point de la corde. Les pressions et les charges locales sont affectées par le carré de la vitesse axiale au point considéré. Nous verrons plus loin quelle intensité de doublet il faut choisir, à la lueur des expériences que nous avons menées.

2. Déformation des pressions et des charges locales due à la déformation du squelette du profil, et à la variation d'angle d'attaque.

Ayant adopté de conserver la circulation unitaire des squelettes du profil primitif et du profil déformé, c'est-à-dire la circulation unitaire du profil entre parois et du profil en écoulement illimité, nous avons la possibilité de connaître la variation de charge locale et la déformation de pressions locales dues à l'effet de paroi.

a) CHARGE LOCALE, PRESSION LOCALE ET PRESSION SUR LE PROFIL DE BASE POUR UN PROFIL ÉPAIS.

D'après ALLEN et JULIAN (réf. [12]), il existe une méthode de calcul simplifiée de la distribution de pression sur un profil, dont nous rappelons ci-dessous le principe.

Tout profil peut être considéré comme la somme d'un profil symétrique à la portance nulle ou profil de base ayant même répartition d'épaisseur et d'un profil squelette ayant même répartition de charge locale que lui. Les pressions locales sur le profil épais dépendent donc des pressions locales sur le profil de base et des charges locales sur le squelette ayant même braquage que lui.

Il est évident que la vitesse locale sur le profil de base est la demi-somme des vitesses d'extrados et d'intrados au point correspondant, donc :

$$\frac{V_s}{V} = \frac{1}{2} \left[\frac{V_E}{V} + \frac{V_I}{V} \right].$$

(Nous avons vérifié ce fait expérimentalement [voir pl. XIII (fig. 40)].

La pression dynamique locale sur le profil de base prend pour expression :

$$\frac{q_s}{q} = \left[\frac{\sqrt{q_E/q} + \sqrt{q_I/q}}{2} \right]^2.$$

Par ailleurs, la charge locale est égale à la différence des pressions entre l'intrados et l'extrados, donc à la différence des pressions dynamiques :

$$\frac{q_E}{q} - \frac{q_I}{q} = P.$$

Réolvons suivant q_E/q et q_I/q :

$$\sqrt{\frac{q_E}{q}} + \sqrt{\frac{q_I}{q}} = 2 \sqrt{\frac{q_s}{q}},$$

$$P = \frac{q_E}{q} - \frac{q_I}{q} = \left[\sqrt{\frac{q_E}{q}} - \sqrt{\frac{q_I}{q}} \right] \left[\sqrt{\frac{q_E}{q}} + \sqrt{\frac{q_I}{q}} \right] = 2 \sqrt{\frac{q_s}{q}} \left[\sqrt{\frac{q_E}{q}} - \sqrt{\frac{q_I}{q}} \right],$$

$$\sqrt{\frac{q_E}{q}} - \sqrt{\frac{q_I}{q}} = \frac{P}{2\sqrt{q_s/q}},$$

$$\sqrt{\frac{q_E}{q}} = \frac{1}{2} \left[2\sqrt{\frac{q_s}{q}} + \frac{P}{\sqrt{q_s/q}} \right] = \sqrt{\frac{q_s}{q}} \left[1 + \frac{P}{4q_s/q} \right],$$

$$\sqrt{\frac{q_I}{q}} = \frac{1}{2} \left[2\sqrt{\frac{q_s}{q}} - \frac{P}{\sqrt{q_s/q}} \right] = \sqrt{\frac{q_s}{q}} \left[1 - \frac{P}{4q_s/q} \right];$$

l'élevation à la puissance 2 amène :

$$q_E/q = \left[q_s/q \left(1 + \frac{P}{4q_s/q} \right) \right]^2 \quad \text{et} \quad q_I/q = \left[q_s/q \left(1 - \frac{P}{4q_s/q} \right) \right]^2$$

qui sont, avec l'expression de q_s/q , les trois relations utiles.

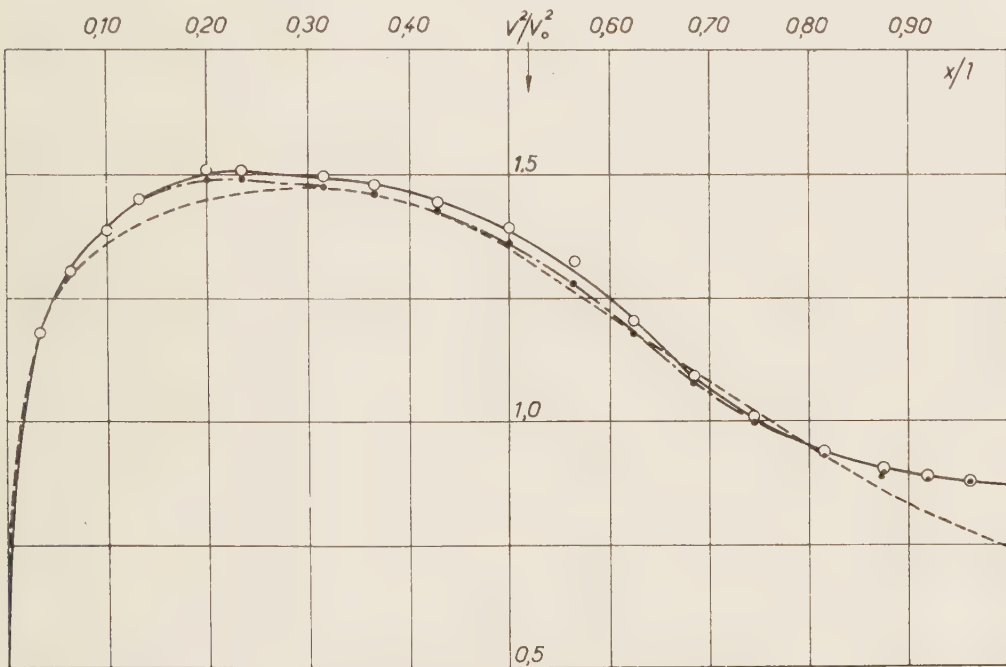


Fig. 40. — Répartitions de pression sur le profil de base.

- — Répartition obtenue à partir des pressions à la portance nulle.
- - - - Répartition obtenue à partir des pressions à $Cz_0 = 0,6$.
- · · Répartition de pression théorique du profil. 63 015.

b) VARIATION DE CHARGE LOCALE DUE A LA DÉFORMATION DU SQUELETTE (à circulation unitaire constante).

La charge locale pour un profil mince prend pour expression :

$$P = \frac{1}{\rho/2 \cdot V^2} \frac{dY(x)}{dx} = \frac{2}{V} \frac{d\Gamma}{dx},$$

$$P = 4 \left[A_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \sin n\theta \right].$$

La variation de charge locale nous est connue :

$$\Delta P = P'_h - P_c;$$

$$P'_h = 4 \left[A'_0 \operatorname{tg} \theta/2 + \sum_{n=1}^{n=\infty} A'_n \sin n\theta \right],$$

$$P''_c = 4 \left[A''_0 \operatorname{tg} \theta/2 + \sum_{n=1}^{n=\infty} A''_n \sin n\theta \right],$$

$$\Delta P = 4 \left[(A'_0 - A''_0) \operatorname{tg} \theta/2 + \sum_{n=1}^{n=\infty} (A'_n - A''_n) \sin n\theta \right].$$

Pratiquement, le développement peut se limiter à trois termes :

$$\Delta P = 4 \left[(A'_0 - A''_0) \operatorname{tg} \theta/2 + (A'_1 - A''_1) \sin \theta + (A'_2 - A''_2) \sin 2\theta \right],$$

car les termes suivants sont négligeables et compliquent l'expression.

Cette variation de charge se retranche de la charge expérimentale trouvée sur le profil, placé entre parois. Nous verrons, dans le sous-chapitre de l'application pratique de la théorie, comment il convient de l'interpréter pour tourner la difficulté provenant de la valeur infinie de $\operatorname{tg} \theta/2$ au bord d'attaque, qui n'existe pas physiquement.

c) MODIFICATION DES PRESSIONS LOCALES DUE A LA DÉFORMATION DU SQUELETTE (à circulation unitaire constante).

La méthode de calcul des pressions locales sur un profil, énoncée en a), s'applique simplement.

On calcule les quantités P'_h et q'_s/q_a le long de la corde du profil.

On retranche ΔP de P'_h pour obtenir P''_c et que l'on reconstitue q_E/q_0 et q_s/q_0 à partir de q'_s/q_a et P''_c .

Nous verrons plus loin l'application pratique de cette méthode.

3. — Correction des pressions locales sur le profil.

Nous venons d'exposer, en accord avec le N.A.C.A. Report n° 782, une méthode de calcul des pressions sur un profil à partir de la répartition de pression sur le profil de base calé à la portance nulle et de la charge locale le long du profil.

Nous nous servons de cette méthode pour corriger les pressions locales le long du profil.

Soit donc un point de fonctionnement (h) du profil placé entre parois. Nous connaissons le point de fonctionnement équivalent (c) ainsi que le point de base (∞).

Les formules de correction de parois nous ont donné la variation de charge locale entre les points (h) et (c) :

$$\Delta P = P'_h - P''_\infty.$$

P'_h est rapporté à la vitesse V_a ;

P''_∞ est rapporté à la vitesse V_0 .

Nous faisons l'hypothèse que l'effet de l'épaisseur du profil sur les pressions locales est le même, que le profil soit porteur ou non.

Nous rapportons donc les pressions locales non plus à la pression dynamique $\rho/2 V_0^2$, mais à la pression dynamique $\rho/2 V_a(x)$, $V_a(x)$ étant la vitesse axiale locale au point x .

Pour chaque point x le long de la corde, on peut calculer la répartition de pression sur le profil de base :

$$q'_s/q_a(x) = \left[\frac{\sqrt{q'_E/q_a} + \sqrt{q'_I/q_a}}{2} \right]^2.$$

et la répartition de charge locale :

$$P''_h = q'_E/q_a - q'_I/q_a.$$

On retranche de P'_h , pour obtenir P_∞ , ΔP qui est égal à :

$$4 \left[(A'_0 - A''_0) \operatorname{tg} \theta/2 + (A'_1 - A''_1) \sin \theta + (A'_2 - A''_2) \sin 2\theta \right]$$

avec :

$$x = -l/2 \cos \theta;$$

$$A'_0 - A''_0 = -\frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} C z_\infty \left[1 - \frac{7}{40} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right],$$

$$A'_1 - A''_1 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} 2 C z_\infty \left[1 - \frac{7}{40} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right],$$

$$A'_2 - A''_2 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 C z_\infty \frac{j}{l} + 4 C m_\infty (F) \right] \left[1 - \frac{7}{20} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{168} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right].$$

On possède alors P''_∞ et $q_s/q_0 = q'_s/q_a$, et l'on reconstitue les pressions locales d'intrados et d'extrados à l'aide des formules :

$$\frac{q_E}{q_0} = \frac{q_s}{q_0} \left[1 + \frac{P''_\infty}{4 q_s/q_0} \right]^2 \quad \text{et} \quad \frac{q_I}{q_0} = \frac{q_s}{q_0} \left[1 - \frac{P''_\infty}{4 q_s/q_0} \right]^2;$$

de cette manière on a la répartition de pression relative au point (c).

Une difficulté se présente au voisinage du bord d'attaque, le terme en $\operatorname{tg} \theta/2$ devenant infini alors que les termes en sinus deviennent nuls.

Remarquons que la courbe expérimentale de charge locale diffère peu de la courbe théorique, sauf au voisinage immédiat du bord d'attaque. On peut estimer raisonnablement qu'à 10 % du bord d'attaque les deux courbes sont encore confondues.

Pour ce point, les termes en sinus sont quasi nuls. Il reste le terme en $\operatorname{tg}^2 \theta / 2$ que l'on remplace par le terme expérimental Z , tel que pour ce point $Z = \operatorname{tg}^2 \theta / 2$.

Ceci permet de calculer A'_0 , puis la fonction expérimentale Z de remplacement pour les points compris entre 0 et 10 %.

On calcule A''_0 à partir de la relation écrite plus haut et le produit, par la fonction $4Z$, restitue la charge locale expérimentale corrigée.

À partir de ce moment le calcul des pressions locales se poursuit normalement.

4. — Vitesse axiale locale et valeur de la fonction $\frac{m}{2\pi V_0 l^2}$.

La fonction donnant la vitesse axiale locale sur l'axe de la soufflerie est :

$$V_a(x) = V_0 \left[1 - \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{h^2} \left(\operatorname{cosech}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right) \right].$$

La fonction donnant la vitesse axiale moyenne le long de la corde du profil est :

$$V_a = V_0 \cdot D = V_0 \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} 2 \frac{\pi l}{h} \left(\operatorname{cotgh} \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right) \right].$$

La fonction $m/2\pi V_0 l^2$, représentant l'épaisseur du profil, diffère suivant les auteurs :

— SQUIRE et YOUNG	$\frac{m}{2\pi V_0 l^2} = \frac{1,85}{\pi^2} \frac{\sigma}{l^2};$
THOM	$\frac{m}{2\pi V_0 l^2} = \frac{1,92}{\pi^2} \frac{\sigma}{l^2};$
TOUSSAINT.....	$\frac{m}{2\pi V_0 l^2} = \frac{\eta E}{8};$
— GOLDSTEIN.....	$\frac{m}{2\pi V_0 l^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma}{l^2};$
— Report n° 782.....	$\frac{m}{2\pi V_0 l^2} = \frac{\Lambda}{16}.$

Nous verrons, à l'aide des expériences, quelle est la meilleure fonction.

E. — EXTENSIONS DE LA THÉORIE

1. — Extension de la théorie au cas des profils avec volets de courbure.

Remarquons que notre méthode de calcul de l'effet de paroi est basée principalement sur la théorie des profils minces.

Il n'y a donc aucune difficulté à étendre cette méthode de calcul au cas des profils avec volets de courbure, ceux-ci n'étant pas autre chose que des profils ordinaires présentant une cassure dans leur squelette.

On peut donc, en appliquant une méthode tout à fait semblable, connaître la modification des caractéristiques locales et globales du profil avec volets de courbure, ainsi que la modification du moment de charnière.

2. — Extension de la théorie à l'écoulement compressible.

Faisons deux remarques préliminaires :

— la théorie établie pour l'écoulement incompressible n'est pas valable au-delà de $l/h = 1$, tant à cause des approximations de calcul faites que de l'absence de vérification expérimentale au-delà de cette valeur;

— la théorie linéarisée de l'écoulement compressible subsonique, sur laquelle nous allons nous appuyer, n'est valable que si les survitesses sont faibles par rapport à la vitesse de l'écoulement, si les courbures et les incidences sont petites.

a) ÉCOULEMENT COMPRESSIBLE LINÉARISÉ (réf. [19]).

Soit V_0 la vitesse à l'infini amont dans un écoulement compressible parallèle à Ox dans le plan xOy .

Au voisinage du profil il est admis que les composantes des vitesses perturbatrices u' et v' du profil sont faibles pour que l'on puisse négliger les produits u'^2 , v'^2 , $u'v'$.

Le potentiel des vitesses, pour cet écoulement, peut s'écrire :

$$\varphi' = V_0 x + \varphi' \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = V_0 + \frac{\partial \varphi'}{\partial x} = V_0 + u' \quad \rightarrow \quad u' = \frac{\partial \varphi'}{\partial x}, \\ v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi'}{\partial y} = v' \quad \rightarrow \quad v' = \frac{\partial \varphi'}{\partial y}; \end{array} \right.$$

φ et φ' satisfont, de ce fait, à l'équation différentielle linéarisée :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{1}{1 - M_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x^2} + \frac{1}{1 - M_0^2} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y^2} = 0.$$

Si $y = f(x)$ est l'équation du profil placé dans l'écoulement compressible, pour que ce profil soit ligne de courant il faut, *sur le profil*, satisfaire à la relation :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v'}{V_0 + u'} = \frac{v'}{V_0};$$

par suite :

$$v' = \frac{\partial \varphi'}{\partial y} = V_0 \frac{df}{dx}.$$

On compare cet écoulement compressible à un écoulement incompressible autour d'un profil dont l'équation peut toujours être $y_i = g(x_i)$.

Le potentiel des vitesses comporte aussi la définition :

$$\varphi_i = V_0 x_i + \varphi'_i \quad \left\{ \begin{array}{l} u_i = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_i} = V_0 + \frac{\partial \varphi'_i}{\partial x_i} = V_0 + u'_i \longrightarrow u'_i = \frac{\partial \varphi'_i}{\partial x_i}, \\ v_i = \frac{\partial \varphi_i}{\partial y_i} = \frac{\partial \varphi'_i}{\partial y_i} \longrightarrow v'_i = \frac{\partial \varphi'_i}{\partial y_i}; \end{array} \right.$$

par suite, on a :

$$\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial y_i^2} = 0 \quad \text{associé à} \quad v'_i = \frac{\partial \varphi'_i}{\partial y_i} = V_0 \frac{dg}{dx_i}.$$

Pour cet écoulement de comparaison on suppose la connaissance préalable de φ_i et de φ'_i .

Effectuons sur cet écoulement une transformation « affine » :

$$x_i = x, \quad y_i = \beta y \quad \text{avec} \quad \varphi'_i(x_i, y_i) = \gamma \varphi(x, y).$$

Cette transformation doit permettre de connaître $\varphi'(x, y)$ pour l'écoulement compressible associé à la transformation. Il en résulte que :

$$\frac{\partial^2 \varphi'_i}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2 \varphi'_i}{\partial x_i^2} = \gamma \left[\frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x^2} + \frac{1}{1 - M_0^2} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y^2} \right].$$

avec :

$$\varphi'(x, y) = 1/\gamma \cdot \varphi'_i(x_i, y_i) \quad \text{et} \quad \beta^2 = 1 - M_0^2,$$

qui est la solution de l'équation linéarisée de l'écoulement compressible, à condition de satisfaire aux conditions aux limites sur le profil. Cette condition s'écrit *sur le profil* :

$$V_0 \frac{df}{dx} = \frac{\partial \varphi'}{\partial y} = \frac{\sqrt{1 - M_0^2}}{\gamma} \frac{\partial \varphi'_i}{\partial y_i} = \sqrt{1 - M_0^2} \frac{dg}{dx_i},$$

on en retient les conclusions suivantes :

$$\frac{df}{dx} = \sqrt{1 - M_0^2} \frac{dg}{dx_i} \quad \text{et} \quad \frac{dy}{dx} = \sqrt{1 - M_0^2} \frac{dy_i}{dx_i}.$$

Cette relation associe les profils $y = f(x)$ et $y_i = g(x_i)$ pour toute transformation affine entre les écoulements définis par φ et φ_i .

Choisissons de conserver les deux profils identiques. On doit, dans ce cas, avoir :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy_i}{dx_i} \quad \text{et} \quad \frac{df}{dx} = \frac{dg}{dx_i};$$

donc :

$$\gamma = \sqrt{1 - M_0^2}.$$

Les potentiels φ' et φ'_i sont associés par les relations :

$$\varphi' = \frac{1}{\gamma} \varphi'_i = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \varphi'_i.$$

Il en résulte que :

$$u' = \frac{\partial \varphi'}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{\partial \varphi'_i}{\partial x_i} = \frac{u'_i}{\sqrt{1 - M_0^2}},$$

$$v' = \frac{\partial \varphi'}{\partial y_i} = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{\partial \varphi'_i}{\partial y_i} = \frac{v'_i}{\sqrt{1 - M_0^2}},$$

En ce qui concerne les pressions unitaires Kp et Kp_i sur le profil, l'hypothèse associée à la linéarisation, donne :

$$Kp = -\frac{2u'}{V_0} = -\frac{2u'_i}{V_0} \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} = Kp_i \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}}.$$

Ainsi, les portances globales Cz et Cz_i seront dans le même rapport, ainsi que les moments résultants, donc à égalité d'incidence :

$$Cz = \frac{Cz_i}{\sqrt{1 - M_0^2}}, \quad \frac{dCz}{di} = \left(\frac{dCz_i}{di} \right) \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}}, \quad Cm = \frac{Cm_i}{\sqrt{1 - M_0^2}}, \quad \frac{dCm}{dCz} = \frac{dCm_i}{dCz_i}.$$

L'angle de portance nulle et le foyer sont conservés.

b) VITESSES INDUITES PAR UN TOURBILLON EN ÉCOULEMENT COMPRESSIBLE ET CIRCULATION EN ÉCOULEMENT COMPRESSIBLE (réf. [20]).

L'écoulement irrotationnel d'un fluide compressible, exprimé en coordonnées polaires, est gouverné par les équations suivantes :

— la condition pour un écoulement irrotationnel est :

$$\frac{\partial(rv)}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0,$$

où u et v sont respectivement les composantes radiales et tangentielles de la vitesse résultante V ;

— l'équation de continuité est :

$$\frac{\partial(\rho ru)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial \theta} = 0$$

ou :

$$\frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{ru}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{v}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0.$$

La relation entre la pression et la vitesse est donnée par l'équation de Saint-Venant :

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2} V^2 = C^{te}.$$

Pour une détente adiabatique, p est proportionnel à ρ^γ et la vitesse du son, dans l'écoulement non perturbé de vitesse V_0 , est :

$$a_0 = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}};$$

l'équation de Saint-Venant devient :

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} V^2 = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{1}{2} V_0^2$$

et, finalement :

$$\left[\frac{p}{p_0} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left[\frac{\rho}{\rho_0} \right]^{\gamma-1} = 1 - \frac{\gamma-1}{2a_0^2} [V^2 - V_0^2].$$

Considérons l'écoulement sur un corps autour duquel règne une circulation Γ . Pour un cercle entourant le corps, nous avons deux relations :

$$\int_0^{2\pi} \rho r d\theta = -\Gamma, \quad \int_0^{2\pi} \rho u r d\theta = 0.$$

La portance et la trainée du corps sont évaluées par les intégrales :

$$Ry = - \int_0^{2\pi} \left\{ p \sin \theta + \rho u (u \sin \theta + v \cos \theta) \right\} r d\theta,$$

$$Rx = - \int_0^{2\pi} \left\{ p \cos \theta + \rho u (u \cos \theta - v \sin \theta) \right\} r d\theta.$$

Toutes ces intégrales peuvent être calculées sur un cercle de très grand rayon. Le corps peut être remplacé par un tourbillon d'intensité Γ placé à l'origine et les composantes de la vitesse u et v peuvent être développées en séries :

$$u = -V_0 \left[\cos \theta + \sum \frac{A_n}{r^n} \right],$$

$$v = -V_0 \left[\sin \theta + \sum \frac{B_n}{r^n} \right],$$

où A_n et B_n sont des fonctions de θ . Sur un très grand cercle on peut se contenter du premier terme de chaque développement :

$$u = V_0 \left[\cos \theta + \frac{A}{r} \right],$$

$$v = V_0 \left[\sin \theta + \frac{B}{r} \right];$$

en conséquence :

$$\frac{V}{V_0} = 1 + \frac{2}{r} [A \cos \theta + B \sin \theta]$$

Posons :

$$V_0^2/a_0^2 = M_0^2$$

et supposons V^2 peu différent de V_0^2 ; on peut alors écrire :

$$p = p_0 + \frac{\rho_0}{2} V_0^2 \left[1 - \frac{V^2}{V_0^2} \right].$$

d'où :

$$p = p_0 - \frac{\rho_0 V_0^2}{r} \left[A \cos \theta + B \sin \theta \right],$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 - \frac{M_0^2}{r} \left[A \cos \theta + B \sin \theta \right],$$

$$\frac{r}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{M_0^2}{r} \left[A \cos \theta + B \sin \theta \right],$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = \frac{M_0^2}{r} \left[A \sin \theta - B \cos \theta - \frac{dA}{d\theta} \cos \theta - \frac{dB}{d\theta} \sin \theta \right].$$

Introduisons ces expressions dans les relations fondamentales. La condition de l'écoulement irrotationnel exige que A soit une constante, et l'équation de continuité donne :

$$\frac{dB}{d\theta} \left[1 - M_0^2 \sin^2 \theta \right] = M_0^2 \left[A \cos 2\theta + B \sin 2\theta \right].$$

tandis que les intégrales de circulation et de flux deviennent :

$$\int_0^{2\pi} B \cdot d\theta = \frac{\Gamma}{V_0},$$

$$\frac{M_0^2}{2} \int_0^{2\pi} B \sin 2\theta d\theta = 2\pi A \left[1 - \frac{M_0^2}{2} \right].$$

Les intégrales de portance et de traînée deviennent à leur tour :

$$Ry = \rho_0 V_0 \Gamma, \quad Rx = 0.$$

L'intégration de l'équation différentielle provenant de l'équation de continuité donne :

$$B \left[1 - M_0^2 \sin^2 \theta \right] = C + \frac{M_0^2}{2} A \sin 2\theta,$$

où C est la constante d'intégration. En introduisant cette expression dans la relation provenant de l'équation de flux, on trouve $A = 0$. Finalement, la constante C est déterminée à partir de l'équation de circulation :

$$C = \frac{\sqrt{1 - M_0^2}}{2\rho V_0} \Gamma.$$

Les expressions des composantes de la vitesse sont :

$$u = V_0 \cos \theta,$$

$$v = -V_0 \sin \theta - \frac{\Gamma}{2\pi r} \frac{\sqrt{1 - M_0^2}}{1 - M_0^2 \sin^2 \theta}.$$

Il apparaît alors que l'effet de la compressibilité, à une grande distance du corps, modifie simplement l'expression, $\Gamma/2\pi r$, de la vitesse induite par un tourbillon en écoulement incompressible, par un facteur dépendant de M_0^2 .

Un profil mince en écoulement bidimensionnel peut être remplacé par une distribution tourbillonnaire le long de sa corde, telle que la vitesse résultante en chaque point soit tangente à ce profil mince. En chaque point du profil l'intensité tourbillonnaire est $d\Gamma/dx \cdot dx$. Donc, sauf au voisinage immédiat de chaque tourbillon élémentaire, on peut se considérer comme étant à une grande distance de celui-ci. La proposition précédente est valable sur le profil. Pour les points du profil l'angle θ est nul ou très faible, donc *la vitesse induite en écoulement compressible est égale à la vitesse induite en écoulement incompressible affectée du facteur $\sqrt{1 - M_0^2}$* . Donc, pour obtenir une vitesse induite en chaque point qui respecte la condition de tangence, il est nécessaire d'augmenter les intensités tourbillonnaires élémentaires dans le rapport $1/\sqrt{1 - M_0^2}$. Par suite, *pour une incidence donnée, la circulation globale et la portance globale sont affectées du même facteur*. Nous rejoignons les conclusions du paragraphe précédent.

Par ailleurs, pour tout point de l'écoulement situé sur une normale à la vitesse V_0 (ou voisin de cette position), passant par le centre d'un tourbillon ($\beta = \pm \pi/2$), la vitesse induite en écoulement compressible est égale à la vitesse induite en écoulement incompressible affectée du rapport $1/\sqrt{1 - M_0^2}$. Si donc on place un tourbillon sur la normale à l'écoulement V_0 et passant par le milieu de la corde l d'un profil, à une distance h , cette proposition peut être considérée comme valable si $l/h < 0,4$ ($\sin^2 \theta \geq 0,04$).

c) VITESSE INDUITE PAR UN DOUBLET EN ÉCOULEMENT COMPRESSIBLE ET DOUBLET EN ÉCOULEMENT COMPRESSIBLE (réf. [21]).

Un profil à la portance nulle peut toujours être remplacé par une répartition de sources et de puits le long de l'axe des x parallèle à l'écoulement non perturbé de vitesse V_0 , distribuée du bord d'attaque A au bord de fuite B. Le potentiel complémentaire en écoulement incompressible φ'_i est :

$$\varphi'_i = \frac{1}{2\pi} \int_A^B f(\xi) \text{Log} \sqrt{(x_i - \xi)^2 + y_i^2} d\xi,$$

$f(\xi) d\xi$ étant l'intensité élémentaire de la source au point ξ .

D'après la transformation affine définie plus haut, il résulte que le potentiel en écoulement compressible est :

$$\varphi' = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_A^B f(\xi) \text{Log} \sqrt{(x - \xi)^2 + \beta^2 y^2} d\xi.$$

SAUER démontre que pour $\gamma = \beta = \sqrt{1 - M_0^2}$, transformation qui conserve la forme du profil dans le passage de l'écoulement incompressible à l'écoulement compressible, les pressions unitaires sont multipliées par le facteur $1/\sqrt{1 - M_0^2}$. On rejoint les conclusions des paragraphes a) et b).

Étudions maintenant l'influence de la compressibilité à des distances latérales grandes ($y \rightarrow \infty$). On peut, de ce fait, remplacer la répartition continue de puits et de

sources par un couple unique de puits et source, sur l'axe des x , de même intensité; ensuite, on fait dégénérer ce couple en un doublet unique.

Par suite :

$$\varphi' = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f(\varepsilon)}{2\pi\gamma} \left[\text{Log } \sqrt{(x - \varepsilon)^2 + \beta^2 y^2} - \text{Log } \sqrt{(x + \varepsilon)^2 + \beta^2 y^2} \right] \\ = \frac{m}{2\pi\gamma} \frac{x}{x^2 + \beta^2 y^2}.$$

Il en résulte pour la vitesse, lorsque y tend vers l'infini :

$$u' = \frac{m}{2\pi\gamma\beta^2} \frac{1}{y^2}, \quad x' = \frac{m}{\pi\gamma\beta^2} \frac{x}{y^3}.$$

Si l'on considère les écoulements autour d'un profil identique à lui-même, on a $V = \beta = \sqrt{1 - M_0^2}$. On obtient alors, pour u' et la pression unitaire, le facteur de compressibilité $1/(1 - M_0^2)^{3/2}$.

d) APPLICATION DES RÉSULTATS PRÉCÉDENTS A LA THÉORIE DE L'EFFET DE PAROI.

Nous venons de voir que, pour un même profil calé à la même incidence en écoulement incompressible et en écoulement compressible, la circulation et le moment étaient augmentés dans le rapport $1/\sqrt{1 - M_0^2}$, que la vitesse induite, dans une direction normale à l'écoulement, par un tourbillon, était augmentée dans le rapport $1/\sqrt{1 - M_0^2}$ et que la vitesse induite par un doublet source-puits était augmentée dans le rapport $1/(1 - M_0^2)^{3/2}$.

Par suite, en écoulement compressible, les vitesses induites au droit du profil, dues à la présence des parois, deviennent :

$$u_1(x) = \frac{m}{2\pi} \frac{1}{(1 - M_0^2)^{3/2}} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\text{coséch}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right], \\ v_1(x) = \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{\pi}{h} \left[\text{coséch} \frac{\pi x}{h} - \frac{h}{\pi x} \right] + \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\text{coséch} \frac{\pi x}{h} \coth \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right],$$

avec Γ_∞ et $\rho V_0 \Omega_\infty$ comme circulation et moment au foyer en écoulement compressible.

Au droit du profil l'angle induit local sera :

$$\Delta_i = \frac{\frac{v_1(x)}{V_0}}{1 - \frac{\tilde{u}_1(x)}{V_0}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} f(Cz_\infty, Cm_\infty(F), x/l)}{1 - \frac{1}{(1 - M_0^2)^{3/2}} \frac{m}{2\pi V_0 l^2} g(l/h)}.$$

Il en résulte immédiatement que la variation d'angle d'attaque sera affectée des mêmes modifications. En posant :

$$1 - \frac{1}{(1 - M_0^2)^{3/2}} \frac{m}{2\pi V_0 l^2} f(l/h) = D_c,$$

on peut écrire :

$$\alpha_a - \alpha_\infty = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} f(Cz_\infty, Cm_\infty(F), x/l);$$

de même, pour la variation de courbure locale au voisinage du profil :

$$\frac{d\Delta y}{dh} = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} h(Cz_\infty, Cm_\infty(F), x/l).$$

Pour calculer la déformation du squelette du profil entre l'écoulement illimité et l'écoulement limité, nous poserons :

1° pour le squelette primitif :

$$\frac{d\Gamma_\infty}{dx} = \frac{2 V_0}{\sqrt{1 - M_0^2}} \left[A_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum A_n \sin n\theta \right];$$

par suite :

$$v/V_0 = -A_0 - \sum A_n \cos n\theta \quad [\text{voir § } b)]$$

et la condition de tangence reste :

$$\frac{dy_0}{dx} = \alpha_\infty + \frac{v}{V_0};$$

2° pour le squelette déformé :

$$\frac{d\Gamma_h}{dx} = \frac{2 V_a}{\sqrt{1 - M_a^2}} \left[A'_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum A'_n \sin \theta \right];$$

par suite :

$$v'/V_a = -A'_0 - \sum A'_n \cos n\theta$$

et la condition de tangence reste :

$$\frac{dy_1}{dx} = \alpha_a + \frac{v'}{V_a}.$$

La relation de liaison entre le squelette primitif et le squelette déformé est :

$$\alpha_a - \alpha_\infty + \frac{v'}{V_a} - \frac{v}{V_0} = \frac{d\Delta y}{dx},$$

qui peut s'écrire :

$$\frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} f(Cz_\infty, Cm_\infty(F), l/h) + \left[\frac{v'}{V_a} - \frac{v}{V_0} \right] = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} h(Cz_\infty, Cm_\infty(F), x/h).$$

De la même façon que pour l'écoulement incompressible, nous développons les trois fonctions de l'égalité ci-dessus en fonction des cosinus des arcs multiples de θ . La relation ci-dessus s'écrit :

$$\frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} f(Cz_\infty, Cm_\infty(F), l/h) + \left[\frac{v'}{V_a}(\theta) - \frac{v}{V_0}(\theta) \right] = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} h(Cz_\infty, Cm_\infty(F), l/h, \theta);$$

l'identité des coefficients des cosinus des arcs multiples de θ donne :

$$A'_0 - A_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} f_0 (Cz_\infty, Cm_\infty (F), l/h),$$

$$A'_1 - A_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} f_1 (Cz_\infty, Cm_\infty (F), l/h),$$

$$A'_2 - A_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} f_2 (Cz_\infty, Cm_\infty (F), l/h);$$

•
•
•

les fonctions f_0, f_1, f_2, f_n sont identiques aux fonctions correspondantes de l'écoulement incompressible.

De la même façon, la variation d'angle de portance nulle s'écrit :

$$\beta_a - \beta_\infty = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} f' (Cz_\infty, Cm_\infty (F), l/h)$$

et la variation d'incidence aérodynamique est :

$$i_a - i_\infty = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} f'' (Cz_\infty, Cm_\infty (F), l/h).$$

Rappelons que la circulation unitaire globale $\bar{\Gamma}$ a pour expression :

$$\bar{\Gamma} = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} (2 A_0 + A_1)$$

et que le moment unitaire des circulations locales autour du milieu de la corde est :

$$Cm = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \left[A_0 - \frac{A_2}{2} \right].$$

Comme pour l'écoulement incompressible, nous conservons le fonctionnement aérodynamique du profil. En d'autres termes, nous comparons le profil en écoulement limité au même profil en écoulement illimité calé à la même incidence aérodynamique.

Les relations entre les coefficients A'' et A' restent valables, c'est-à-dire que :

$$A'_0 - A''_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} g_0 (Cz_\infty, Cm_\infty (F), l/h),$$

$$A'_1 - A''_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} g_1 (Cz_\infty, Cm_\infty (F), l/h),$$

$$A'_2 - A''_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}} \frac{1}{D_c} g_2 (Cz_\infty, Cm_\infty (F), l/h),$$

les fonctions g_0, g_1, g_2 étant identiques aux fonctions correspondantes de l'écoulement incompressible.

A condition d'admettre que M_a est peu différent de M_0 , on peut admettre que $\sqrt{1 - M_0^2} = \sqrt{1 - M_a^2}$. Par suite, comme pour l'écoulement incompressible, la variation de circulation unitaire est nulle. La variation de moment s'écrit, pour les squelettes :

$$\Delta C_m = \frac{1}{1 - M_0^2} \frac{1}{D_c} F(Cz_\infty, C m_\infty(F), l/h),$$

F étant identique à la fonction correspondante de l'écoulement incompressible.

Par suite, les formules finales de correction en écoulement compressible sont :

1° *correction de vitesse moyenne au droit du profil :*

$$D_c = \frac{V_a}{V_0} = 1 + \frac{1}{(1 - M_0^2)^{3/2}} \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi l}{h} \left[\cotgh \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right],$$

limitée au premier terme :

$$D_c = 1 + \frac{1}{(1 - M_0^2)^{3/2}} \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{3h^2};$$

2° *variation d'incidence aérodynamique pour le profil épais :*

$$i_a - i_h = \frac{1}{D_c (1 - M_0^2)} \left(\frac{d i_\infty}{d C z_\infty} \right) \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \left[C z_\infty + 4 C z_\infty \frac{l}{h} + 4 C m_\infty(F) \right] \right. \\ \left. - \left[\frac{7}{40} C z_\infty + \frac{7}{20} \left(4 C z_\infty \frac{l}{h} + 4 C m_\infty(F) \right) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \left[\frac{31}{672} C z_\infty + \frac{31}{224} \left(4 C z_\infty \frac{l}{h} + 4 C m_\infty(F) \right) \right] \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right\},$$

car la pente de la courbe $Cz = f(i)$, pour un profil mince en écoulement compressible, est $2/\pi \sqrt{1 - M_0^2}$ que nous remplaçons par la pente pour le profil épais ($d C z_\infty / d i_\infty$);

3° *variation du coefficient de portance pour le profil épais :*

$$C z_{0h} = C z_c D_c \left[1 + \frac{1}{(1 - M_0^2)^{3/2}} \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{2h^2} \right];$$

4° *variation du coefficient de moment pour le profil épais :*

$$\left[\frac{C m_{0h}(l/2)}{1 + \frac{1}{(1 - M_0^2)^{3/2}} \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{6h^2}} \right] = C m_c(l/2) - \frac{1}{4} \frac{1}{D_c} \frac{1}{1 - M_0^2} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ C z_\infty - \frac{7}{40} \left[C z_\infty + 4 C z_\infty \frac{l}{h} \right. \right. \\ \left. \left. + 4 C m_\infty(F) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \left[C z_\infty + 2 \left(4 C z_\infty \frac{l}{h} + 4 C m_\infty(F) \right) \right] \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right\}.$$

En conclusion, les formules de correction sont toutes affectées du facteur de compressibilité $1/(1 - M_0^2)$. En particulier les corrections d'incidence croissant dans ce rapport, une limite de validité des formules apparaît être $l/h = 1 - M_0^2$.

D'autre part, les restrictions de la théorie linéaire de l'écoulement compressible ne rendent ces formules applicables que pour des profils peu épais à de faibles incidences.

Devant ces mêmes restrictions, nous n'avons pas cru devoir donner actuellement de formule de correction pour les pressions locales.

MÉTHODE D'APPLICATION PRATIQUE DE LA THÉORIE

A. — Correction de vitesse moyenne

Le profil est soumis à une vitesse moyenne V_a , ou vitesse efficace, liée à la vitesse V_0 de référence à l'infini amont par la relation :

$$D = \frac{V_a}{V_0} = 1 + \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{2\pi l}{h} \left[\cotgh \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right].$$

Nous avons trouvé que la valeur à donner à m était :

$$m = V_0 \sigma,$$

d'où :

$$D = 1 + \frac{\sigma}{2l^2} \cdot \frac{l}{h} \left[\cotgh \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right]$$

(la fonction $\frac{1}{D}$ est donnée sur le tabl. XII).

Pour un faible effet de paroi :

$$D = 1 + \frac{\sigma}{l^2} \cdot \frac{\pi^2 l^2}{6h^2} = 1 + \frac{0,524}{l^2} \cdot \frac{\sigma}{h^2}.$$

B. — Réduction des résultats globaux

L'effet de paroi se présente, du point de vue des corrections sur les efforts globaux, sous la triple forme suivante :

- 1° correction d'effet d'épaisseur du profil ou d'effet bouchon;
- 2° correction de rotation générale de l'écoulement;
- 3° correction de courbure de l'écoulement.

Pour la portance, les deux dernières corrections se groupent en une correction d'incidence unique.

Pour le moment, la correction d'incidence est la même que pour la portance mais la correction de courbure affecte la valeur du moment.

Pour la traînée, la correction de courbure n'intervient pas, seuls l'effet bouchon et la rotation de l'écoulement subsistent.

Soit un groupe de valeurs Cz_{0h} Cm_{0h} ($l/2$) Cx_{0h} mesuré pour l'incidence i_h (relevée au gabarit par rapport à la corde de portance nulle) entre paroi. Les valeurs corrigées Cz_c et Cm_c ($l/2$) se rapporteront à l'incidence corrigée i_c .

La valeur corrigée Cx_b se rapportera à l'incidence corrigée i_b , différente de i_c , et aux valeurs Cz_b et Cm_b correspondant à cette incidence (voir fig. 39 a).

Toutes les formules de corrections, permettant de passer du groupe $[Cz_{0h}$ Cm_{0h} ($l/2$) Cx_{0h} $i_h]$ aux groupes $[Cz_c$ Cm_c ($l/2$) $i_h]$ $[Cx_c$ $i_b]$ font intervenir les valeurs $[Cz_\infty$, Cm_∞ (F),

$dC_{z_\infty}/di_\infty]$ dépendant de l'incidence i_h et appartenant à l'écoulement illimité (voir fig. 39 b). Ces valeurs étant inconnues dans la majorité des cas, on les remplace, pour le C_{z_∞} , par sa valeur théorique, de même que pour dC_{z_∞}/di_∞ , et pour le moment autour du foyer, on prend le moment expérimental trouvé pour le profil entre parois.

Pour la valeur théorique de dC_{z_∞}/di_∞ on peut prendre les valeurs données par le graphique C (pl. XII).

Dans la pratique, cette première approximation suffit. Pour obtenir un résultat plus précis, on peut reprendre les valeurs corrigées trouvées pour base d'un nouveau calcul.

Lorsque la courbe de portance n'est plus linéaire, nous tenons compte de l'usure de la circulation, en infligeant à la courbe corrigée le même déchet en incidence que la courbe expérimentale de départ.

Par ailleurs, la correction d'incidence, dépendant de la portance infinie théorique, est une fonction cachée de la portance expérimentale entre parois et doit rester indépendante du phénomène d'usure. On aura comme C_{z_∞} , non pas le C_{z_∞} de l'incidence i_h , mais le C_{z_∞} de l'incidence i_h , qui gouvernerait la portance expérimentale C_{z_∞} s'il n'y avait pas de phénomène d'usure de la circulation.

Nous donnons :

— dans le tableau IX, les formules de correction développées suivant les puissances de l/h ;

— dans le tableau X, les formules de correction développées suivant les coefficients caractéristiques;

— dans le tableau XI, les formules de correction lorsque le foyer est à 25 % de la corde.

Dans le tableau XII on trouvera les valeurs des corrections pour un profil symétrique avec foyer à 25 % de la corde, pour $C_{z_\infty} = 1$ et $\frac{dC_{z_\infty}}{di_\infty} = 0,100$.

C. — Vitesse axiale locale

VITESSE.

La vitesse axiale locale le long du profil est donnée par :

$$\frac{V_a(x)}{V_0} = 1 - \frac{\sigma}{2\pi l^2} \frac{\pi^2 l^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right],$$

en prenant l'origine au milieu de la corde du profil (la fonction $\operatorname{coséch}^2 x - \frac{1}{x^2}$ est donnée sur le graphique E).

D. — Correction des efforts locaux

Soit la répartition de pression dynamique q'_E q'_I sur l'extrados et l'intrados du profil, obtenue pour l'incidence i et pour la vitesse V_a , référence V_0 . Elle est donnée par les coefficients sans dimension q'_E/q_0 et q'_I/q_0 .

Pour obtenir la répartition de pression corrigée correspondant à l'incidence i_c définie plus haut, on procède de la façon suivante :

1° on rapporte les pressions dynamiques locales q'_E et q'_I à la pression dynamique $q_a(x)$ dont la formule est donnée ci-dessus, d'où :

$$q_E/q_a(x) \quad \text{et} \quad q_I/q_a(x),$$

pour une abscisse x donnée le long de la corde ;

2° on calcule :

a) la répartition de pression sur le profil symétrique de base :

$$\frac{q_s}{q} = \frac{q'_s}{q_a(x)} = \left[\frac{\sqrt{q'_E/q_a(x)} + \sqrt{q'_I/q_a(x)}}{2} \right];$$

b) la répartition de charge locale expérimentale P'_h :

$$P'_h = \frac{q'_E}{q_a(x)} - \frac{q'_I}{q_a(x)};$$

3° On pose :

$$x = -\frac{l}{2} \cos \theta \quad \text{avec} \quad \pi \geq \theta \geq 0;$$

on calcule la quantité :

$$\begin{aligned} (-\Delta P) = \frac{0,131}{D} \frac{l^2}{h^2} \left\{ (\operatorname{tg} \theta/2 - 2 \sin \theta) C_{z\infty} \left[1 - 0,2157 \frac{l^2}{h^2} + 0,0469 \frac{l^4}{h^4} \right] \right. \\ \left. + 4 \sin 2\theta \left[C_{z\infty} \frac{l}{l} + C_{m\infty}(F) \right] \left[0,4314 \frac{l^2}{h^2} - 0,1875 \frac{l^4}{h^4} \right] \right\}, \end{aligned}$$

que l'on ajoute à P'_h pour obtenir P''_c ;

4° on reconstitue les pressions locales d'intrados et d'extrados :

$$\frac{q_E}{q_0} = \frac{q_s}{q} \left[1 + \frac{P_c}{4 q_s/q} \right]^2 \quad \text{et} \quad \frac{q_I}{q_0} = \frac{q_s}{q} \left[1 - \frac{P_c}{4 q_s/q} \right].$$

Une difficulté se présente au voisinage du bord d'attaque, le terme en $\operatorname{tg} \theta/2$ devenant infini alors que les termes en sinus deviennent nuls :

a) pour le point M, situé à 10 % du bord d'attaque, on admet alors que les termes sinus sont négligeables et l'on calcule le coefficient A'_0 expérimental du développement de Glauert, qui est réduit à :

$$P'_h = 4 A'_0 \operatorname{tg} \theta/2;$$

b) on calcule, pour les points compris entre M et le bord d'attaque, la fonction Z telle que :

$$P'_h = 4 A'_0 Z;$$

TABLEAU IX

Formules générales

1° Correction du coefficient de portance :

$$Cx_c = \frac{Cx_{oh}}{D} - \frac{1}{1 + \frac{m}{2\pi V_o l^2} 2h^2} \frac{\pi^2 l^2}{2h^2};$$

2° Correction du coefficient de moment :

$$Cm_c(l/2) = \frac{Cm_{oh}}{D} \left[1 + \frac{m}{2\pi V_o l^2} \frac{\pi^2 l^2}{6h^2} \right] + \frac{1}{4} \frac{1}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48h^2} \left\{ Cz_\infty - \frac{7}{40} \left[Cz_\infty + 4Cz_\infty \frac{f}{l} + 4Cm_\infty(F) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8h^2} + \frac{31}{672} \left[Cz_\infty + 2 \left(4Cz_\infty \frac{f}{l} + 4Cm_\infty(F) \right) \right] \frac{\pi^4 l^4}{96h^4} \right\};$$

3° Correction d'incidence pour la portance et le moment :

$$i_c - i_h = \frac{1}{D} \left[\frac{di_\infty}{dCz_\infty} \right] \frac{\pi^2 l^2}{48h^2} \left\{ \left[Cz_\infty + 4Cz_\infty \frac{f}{l} + 4Cm_\infty(F) \right] - \left[\frac{7}{40} Cz_\infty + \frac{7}{20} \left(4Cz_\infty \frac{f}{l} + 4Cm_\infty(F) \right) \right] \frac{\pi^2 l^2}{8h^2} + \right.$$

$$\left. \left[\frac{31}{672} Cz_\infty + \frac{31}{224} \left(4Cz_\infty \frac{f}{l} + 4Cm_\infty(F) \right) \right] \frac{\pi^4 l^4}{96h^4} \right\};$$

4° Correction du coefficient de traînée :

$$Cx_c = \frac{Cx_{oh}}{D^2};$$

5° Correction d'incidence pour la traînée :

$$i_b - i_h = \frac{1}{D} \left[\frac{di_\infty}{dCz_\infty} \right] \frac{\pi^2 l^2}{48h^2} \left[4Cz_\infty \frac{f}{l} + 4Cm_\infty(F) \right] \left[1 - \frac{7}{30} \frac{\pi^2 l^2}{8h^2} + \frac{31}{420} \frac{\pi^4 l^4}{96h^4} \right];$$

TABEAU X

Formules numériques

1° Correction du coefficient de portance :

$$Cz_c = Cz_{oh} \frac{1}{1 + 0,7854 \frac{\sigma}{l^2} \frac{l^2}{h}};$$

2° Correction du coefficient de moment :

$$Cm_c(l/2) = \frac{Cm_{oh}(l/2)}{D \left[1 + 0,2618 \frac{\sigma}{l^2} \frac{l^2}{h^2} \right]} + \frac{0,0514}{D} \frac{l^2}{h^2} \left\{ Cz_\infty \left[1 - 0,2157 \frac{l^2}{h^2} + 0,0469 \frac{l^4}{h^4} \right] - \left[Cz_\infty \frac{f}{l} + Cm_\infty(F) \right] \left[0,8628 \frac{l^2}{h^2} - 0,376 \frac{l^4}{h^4} \right] \right\};$$

3° Correction d'incidence pour la portance et le moment :

$$i_c - i_h = \frac{di_\infty}{dCz_\infty} \frac{l^2}{D} \frac{l^2}{h^2} \left\{ Cz_\infty \left[1 - 0,2157 \frac{l^2}{h^2} + 0,0469 \frac{l^4}{h^4} \right] - \left[Cz_\infty \frac{f}{l} + Cm_\infty(F) \right] \left[4 - 1,725 \frac{l^2}{h^2} + 0,562 \frac{l^4}{h^4} \right] \right\};$$

4° Correction du coefficient de traînée :

$$Cx_c = \frac{Cx_{oh}}{D^2};$$

5° Correction d'incidence pour la traînée :

$$i_h - i_h = \left[\frac{di_\infty}{dCz_\infty} \right] \frac{0,823}{D} \frac{l^2}{h^2} \left\{ Cz_\infty \frac{f}{l} + Cm_\infty(F) \right\} \left[1 + 0,288 \frac{l^2}{h^2} + 0,0749 \frac{l^4}{h^4} \right].$$

TABEAU XI

Formules pour foyer à 25 %

1° Correction du coefficient de portance :

$$Cz_c = \frac{Cz_{oh}}{D} \frac{1}{1 + 0,7854 \frac{\sigma}{l^2} \frac{l^2}{h^2}};$$

2° Correction du coefficient de moment :

$$Cm_c (l/2) = \frac{Cm_{oh} (l/2)}{D \left(1 + 0,02618 \frac{\sigma}{l^2} \frac{l^2}{h^2} \right)} + \frac{0,0514 \frac{l^2}{h^2}}{D} Cz_{\infty} \left(1 + 0,4314 \frac{l^2}{h^2} + 0,1418 \frac{l^4}{h^4} \right) - \frac{0,0514 \frac{l^4}{h^4}}{D} Cm_{\infty} (F) \left(0,8628 - 0,376 \frac{l^2}{h^2} \right);$$

3° Correction d'incidence pour la portance et le moment :

$$i_c - i_h = \frac{di_{\infty}}{dCz_{\infty}} \frac{0,2056 \frac{l^2}{h^2}}{D} \left\{ Cz_{\infty} \left[2 - 0,677 \frac{l^2}{h^2} + 0,1876 \frac{l^4}{h^4} \right] + Cm_{\infty} (F) \left[4 - 1,725 \frac{l^2}{h^2} + 0,562 \frac{l^4}{h^4} \right] \right\};$$

4° Correction du coefficient de traînée :

$$Cx_b = \frac{Cx_{oh}}{D^2};$$

5° Correction d'incidence pour la traînée :

$$i_b - i_h = \frac{di_{\infty}}{dCx_{\infty}} \frac{0,2056 \frac{l^2}{h^2}}{D} \left[Cz_{\infty} + 4Cm_{\infty} (F) \right] \left[1 - 0,288 \frac{l^2}{h^2} + 0,0749 \frac{l^4}{h^4} \right].$$

TABLEAU XII

	$\frac{l^2}{h^2}$	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$\frac{1}{D} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma}{2l^2} \cdot \frac{l}{h} \left[\coth \frac{\pi l}{2h} = \frac{2h}{\pi l} \right]}$	$\sigma/l^2 = 0,05$	0,997	0,995	0,993	0,990	0,988
	$\sigma/l^2 = 0,10$	0,995	0,991	0,986	0,981	0,976
	$\sigma/l^2 = 0,15$	0,992	0,986	0,979	0,972	0,967
$\frac{Cz_c}{Cz_{0h}} = \frac{1}{D \left(1 + \frac{0,7859 \sigma}{l^2} \times \frac{l^2}{h^2} \right)}$	$\sigma/l^2 = 0,05$	0,9898	0,980	0,971	0,961	0,952
	$\sigma/l^2 = 0,10$	0,980	0,961	0,942	0,9245	0,908
	$\sigma/l^2 = 0,15$	0,970	0,942	0,916	0,891	0,8685
$D \left[1 + \frac{Cm_{0h}(l/2)}{l^2} \times \frac{l^2}{h^2} \right]$	$\sigma/l^2 = 0,05$	0,995	0,9905	0,985	0,9805	0,976
	$\sigma/l^2 = 0,10$	0,9898	0,9809	0,971	0,9617	0,9535
	$\sigma/l^2 = 0,15$	0,985	0,9716	0,9574	0,944	0,931
$\frac{0,0514}{D} \frac{l^2}{h^2} Cz_{\infty} \times \left[1 - 0,4314 \frac{l^2}{h^2} + 0,1408 \frac{l^4}{h^4} \right]$	$\sigma/l^2 = 0$	0,00956	0,01742	0,0244	0,0307	0,0364
	$\sigma/l^2 = 0,05$	0,00953	0,01733	0,0242	0,0304	0,0359
	$\sigma/l^2 = 0,10$	0,00951	0,01726	0,0241	0,0301	0,0355
	$\sigma/l^2 = 0,15$	0,00948	0,01717	0,0239	0,0298	0,0353
$\frac{i_c - i_h}{\frac{di_{\infty}}{dCz_{\infty}}}$	$\sigma/l^2 = 0$	0,077	0,1458	0,206	0,263	0,316
	$\sigma/l^2 = 0,05$	0,0767	0,1450	0,204	0,261	0,312
	$\sigma/l^2 = 0,10$	0,0765	0,1448	0,203	0,258	0,309
	$\sigma/l^2 = 0,15$	0,0764	0,1438	0,202	0,256	0,306
$\frac{i_b - i_h}{\frac{di_{\infty}}{dCz_{\infty}}}$	$\sigma/l^2 = 0$	0,0388	0,0735	0,105	0,1341	0,1615
	$\sigma/l^2 = 0,05$	0,0387	0,0731	0,1041	0,1328	0,1591
	$\sigma/l^2 = 0,10$	0,0386	0,0729	0,1033	0,1318	0,1578
	$\sigma/l^2 = 0,15$	0,0384	0,0725	0,1028	0,1308	0,1561

c) on calcule ensuite A''_0 , coefficient corrigé par l'expression :

$$A''_0 = A'_0 + \frac{0,131}{D} \frac{h^2}{l^2} Cz_\infty \left[1 - 0,2157 \frac{h^2}{l^2} + 0,0469 \frac{h^4}{l^4} \right];$$

d) on reconstitue la répartition locale des charges pour ces points par la relation :

$$P_c = 4 A''_0 Z.$$

F. — ÉTUDE DU CHAMP AÉRODYNAMIQUE AUTOUR DU PROFIL

Nous mettons succinctement en lumière les propriétés principales du champ aérodynamique autour du profil, c'est-à-dire l'étude des vitesses sur l'axe de la soufflerie et à la paroi.

1. — Vitesse sur l'axe de la soufflerie.

La vitesse sur l'axe de la soufflerie est donnée par :

$$u - iv = -V_0 - i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{h} \operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} - i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} \operatorname{cotgh} \frac{\pi x}{h} + \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \operatorname{coséch}^2 \frac{\pi x}{h}.$$

Dans la majorité des cas, on peut admettre que, pour une circulation nulle, cette vitesse se réduit à son terme horizontal, le terme vertical étant souvent négligeable et ne modifiant pas beaucoup le module de la vitesse locale en un point x différent de l'origine.

La vitesse induite sur l'axe par les systèmes images, a pour expression complète :

$$u - iv = -i \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{\pi}{h} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} - \frac{h}{\pi x} \right] - i \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch} \frac{\pi x}{h} \operatorname{cotgh} \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right] + \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h}{\pi x} \right].$$

Pour une circulation Γ_∞ nulle on peut admettre que le module de la vitesse induite se réduit à son terme horizontal :

$$u_1(x) = \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[\operatorname{coséch}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right] \quad \text{s'ajoutant à } -V_0.$$

Si nous développons la fonction entre crochets, comme nous le faisons habituellement, on trouve :

$$u_1(x) = \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \left[-\frac{1}{3} + \frac{1}{15} \frac{h^2}{\pi^2 x^2} - \frac{2}{189} \frac{h^4}{\pi^4 x^4} \right];$$

dans bien des cas cette formule suffit. Nous avons donné la fonction entre crochets sur la planche XIV (fig. 41) avec, pour variable, $\frac{\pi x}{h}$.

2. — Vitesse sur les parois de la soufflerie.

Pour obtenir les vitesses à la paroi, nous faisons $Z = x \pm ih/2$ dans la formule de la vitesse complexe :

$$u_1 - iv = -V_0 \mp \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{\pi}{h} \operatorname{sech} \frac{\pi x}{h} \mp \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \operatorname{sech} \frac{\pi x}{h} \operatorname{tgh} \frac{\pi x}{h} - \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi x}{h}.$$

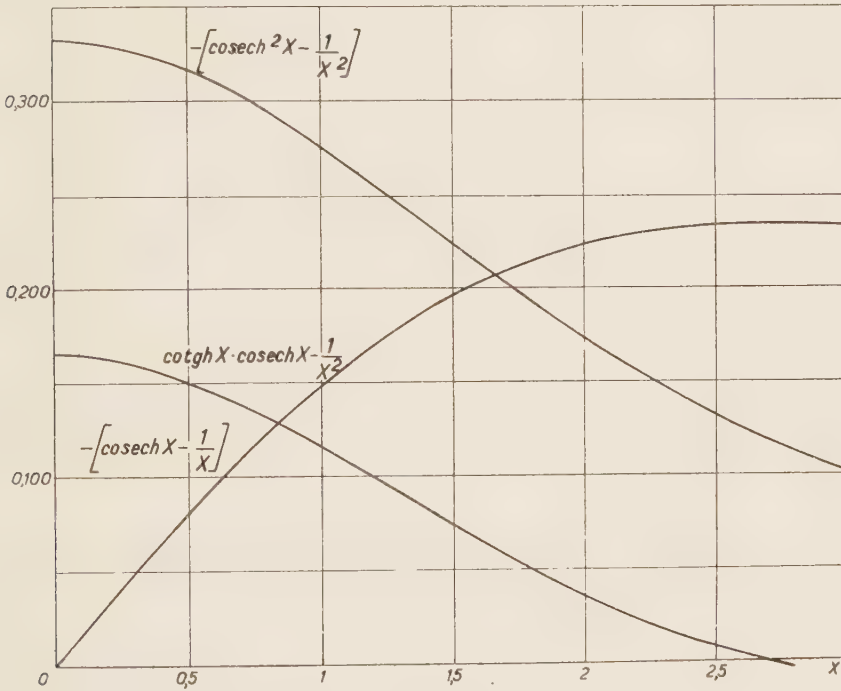


Fig. 41

Nous voyons que tous les termes sont horizontaux, donc que les vitesses sont tangentes aux parois, ce qui est une vérification de la validité de la représentation des parois par le potentiel complexe résultant employé.

La vitesse, pour la paroi supérieure, est :

$$u_{p_s}(x) = -V_0 - \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{\pi}{h} \operatorname{sech} \frac{\pi x}{h} - \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \operatorname{sech} \frac{\pi x}{h} \operatorname{tgh} \frac{\pi x}{h} - \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi x}{h}.$$

La vitesse, pour la paroi inférieure, est :

$$u_{p_r}(x) = -V_0 + \frac{\Gamma_\infty}{2\pi} \frac{\pi}{h} \operatorname{sech} \frac{\pi x}{h} + \frac{\Gamma_\infty f + \Omega_\infty}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \operatorname{sech} \frac{\pi x}{h} \operatorname{tgh} \frac{\pi x}{h} - \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi x}{h}.$$

La demi-somme est égale à :

$$\frac{1}{2} \left[u_{ps}(x) + u_{pi}(x) \right] = -V_0 - \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi x}{h}.$$

La survitesse moyenne est donc :

$$u_{pm}(x) = \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{h^2} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi x}{h}.$$

3. - Relation entre la vitesse induite sur l'axe de la soufflerie et les vitesses sur la paroi.

Pour $x = 0$, la vitesse induite sur l'axe de la soufflerie est

$$|u_1(0)| = \frac{m}{2\pi} \frac{\pi^2}{3h^2}.$$

La survitesse moyenne sur les parois est :

$$|u_{pm}(0)| = \frac{m}{2h} \frac{\pi^2}{h^2}.$$

Par conséquent, il est possible de connaître la survitesse maximum au droit du profil en relevant les pressions à la paroi au droit du profil.

G. - ESSAI D'EXPLICATION DES AUTRES THÉORIES

1. — Théorie de M. Toussaint.

Nous avons exposé dans la première partie la théorie de M. Toussaint. Elle est basée sur la représentation du profil et des images par un potentiel complexe résultant approché.

Le calcul des efforts se fait à l'aide des formules de Blasius et la variation de circulation est interprétée en appliquant la condition de Kutta-Joukowski au point sensible de l'aile.

Nous avons vu que l'interprétation qu'il fallait en donner était que la correction devait se faire à circulation constante, comme l'a montré notre calcul subsidiaire de variation d'incidence aérodynamique, et que la circulation à prendre en considération dans les formules de correction d'incidence était, comme pour notre théorie, la circulation théorique du profil en écoulement illimité calé à la même incidence géométrique.

Toutefois, l'approximation de calcul faite sur l'expression de la vitesse induite verticale au point sensible, en remplaçant les fonctions hyperboliques par un développement réduit à deux termes, limite la portée des formules de portance. D'autre part, nous n'avons pas accès au phénomène local, non plus qu'au moment.

2. — Théories de Goldstein et du N.A.C.A. Report n° 782.

Pour expliquer les théories de Goldstein et du N. A. C. A. Report n° 782 il suffit de se reporter à la *figure 35* relative à la correction à circulation constante sur un profil mince.

GOLDSTEIN, nous l'avons vu, étudie d'abord les caractéristiques d'un profil quelconque placé en écoulement non uniforme, puis cherche l'écoulement non uniforme équivalent à l'écoulement entre les parois au droit du profil considéré.

Rappelons que, dans le plan du cercle générateur, la vitesse complexe est écrite sous la forme :

$$u - iv = -ie^{i\theta_1} \frac{dz_1}{dz} \left[2V_0 \sin(\theta + \alpha) + \frac{\Gamma}{2\pi R} + 2V_0 P(\theta) \right]$$

et que la circulation s'écrit :

$$\Gamma = 4\pi R V_0 [\sin(\alpha + \beta) - P(\pi + \beta)],$$

ce qui revient à admettre une variation de l'angle de portance nulle du profil telle que l'on ait :

$$\sin(\alpha + \beta_1) = \sin(\alpha + \beta) - P(\pi + \beta).$$

Rappelons aussi que les formules finales *simplifiées* sont les suivantes :

$$\alpha_a - \alpha_\infty = \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[Cz_\infty + 4 Cm_\infty (l/2)_0 \right],$$

$$Cz_\infty = Cz_{0h} - \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} Cz_{0h},$$

$$Cm_\infty (l/2) = Cm_{0h} (l/2).$$

La variation de Cz est due à la variation de circulation, donc à la variation de l'angle de portance nulle.

La variation d'incidence correspond à la variation d'angle d'attaque de l'écoulement.

Donc, sur la *figure 35* nous passons du point (*h*) au point (*a*) par variation d'angle d'attaque, puis du point (*a*) au point (*b*) par variation d'angle de portance nulle interprétée en variation de portance.

Par ailleurs, le Cz_∞ des formules de Goldstein correspond au Cz_b de notre figure.

La théorie exposée dans le N.A.C.A. Report n° 782 admet, comme la théorie de Goldstein, une variation d'angle d'attaque donnée par la formule :

$$\alpha_a^0 = \alpha_h^0 + \frac{57.3}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[Cz_{0h} - \frac{2l}{4h} Cx_{0h} \right]$$

et une variation de l'angle de portance nulle, interprétée en perte de portance sous la forme :

$$Cz_{\infty} = Cz_{0h} \left[1 - \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} (1 + 2\Lambda) - \frac{2l}{4h} Cx_{0h} \right];$$

la variation de moment est :

$$Cm_{\infty} (l/2) = Cm_{0h} (l/2) \left[1 - 2\Lambda \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} - \frac{l}{2h} Cx_{0h} \right].$$

Le chemin suivi par cette théorie est identique à celui de la théorie de Goldstein, bien que les moyens employés soient très différents.

Rappelons, en outre, que l'hypothèse fondamentale est que la pointe de la répartition de pression le long de la corde soit conservée.

Nous pouvons, à l'aide des bases de départ de notre théorie, suivre la même méthode de correction pour juger des points d'accord et de désaccord entre ces théories et la nôtre.

Il suffit, en effet, de chercher quelles sont les caractéristiques d'un profil placé en écoulement illimité par rapport aux caractéristiques d'un profil entre parois, sachant que la variation d'incidence est $\alpha_a - \alpha_h$.

Soit alors un tel profil. L'expression de la circulation locale sera :

$$\frac{d\Gamma_{\infty}}{dx} = 2V_0 \left[A''_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} A''_n \sin n\theta \right].$$

Les expressions des coefficients A'' sont :

$$A''_0 = \alpha_a - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy}{dx} d\theta = A'_0 - \alpha_{\infty} \quad A''_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy}{dx} \cos \theta d\theta = A'_1,$$

$$A''_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy}{dx} \cos n\theta d\theta = A'_n;$$

par suite, les relations entre les coefficients A'' et A' sont :

$$\begin{aligned} A'_0 - A''_0 &= A'_0 - \alpha_a - (A''_0 - \alpha_a) = A'_0 - \alpha_a - (A_0 - \alpha_{\infty}) \\ &= A'_0 - A_0 - (\alpha_a - \alpha_{\infty}), \\ A'_1 - A''_1 &= A'_1 - A_1, \\ A'_n - A''_n &= A'_n - A_n. \end{aligned}$$

Numériquement, on a :

$$A'_0 - A''_0 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \left[4 Cz_{\infty} \frac{f}{l} + 4 Cm_{\infty} (F) \right] \left[-\frac{7}{60} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{480} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right] \right\},$$

$$A'_1 - A''_1 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} 2 Cz_{\infty} \left[1 - \frac{7}{40} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right].$$

$$A'_2 - A''_2 = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ \left[4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right] \left[-\frac{7}{20} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{168} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right] \right\}.$$

La variation de circulation unitaire pour les squelettes de profil est :

$$\Delta \Gamma = \pi [2 (A'_0 - A''_0) + (A'_1 - A''_1)],$$

$$\begin{aligned} \Delta \Gamma = \frac{1}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left\{ C z_\infty \left[1 - \frac{7}{40} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{672} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right] + \left[4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right] \times \right. \\ \left. \times \left[-\frac{7}{60} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} + \frac{31}{480} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right] \right\}; \end{aligned}$$

en la réduisant au premier terme, il reste :

$$\Delta \Gamma = \frac{1}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} C z_\infty.$$

La variation d'incidence réduite au premier terme est :

$$\alpha_a - \alpha_\infty = \frac{1}{D} \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right].$$

La variation de moment pour les squelettes nous est donnée par :

$$\begin{aligned} \Delta C m (l/2) = \pi/2 [(A'_0 - A''_0) - 1/2 (A'_2 - A''_2)] \\ = \frac{1}{4} \frac{1}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right] \left[+ \frac{7}{120} \frac{\pi^2 l^2}{8 h^2} - \frac{31}{1120} \frac{\pi^4 l^4}{96 h^4} \right]. \end{aligned}$$

Cette variation est nulle, en faisant les mêmes approximations que plus haut.

Sur ces formules, nous ferons deux remarques : ce sont des formules brutes s'appliquant au squelette du profil, c'est-à-dire qu'il faut tenir compte, d'une part, de la variation de vitesse axiale, d'autre part, de la variation de la pente de la courbe $Cz (i)$, dues à l'introduction de l'épaisseur du profil. Compte tenu de ces remarques, les formules deviennent :

$$C z_{0h} = \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0} \frac{5\pi^2}{6 h^2} \right] \left[C z_b + \frac{1}{D} \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} C z_\infty \right],$$

$$C m_{0h} (l/2) = C m_b (l/2) \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0} \frac{\pi^2}{2 h^2} \right],$$

$$\alpha_b - \alpha_h = \frac{1}{D} \left[\frac{d i_\infty}{d C z_\infty} \right] \frac{\pi^2 l^2}{48 h^2} \left[4 C z_\infty \frac{f}{l} + 4 C m_\infty (F) \right].$$

Sous cette forme, elles sont directement comparables aux formules de Goldstein et du N.A.C.A. Report n° 782.

Dans la forme, nous aboutissons au même résultat. Mais nous voyons qu'il intervient, dans nos formules de correction, la portance et le moment théorique qu'aurait le profil en écoulement illimité, calé à la même incidence géométrique, alors que pour les deux autres théories il faut prendre en considération la portance et le moment du profil entre parois ou calé à l'angle d'attaque corrigé entre parois.

CHAPITRE II

EXPÉRIENCES

A. — CHOIX DU MATÉRIEL EXPÉRIMENTAL ET DES MÉTHODES DE MESURE

1. — Choix de la réalisation pratique de l'effet de paroi.

Le problème de l'effet de paroi en écoulement bidimensionnel est gouverné par l'importance de la maquette par rapport aux dimensions de la veine.

L'aile étudiée est caractérisée par sa corde, sa distribution d'épaisseur, et sa courbure. Le paramètre principal est la corde; l'épaisseur et la courbure sont des qualités intrinsèques du profil.

La veine est caractérisée par sa hauteur qui est la dimension normale à la direction de la vitesse et à l'envergure de l'aile.

Il faut donc faire varier la corde du profil par rapport à la hauteur de la veine. Il existe deux façons d'atteindre ce résultat :

1° on conserve la même soufflerie et l'on exécute des maquettes de cordes différentes de façon à couvrir l'intervalle $\frac{l}{h} = \frac{\text{corde du profil}}{\text{hauteur de la soufflerie}}$ nécessaire, donc entre 0 et 1;

2° on conserve la même maquette et l'on fait varier la hauteur de la soufflerie.

Examinons ce qu'il y a lieu de conserver comme grandeur aérodynamique pour mener une étude correcte de l'effet de paroi.

La portance maximum et la traînée minimum sont gouvernées par le nombre de Reynolds de l'écoulement $R = V_0 l / \nu$.

La traînée est gouvernée, en première approximation, par le nombre de Reynolds critique de la soufflerie.

Il faudrait conserver à la fois le nombre de Reynolds de l'écoulement et le nombre de Reynolds critique.

La conservation du nombre de Reynolds de l'écoulement impose que :

1° dans le cas où la soufflerie reste la même, la vitesse dans la soufflerie varie;

2° dans le cas où la soufflerie varie en hauteur, la vitesse reste constante.

La conservation du nombre de Reynolds critique impose de conserver la même soufflerie.

Seule, la conservation de la même soufflerie permet de respecter les deux conditions. Nous allons l'examiner du point de vue réalisation pratique.

La corde minimum acceptable pour avoir des pesées suffisantes, une réalisation correcte en même temps que la possibilité d'équiper la surface de la maquette de trous de prise de pression, doit être de 0,25 m.

Le l/h minimum voisine 0,3, pour n'avoir pas à réaliser l'écoulement pseudo-illimité, tout en se conservant des possibilités d'extrapolation sûres du phénomène vers l'écoulement illimité.

Pour $l/h = 1$, il faudra une corde de 0,85 m, donc la hauteur de veine est fixée à 0,85 m.

Pour obtenir des mesures de pression valables, la vitesse du vent dans la soufflerie peut difficilement être inférieure à 35-40 m/s. La vitesse du vent dans la soufflerie avoisinera donc 120 m/s au maximum pour conserver le nombre de Reynolds de l'écoulement.

Pour avoir une vitesse de référence correcte, il faut se placer à deux cordes en amont du bord d'attaque, donc à 1,70 m pour la plus grande corde, ce qui oblige, finalement, à avoir une veine de 4 m de long.

Enfin, à cause des couches limite de paroi, des corrections qu'elles entraînent, la largeur de la soufflerie doit être égale à la corde du plus grand modèle, donc 0,85 m.

On aboutit à une soufflerie ayant une veine de 4 m de long, une section de $0,85 \times 0,85$ m et permettant une vitesse de 120 m/s, donc d'une puissance de l'ordre de 300 CV. C'est une soufflerie industrielle, que nous ne possédions pas à Saint-Cyr.

Du point de vue des maquettes, il faut sensiblement six maquettes identiques pour couvrir convenablement l'intervalle de variation de l/h , car il est nécessaire d'être sûr que les maquettes donneront toutes en écoulement illimité les mêmes courbes de pression, les mêmes caractéristiques globales, et que les traînées seront les mêmes. Pratiquement, il est impossible d'avoir des maquettes avec des états de surface homologues, donc la conservation du nombre de Reynolds critique devient illusoire.

D'autre part, supposons qu'au bord d'attaque nous ayons aux grandes incidences un $Kp = -5$, donc $V^2/V_0^2 = 6$. Pour la plus petite maquette, il y aura localement une vitesse de l'ordre de $120 \times \sqrt{6} = 300$ m/s. Nous heurtons de front les phénomènes de compressibilité.

Examinons la deuxième solution qui ne respecte pas la conservation du nombre de Reynolds critique.

En premier lieu, le nombre de Reynolds critique varie de façon peu inquiétante, si l'on choisit de faire varier uniquement la hauteur de la veine de la soufflerie, à condition que le nombre de Reynolds critique soit déjà bon, pour la plus grande hauteur. Car le nombre de Reynolds critique augmente avec le rapport de contraction du collecteur, sa valeur limite étant 385 000.

L'avantage très précieux est que l'on conserve la même maquette tout au long des essais. Le seul problème qui peut se poser est sa déformation dans le temps, et l'altération de son état de surface.

La soufflerie à hauteur variable conserve des caractéristiques raisonnables : hauteur 0,85 m, largeur 0,30 m, longueur de veine 1,20 m, vitesse du vent de 35 à 40 m/s.

Les corrections dues aux couches limites latérales, même si elles varient un peu par suite de la variation de l'épaisseur de ces couches limites, restent sensiblement du même ordre.

Les considérations d'ordre aérodynamique, aussi bien que les facilités de réalisation, font pencher en faveur d'une soufflerie à veine de hauteur variable avec une maquette unique.

2. — Description de la soufflerie.

L'Institut Aérotechnique de Saint-Cyr possédait une petite soufflerie en courant plan avec un collecteur à double courbure ayant une surface d'entrée de $1,47 \times 1,42$ m. Il se raccordait à une veine de 1,50 m de long, ayant une section droite de $0,97 \times 0,31$ m.

A la sortie de la veine, une suite de diffuseurs aboutissait à une section circulaire de 2,50 m de diamètre. L'hélice d'avion Hispano-Suiza tripale était entraînée par un moteur électrique triphasé de 29 CV. L'ensemble assurait dans la veine une vitesse maximum très instable (± 3 %) de 35 m/s. Nous avons les éléments de base d'une soufflerie voisine de celle désirée.

Nous avons songé un instant à introduire dans cette soufflerie des panneaux symétriques par rapport au plan axial de la soufflerie et à écartement variable. Nous aurions ainsi réalisé des canaux de hauteurs variables, le gradient de pression statique étant annulé à vide par réglage de la divergence des panneaux.

Mais les panneaux se comportent comme des ailes minces, donc pourvus d'une circulation qui se serait modifiée en présence de l'aile par suite des survitesses induites sur les parois internes des panneaux, cette circulation modifiant à son tour celle du profil.

Finalement, nous avons rejeté la veine existante pour la remplacer par un dispositif réglable.

a) DESCRIPTION DE LA PARTIE RÉGLABLE DE LA SOUFFLERIE.

Il a été réalisé à l'atelier de l'Institut Aérotechnique de Saint-Cyr quatre panneaux en contre-plaqué de 8 mm, formant deux parois verticales qui se raccordent au collecteur à double courbure et au diffuseur existants [voir pl. XV (*fig. 42*)]. Ces deux parois, portées par une charpente légère, ont 6,40 m de long et 1,30 m de haut. Elles sont distantes entre elles de 0,310 m.

Extérieurement, elles sont rigidifiées par des poutres en bois et des fers cornières assurant que sous une dépression de 100 kg/m² la déformation de flexion est inférieure à 1/10 de millimètre.

Intérieurement, les surfaces sont poncées, couvertes d'enduit et de plusieurs couches de peinture laquée pour obtenir un bon état de surface.

Entre ces deux parois viennent s'insérer le plafond et le plancher de la partie réglable. Le plafond et le plancher sont identiques. Ils sont composés de quatre éléments indépendants :

1° le collecteur plan amenant progressivement la section de $0,97 \times 0,310$ m à la section d'entrée de la veine;

2° la partie amont de la veine, ou veine proprement dite, qui constitue la chambre d'expérience de la soufflerie;

3° la partie aval de la veine qui peut être un prolongement de la partie amont ou le début du diffuseur, suivant que la hauteur de veine désirée est grande ou petite;

4° le diffuseur plan proprement dit amenant la section de sortie de la partie aval de la veine à la section $0,97 \times 0,310$ m d'entrée du diffuseur tridimensionnel.

Ces éléments sont constitués par des cadres en bois recouverts de contre-plaqué de 5 mm d'épaisseur. Ils ont été enduits et peints de la même façon que les parois latérales.

Ces éléments sont réunis entre eux par des couples de charnières, sauf la liaison collecteur veine qui est assurée par une plaque de duralumin encastrée et vissée de façon à obtenir une bonne continuité de surface.

L'étanchéité entre les éléments est assurée par des blocs de caoutchouc mousse de 4×4 cm de section collés sur les portions de cadre face à face.

L'étanchéité entre les éléments et les parois latérales est assurée par un boudin continu de caoutchouc mousse logé dans une rainure ménagée sur les flancs des cadres des

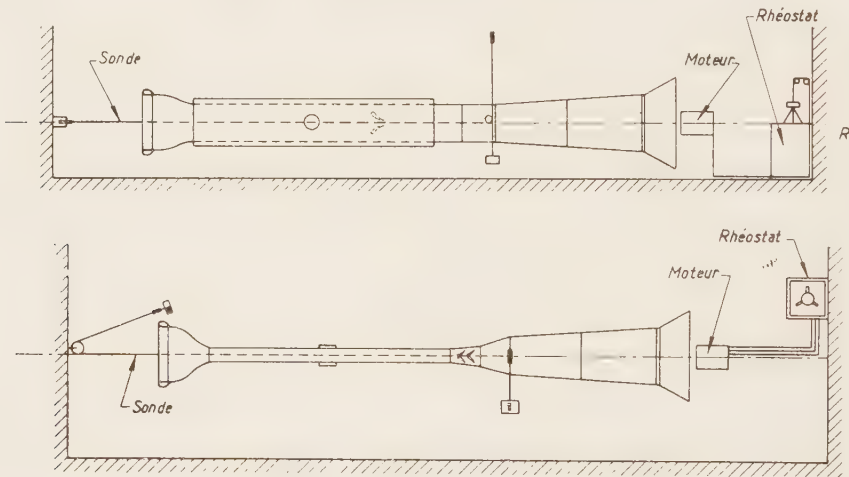


Fig. 42. — Installation générale

éléments. Son écrasement assure l'absence de toute fuite entre l'extérieur et le canal réalisé lorsque les parois latérales sont mises en place.

Le plancher et le plafond sont tenus en place par des couples de tiges filetées accrochés au voisinage des charnières et s'appuyant sur les tiges de serrage tenant en place les parois latérales.

Pour chaque hauteur de veine, il a été réalisé un couple d'éléments collecteur, appuyé sur la partie amont de la veine par les plaques de duralumin. La loi de section, très progressive vers la fin du collecteur, assure, dès l'entrée de la veine, une répartition plane de vitesse en dehors des couches limites.

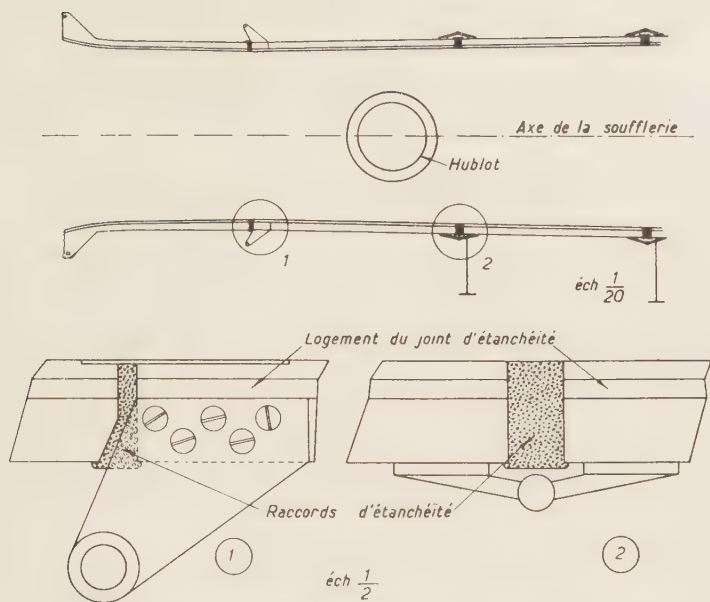


Fig. 43. — Étanchéité et accrochage des parois plancher plafond

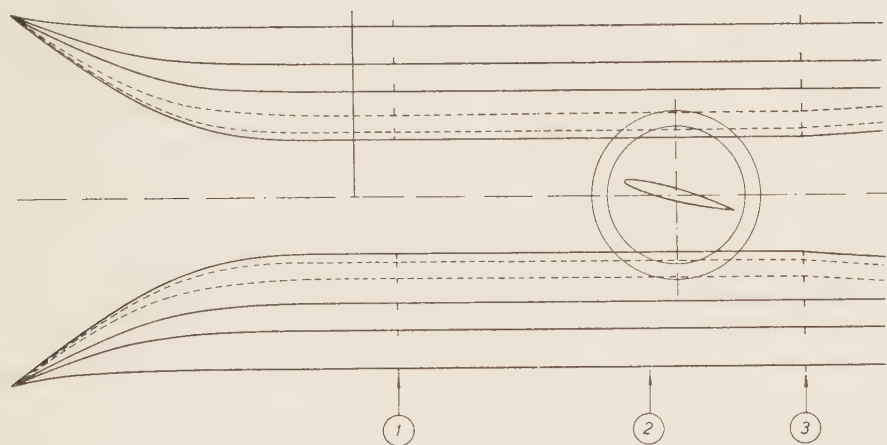


Fig. 44. — Formes et dimensions de la veine

hauteurs de la veine
(en mètres)

en amont	1	0,900	0,701	0,555	0,430	0,341	0,300
au foyer de l'aile	2	0,911	0,711	0,564	0,438	0,348	0,306
en aval	3	0,915	0,715	0,567	0,441	0,350	0,308

On trouvera, sur les planches XV, XVI et XVII (*fig. 42, 43 et 44*) :

- le plan général de la soufflerie;
- le plan de la partie plane de la soufflerie;
- les formes et dimensions des différentes veines réalisées.

b) DESCRIPTION DU DISPOSITIF DE VARIATION D'INCIDENCE.

La corde du profil à laquelle nous nous sommes finalement arrêtés est de 300 mm.

Nous avons fixé l'axe de rotation, pour la maquette, au milieu de la corde, et pour la soufflerie, à 750 mm en aval du début de la veine amont et dans le plan médian passant par le milieu des parois latérales.

Le dispositif de rotation est composé des éléments suivants pour chaque paroi latérale :

- Un anneau métallique, encastré et vissé dans la paroi, pouvant recevoir sur sa face externe un boudin de caoutchouc logé dans un évidement en demi-lune;

- un flasque de plexiglas se logeant dans l'anneau métallique. Ce disque possède en son centre un évidement rectangulaire avec, sur le pourtour, des vis métalliques saillant vers l'extérieur;

- deux demi-coquilles en bois portant l'empreinte du profil. Elles sont réunies par deux boulons pour serrer la maquette et former un bloc unique. Le bloc ainsi constitué possède une rainure périphérique recevant un boudin de caoutchouc. L'écrasement du boudin est assuré par le serrage du bloc de bois sur le flasque de plexiglas à l'aide des vis métalliques.

Le flasque de plexiglas est maintenu en place et serré dans l'anneau métallique par une couronne en acier boulonnée sur l'anneau.

Les dessins de l'ensemble sont donnés sur la planche XVIII (*fig. 45*).

Cet ensemble permet la rotation de la maquette autour de l'axe passant par le milieu de la corde.

Les incidences sont réglées avec un niveau d'artillerie posé sur un gabarit en bois

3. — Description de la maquette.

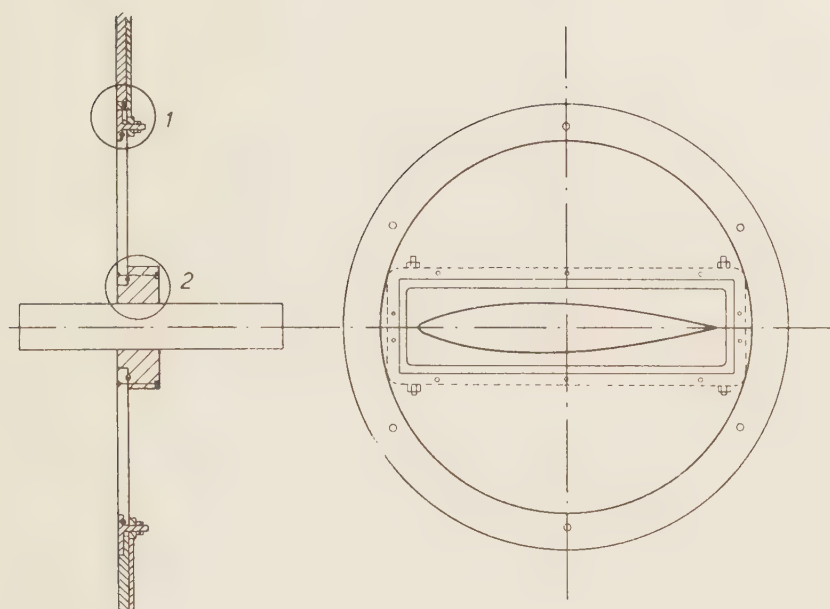
a) CHOIX DU PROFIL DE LA MAQUETTE.

Nous avons choisi un profil moderne pour avoir de bonnes qualités aérodynamiques et, en particulier, un assez bon accord entre la courbe de portance théorique et la courbe de portance expérimentale. Pour la facilité du choix nous avons préféré un profil N.A.C.A. de la série 6.

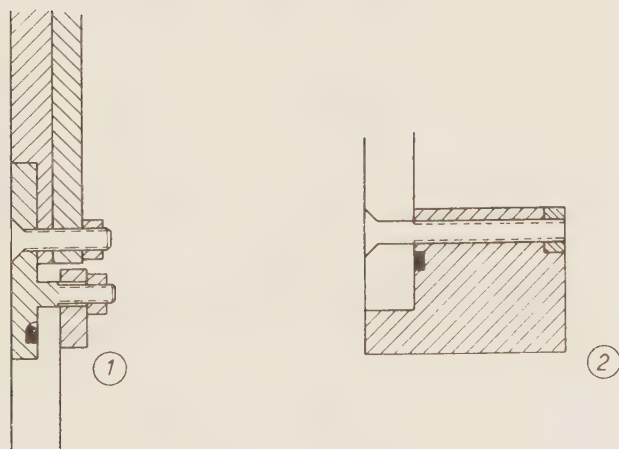
Notre choix s'est arrêté sur le profil N.A.C.A. 63 015 :

1° d'après les documents expérimentaux l'épaisseur de 15 % apparaît comme optimum du point de vue portance maximum;

2° étant donné son maître couple avancé, il n'est pas trop sensible au nombre de Reynolds critique de la soufflerie, en ce qui concerne la traînée;



Echelle : $\frac{1}{5}$



Echelle : $\frac{1}{1}$

Fig. 15

3° il est symétrique, donc simple à réaliser et plus facilement analysable; en particulier, il est identique à son profil de base.

b) RÉALISATION PRATIQUE DE LA MAQUETTE.

La maquette a été retailée dans une maquette, vieille de vingt ans, en bois des îles, faite de languettes collées. Nous avons un matériau de premier choix, dur et stable.

Le profil théorique a été respecté, sauf au bord de fuite où, pour des raisons de solidité, nous avons engrossé les côtes. Le bord de fuite est donc épais.

La maquette a une envergure de 780 mm, une corde de 300 mm, une épaisseur de 45 mm.

Des tubes de laiton de 2 mm de diamètre, encastrés parallèlement à l'envergure, affleurent à la surface.

La maquette a été ensuite enduite de mastic de carrossier et poncée plusieurs fois pour obtenir un très bon état de surface sans ondulation appréciable et respectant le profil théorique. Enfin, elle a été vernie au tampon plusieurs fois.

Des trous de 5/10 de millimètre, normaux à la surface, sont percés dans les tubes de laiton, au voisinage de la section médiane, sur une bande de 10 mm de large.

Le dessin du profil réalisé figure sur la planche XIX (*fig. 46*), avec les côtes absolues et les côtes relatives des trous de prise de pression.

4. — Méthodes de mesures et moyens de mesures.

Pour la mesure de la pression dynamique de référence, nous avons préféré un tube de Pitot double étalon à une prise de pression à la paroi pour avoir un instrument plus fidèle dans le temps et pour pouvoir le placer au point privilégié (point de référence dont l'indication est indépendante de l'incidence de la maquette).

Pour les mesures des efforts globaux, nous avons préféré les méthodes de pression, c'est-à-dire obtention de la portance et du moment par intégration des pressions et des moments locaux, obtention de la traînée par la méthode des sillages.

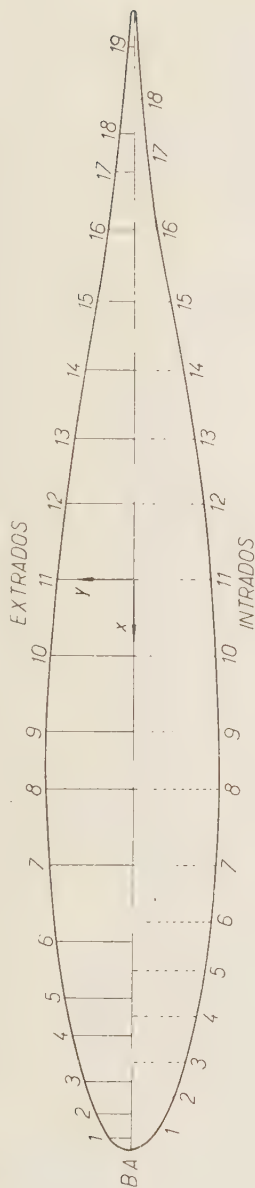
Nous avons, de cette manière, évité la réalisation d'une balance et de joints étanches au droit de la traversée de la soufflerie par la maquette, car nous ne voulions aucun jeu entre la maquette et les parois latérales.

Les corrections sur les efforts globaux, dues à l'effet des couches limites latérales, sont beaucoup moindres pour la section médiane que pour la partie de la maquette incluse dans la veine.

Les pressions locales nous renseignent sur le phénomène d'une façon plus fine qu'une pesée globale et nous donnent accès aux efforts locaux.

La mesure de la traînée par la méthode des sillages évite toute intervention de la traînée induite par la portance, puisque nous ne recueillons que la perte de quantité de mouvement.

COUPE DE LA MAQUETTE DANS LA SECTION MÉDIANE



EXTRADOS

N ^o prises	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
x^{mm}	144,6	140,5	131,5	120	110	95	75	55	40	20	0	-20	-37	-55	-73	-92	-107	-117	-137
y^{mm}	6,1	9,5	13,2	16,1	18,1	20,2	21,9	22,6	22,6	22,15	20,4	17,9	15,45	12,75	9,75	6,8	4,4	3,3	1
x l	0,489	0,468	0,438	0,400	0,367	0,317	0,250	0,183	0,133	0,067	0	-0,067	-0,123	-0,183	-0,243	-0,307	-0,357	-0,390	-0,457
y l	0,020	0,030	0,043	0,054	0,060	0,067	0,073	0,073	0,075	0,074	0,068	0,060	0,052	0,043	0,033	0,023	0,015	0,011	0,003

INTRADOS

N ^o prises	B.A.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13	13	14	15	16	17	18
x^{mm}	150	144,5	135,5	126,5	115	103	90	75	55	40	20	0	-20	-37	-55	-73	-92	-112	-126
y^{mm}	0	6,6	10,8	13,7	16,8	19	20,6	21,95	22,6	22,6	22,15	20,4	17,9	15,4	12,75	9,75	6,80	3,90	2,50
x l	0,500	0,482	0,452	0,422	0,383	0,343	0,300	0,250	0,183	0,133	0,067	0	-0,067	-0,123	-0,183	-0,243	-0,307	-0,373	-0,420
y l	0	0,022	0,036	0,046	0,056	0,063	0,069	0,073	0,075	0,075	0,074	0,068	0,060	0,052	0,043	0,033	0,023	0,013	0,008

a) POSITION DU POINT DE RÉFÉRENCE.

La prise de pression statique du Pitot de référence se trouve à 885 mm (2,95 corde) en amont du centre de l'aile. Il est situé dans un plan vertical, à 80 mm de la paroi gauche repérée face au vent, pour éviter tout sillage, même léger, sur la bande des trous de prise de pression sur le profil.

b) MESURE DES PRESSIONS SUR LE PROFIL.

Originellement, seul le bord d'attaque de la maquette et le bord de fuite étaient équipés de trous de prise de pression. Nous pensions pouvoir relever les pressions locales à l'aide de deux sondes lécheuses conjuguées sur l'intrados et l'extrados et se déplaçant

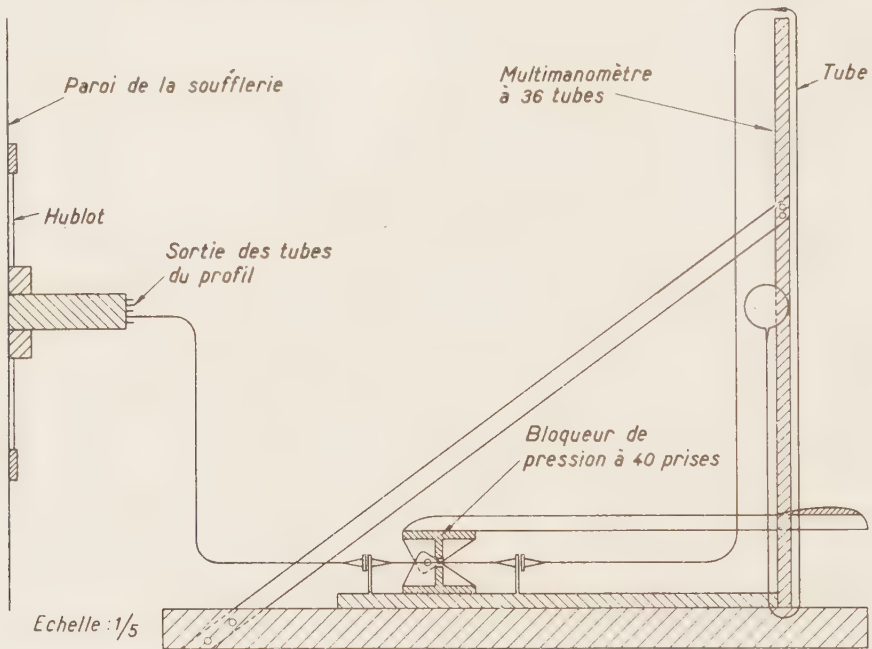


Fig. 47. — Mesure des pressions sur le profil

grâce à un chariot portant le bras support des sondes. Ce dispositif avait donné d'excellents résultats pour une corde de 600 mm (réf. [22]). Lors des premiers essais, nous nous sommes aperçus d'une nette divergence entre les pressions données par les trous et par les sondes. Les sondes lécheuses ne sont pas des instruments assez fins pour une maquette n'ayant que 300 mm de corde, en particulier au bord d'attaque.

Les pressions transmises des tubes de laiton sortant de la maquette par des tubes de résine vinylique aboutissent à un multimanomètre vertical à trente-six tubes, après passage dans un bloqueur de pression.

La pression totale et la pression statique de référence sont inscrites sur le même multimanomètre et y aboutissent par des tubes de résine vinylique fins pour que les retards soient les mêmes et que les oscillations de niveau d'alcool dans les tubes soient en phase à tout instant.

Le bloqueur de pression est une presse à main écrasant, simultanément, tous les tubes aboutissant au multimanomètre. Il permet de bloquer les pressions à un instant quelconque, en particulier lorsqu'il y a un palier de vitesse. En outre, les niveaux étant bloqués, on peut faire les lectures à plus ou moins 1/10 de millimètre près avec certitude [voir pl. XX (*fig.* 47)].

c) MESURE DES PRESSIONS DANS LE SILLAGE.

Les pressions dans le sillage, pression statique et pression totale, sont relevées par une sonde double incluse dans un mât vertical cylindrique, placé dans le plan médian vertical de la soufflerie. Les trous de prise de pression sont à 130 mm (0,435 corde) en arrière du bord de fuite de la maquette. La sonde est montée sur un chariot à vis micrométrique. Nous avons mesuré le sillage, non pas derrière la bande de trous de prise de pression mais à 75 mm à gauche de ces trous, à la suite d'essais systématiques. Ces essais nous ont montré que l'influence des trous n'était plus sensible pour la section que nous avons choisie.

d) MESURE DU GRADIENT LONGITUDINAL DE PRESSION STATIQUE.

Le gradient longitudinal de pression statique dans l'axe de la soufflerie est mesuré pour l'annuler par divergence du plancher et du plafond. Dans ce but, nous avons fait réaliser une sonde spéciale tenue en place par deux cordes à piano sous tension. La corde à piano amont s'enroule sur un tambour mû par un moteur électrique, avec des arrêts automatiques tous les 3 cm, après être sortie par le collecteur et passée sur une poulie de renvoi. La corde à piano arrière sort de la soufflerie au niveau du premier diffuseur et, après un renvoi de poulie, supporte un plateau chargé de 10 kg de poids.

Les lectures de différence de pression se faisaient à l'aide d'un manomètre incliné au dixième.

Nous donnons, sur la planche XXI (*fig.* 48), les gradients de pression statique longitudinaux obtenus pour les différentes hauteurs de veine. On peut se rendre compte que la sonde possède un coefficient d'étalonnage de 1,1 %.

e) MESURE DE LA VITESSE AU FOYER DE L'AILE.

Il faut choisir un point de mesure de la vitesse de référence telle que celle-ci soit indépendante de l'incidence du profil pour chaque hauteur de veine réalisée. D'autre part, la vitesse de référence n'est pas celle qui règne au droit du profil.

Pour choisir le point de référence indépendant de l'incidence ou point privilégié, nous nous sommes appuyés sur deux sortes de résultats :

1° les résultats obtenus par M. PICOT dans une très petite soufflerie, avec un profil de 120 mm de corde, ont montré que, pour un profil symétrique placé dans l'axe de la soufflerie et tournant autour du milieu de sa corde, le point privilégié était situé sur l'axe de la soufflerie. Il a donné ensuite le rapport de la pression dynamique au point privilégié à la pression dynamique au droit du profil à différentes positions, en amont du bord d'attaque et pour deux hauteurs de veine.

On voit, d'après le graphique de la planche XXII (fig. 49), que, à 1,5 corde en amont du bord d'attaque, ce rapport est égal à 1;

2° pour les trois plus grandes hauteurs de veine, nous avons vérifié qu'il existe un point privilégié et qu'il est, effectivement, dans le plan médian horizontal de la soufflerie. Nous avons pu le faire en plaçant dans ce même plan et à l'entrée du collecteur

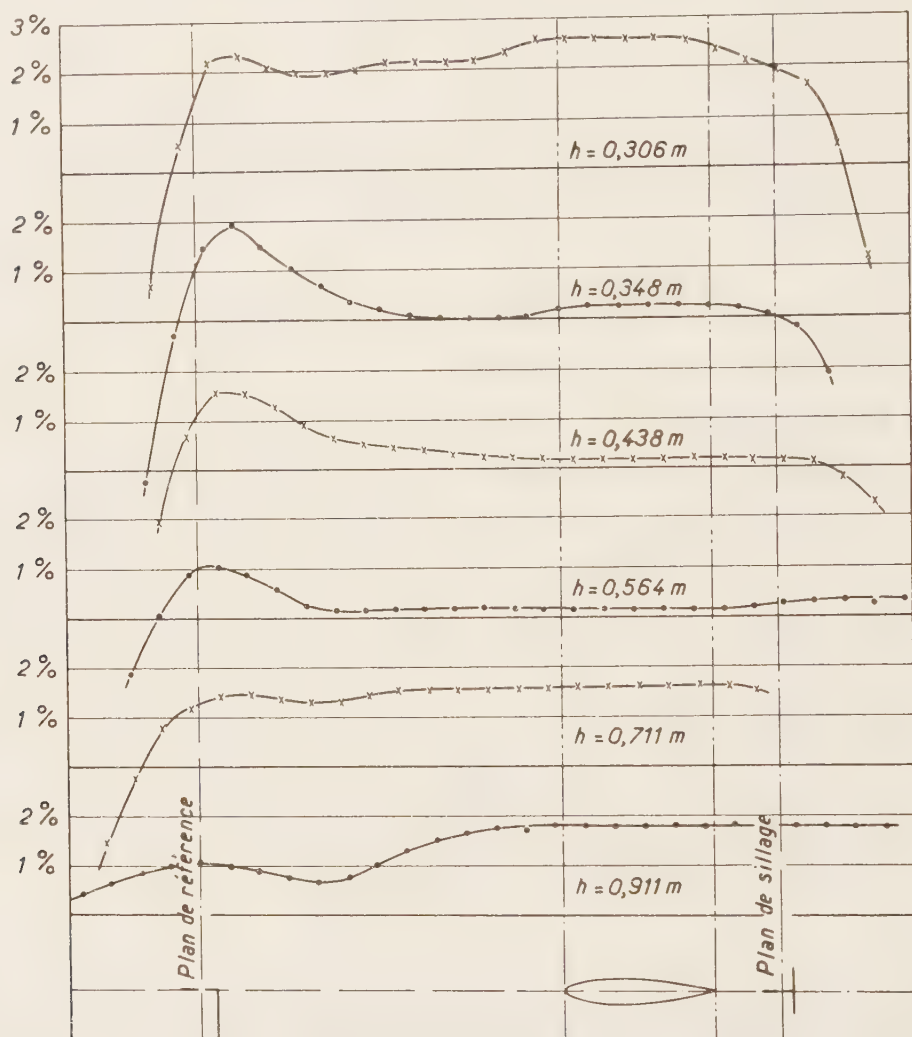


Fig. 48. — Gradients de pression statique longitudinaux dans l'axe de la soufflerie

plan (5,5 corde en amont du milieu de l'aile) une sonde TL d'aviation, réglée pour que la dépression indiquée soit très sensiblement celle régnant au droit du Pitot de référence.

Pour étalonner la vitesse au droit de la maquette par rapport à la vitesse au droit du point de référence privilégié, nous nous sommes servis de la méthode des deux Pitots, qui consiste à inverser la position de deux Pitots, dont l'un sert d'étalon entre les deux points choisis. On a ainsi la différence de pression statique qui règne entre les deux points de mesure, la différence de pression totale et, accessoirement, l'étalonnage de la prise statique du Pitot auxiliaire par rapport à la prise statique du Pitot étalon.

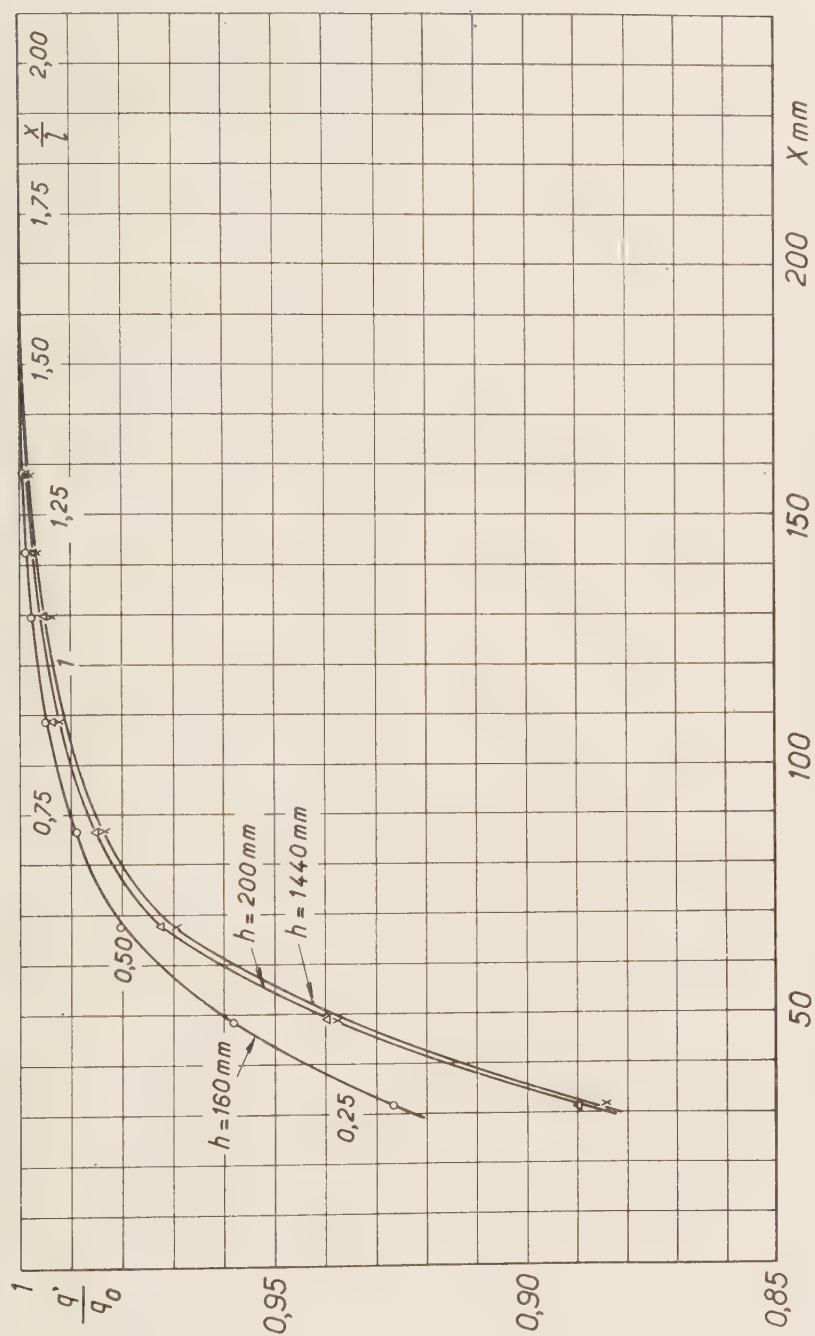


Fig. 49. — Étalonnage de l'erreur sur la pression dynamique vraie pour le point de référence privilégié à l'amont de l'aile
Aile N. A. C. A. 64,2 -015 $l = 119 \text{ mm}$ (Essais de Pico)

Ceci nous a permis de déceler une très légère répartition de pression totale due à la double courbure du collecteur d'entrée.

f) RÉPARTITION DE VITESSE DANS UNE SECTION DE LA VEINE.

Nous avons vérifié que pour une section de la veine, la répartition de vitesse horizontale, à mi-distance du plancher et du plafond était plane à $\pm 0,1$ % près en dehors des couches limites.

Nous avons vérifié pour un certain nombre de hauteurs de veine que la répartition de vitesse verticale à mi-distance des parois latérales était plane à $\pm 0,5$ % près en dehors des couches limites.

g) EXPLORATION DES COUCHES LIMITES SUR LES PAROIS DE LA SOUFFLERIE.

Pour connaître les corrections apportées par les couches limites sur les parois latérales de la soufflerie, nous avons été contraints de mesurer la répartition de vitesse dans ces couches limites, au droit de la ligne des foyers de la maquette. Nous avons donc relevé la répartition de pression totale dans la couche limite à l'aide d'une sonde très fine montée sur un chariot à vis micrométrique.

Nous avons trouvé, dans tous les cas, des couches limites de 30 à 40 mm d'épaisseur, mais décroissantes avec l'augmentation du coefficient de contraction collecteur veine. Celui-ci varie entre 7,4 et 22.

Comme nous le verrons plus loin, pratiquement nous n'avons besoin de connaître que l'épaisseur de déplacement de la couche limite. Pour chaque hauteur, nous avons une épaisseur de déplacement moyenne des deux épaisseurs pour les parois droite et gauche, d'où le tableau des valeurs suivant (tabl. XIII) :

TABLEAU XIII

911	711	564	438	348	306	h
4,3	3,5	3,4	3,1	2,9	2,8	δ_1

Sur le plancher et sur le plafond se développent des couches limites très voisines de celles qui existent sur les parois latérales. Nous définissons, à ce propos, la hauteur géométrique de la veine et la hauteur réduite de la veine qui sont, pour la première, la hauteur vraie de la veine au droit du foyer de la maquette, pour la seconde, la hauteur vraie de la veine moins deux fois l'épaisseur de déplacement des couches limites qui se développent sur le plancher et le plafond au droit du foyer de la maquette (tabl. XIV) :

TABLEAU XIV

911	711	564	438	348	306	h
903	704	557	432	342	300	h_1

Nous définissons les rapports l/h et l/h_1 et leurs carrés correspondant à ces deux hauteurs (tabl. XV) :

TABLEAU XV

0,329	0,422	0,552	0,685	0,862	0,980	l/h
0,333	0,426	0,538	0,695	0,877	1,000	l/h_1
0,108	0,178	0,284	0,470	0,745	0,961	l^2/h^2
0,110	0,181	0,290	0,483	0,770	1,000	l^2/h_1^2

Nous donnons, planche XXIII (*fig. 50*), les répartitions de vitesse dans les couches limites sur les parois latérales au droit du foyer de la maquette.

B. -- DÉPOUILLEMENT ET CORRECTIONS DIVERSES

Nous exposons ici diverses corrections qui ont été rendues nécessaires pour aboutir au résultat purgé de tous les phénomènes parasites connus qui ne sont pas de l'effet de paroi.

Ces corrections sont :

1° les corrections de pression totale de référence, de pression statique de référence et de gradient de pression statique longitudinal;

2° les corrections dues à l'effet des couches limites latérales sur les caractéristiques globales et locales de la maquette.

1. — Corrections de pression totale de référence, corrections de pression statique de référence et de gradient de pression statique longitudinal.

a) CORRECTIONS DE PRESSION TOTALE DE RÉFÉRENCE.

Nous avons vu plus haut que la pression totale au point de référence privilégié était inférieure à la pression totale, dans la zone du profil médian de la maquette, de 0,002 fois la pression dynamique de référence. Cela se traduit par une erreur correspondante sur la pression dynamique de référence, donc les rapports de grandeurs quelconques à cette pression dynamique.

b) CORRECTIONS DE PRESSION STATIQUE DE RÉFÉRENCE.

Nous avons admis que la pression statique de référence donnée par le « Pitot étalon » était la pression statique étalon.

La pression statique au droit du foyer de l'aile est différente de la pression statique au point de référence privilégié.

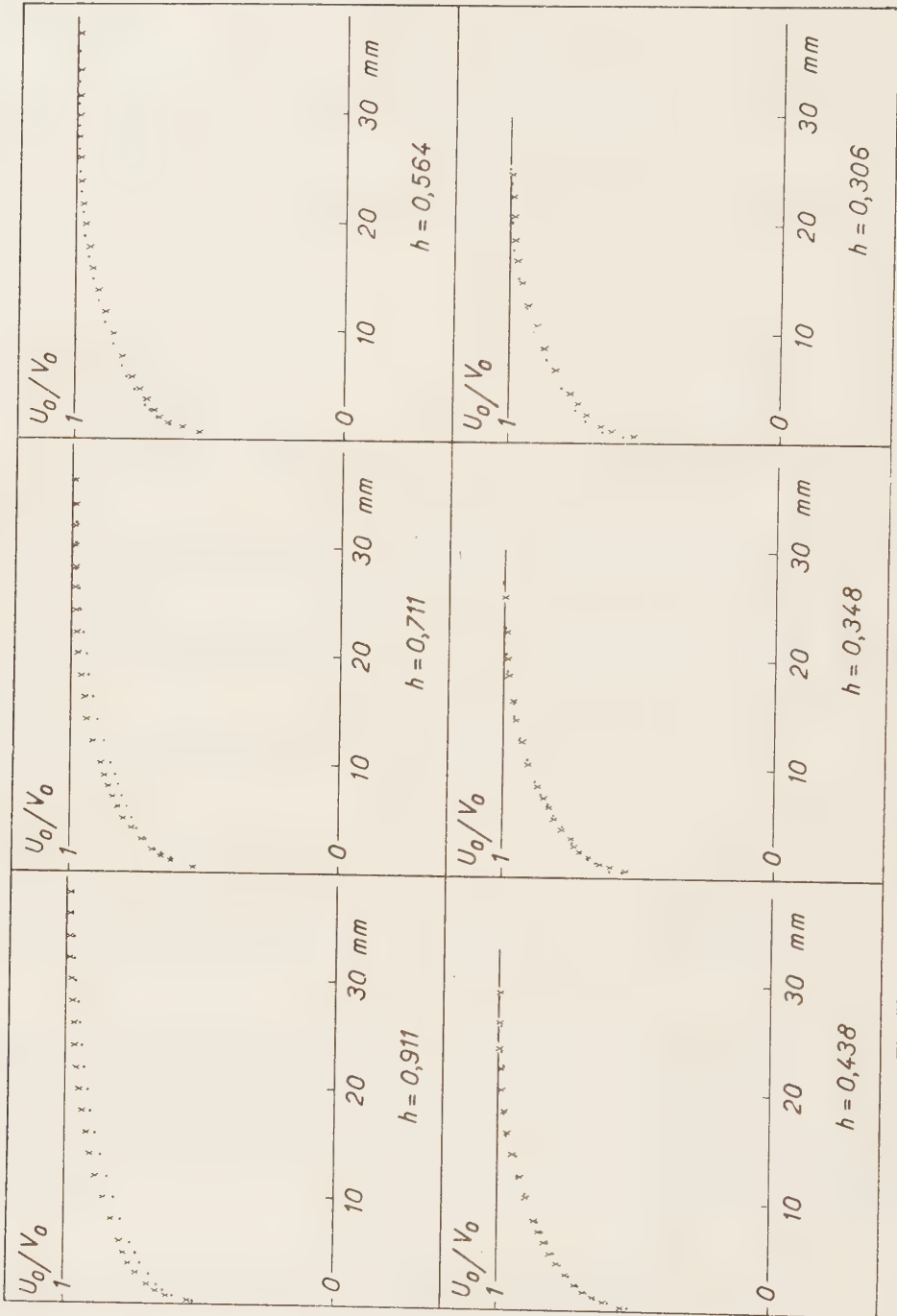


Fig. 50. — Couches limites sur les parois latérales au droit du foyer expérimental de l'aile

· paroi gauche.

× paroi droite

Les pressions statiques sur le profil sont mesurées par rapport à la pression statique de référence et rapportées à la pression dynamique de référence qui vient d'être corrigée du tarage de pression totale.

On doit donc les comparer à la pression statique vraie au droit de la maquette et les rapporter à la pression dynamique vraie au droit de la maquette. Nous avons effectué ces corrections.

c) CORRECTIONS DE GRADIENT DE PRESSION STATIQUE A VIDE.

On peut voir, sur les graphiques de gradient statique longitudinal, que celui-ci est nul avec une excellente approximation au voisinage de l'aile.

2. -- **Corrections de couches limites latérales dans le cas particulier de l'effet de paroi.**

Dans une soufflerie il existe des couches limites sur les parois et, pour une aile traversant la soufflerie, les extrémités sont noyées dans la couche limite. MÉNARD (réf. [17]) a démontré, à la suite de FAVRE (réf. [23]), l'influence de ces couches limites sur la répartition de circulation le long de l'envergure de l'aile essayée. Il a donné, en outre, des formules théoriques et pratiques permettant de corriger les résultats des ailes essayées, dans ces conditions, avec une très bonne approximation.

Nous allons exposer brièvement la méthode de correction des couches limites latérales, puis nous en donnerons les formules modifiées que nous avons déduites lorsque la hauteur de veine est limitée.

a) ÉTUDE THÉORIQUE DE L'ÉCOULEMENT PSEUDO-PLAN SANS PAROI.

Considérons une aile A, d'envergure $L =$ à la largeur de la soufflerie, de profil constant suivant l'envergure et non gauchie. Soit V_0 la vitesse dans cette soufflerie de hauteur infinie. On se propose d'étudier l'influence des couches limites existant sur les parois P P', sur les caractéristiques aérodynamiques de l'aile.

Pour les régions marginales de l'aile situées à l'intérieur des couches limites, la vitesse de l'écoulement n'est plus V_0 mais U_0 .

L'écoulement expérimental pseudo-plan est considéré comme équivalent à la juxtaposition linéaire de :

a) un écoulement *plan* théorique pour lequel les incidences aérodynamiques i , rapportées à l'axe de portance nulle du profil, sont les mêmes sur toute l'envergure de l'aile;

b) un écoulement provenant des vitesses induites par le système des tourbillons libres issus des zones marginales où la circulation est variable, puisque U_0 est différent de V_0 .

Pour simplifier les calculs, il a été admis que la variation de circulation le long de l'envergure de l'aile est due uniquement au gradient transversal de vitesse existant dans la couche limite.

Soit dC_z/di la pente unitaire de portance, pour la section médiane.

Soit i l'incidence géométrique dans le plan médian :

la circulation dans la section médiane a pour valeur :

$$\Gamma_0 = \frac{1}{2} i \frac{dC_z}{di} l V_0;$$

— la circulation dans le plan d'ordonnée y est égale à :

$$\Gamma_y = \frac{1}{2} i \frac{dC_z}{di} l U_0;$$

Schéma du système tourbillonnaire équivalent.

Comme dans le cas d'une aile d'envergure finie, il est admis un tourbillon unique placé sensiblement au foyer de l'aile, de même circulation que l'aile réelle.

Dans la couche limite à l'ordonnée y , où la circulation est variable, il s'échappe

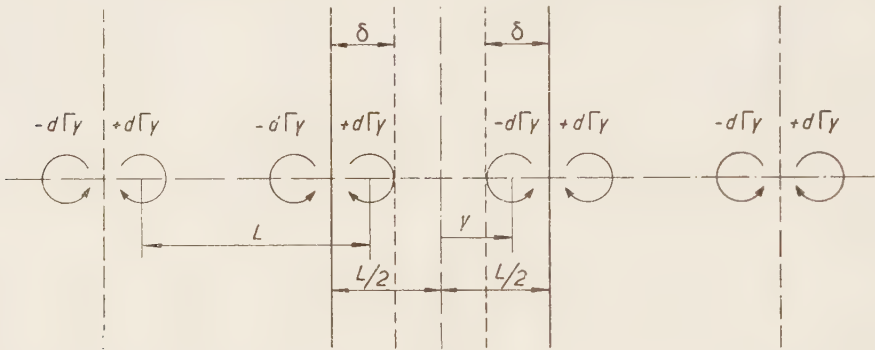


Fig. 51

un tourbillon libre d'intensité $d\Gamma_y = \partial \Gamma_y / \partial y \cdot dy$. L'ensemble de ces tourbillons libres constitue une nappe plane.

Pour tenir compte de la présence des parois latérales il faut remplacer la contrainte de celles-ci par des files indéfinies de tourbillons d'orientations alternées.

Pour le tourbillon libre d'intensité $-d\Gamma_y$, issu du profil au point y , le système tourbillonnaire est celui représenté sur la figure 51. Par symétrie, au point d'ordonnée $-y$ le tourbillon libre d'intensité $+d\Gamma_y$ se détache, d'où le schéma tourbillonnaire ci-après.

Le potentiel complexe pour les deux files est :

$$F(z) = -i \frac{d\Gamma_y}{2\pi} \text{Log} \frac{\sin \pi/L (z + y)}{\sin \pi/L (z - y)}$$

et la vitesse complexe est :

$$dw = -i \frac{d\Gamma_y}{2L} \left[\cotg \frac{\pi}{L} (z + y) - \cotg \frac{\pi}{L} (z - y) \right];$$

mais comme il n'y a que des demi-tourbillons il faut diviser l'expression par 2 :

$$dw = -i \frac{d\Gamma_y}{4L} \left[\cotg \frac{\pi}{L} (z + y) - \cotg \frac{\pi}{L} (z - y) \right];$$

pour un point d'ordonnée $z = y_0$ la vitesse complexe se réduit à sa composante verticale et l'on aboutit à l'expression :

$$dv = \frac{d\Gamma_y}{2L} \frac{\sin 2\pi y/L}{\cos 2\pi y/L - \cos 2\pi y_0/L}.$$

La vitesse induite résultante au point y_0 est égale à la somme des vitesses induites par les tourbillons libres et leurs images, soit :

$$v = \int_{\frac{L}{2}-\delta}^{\frac{L}{2}} dv,$$

δ étant l'épaisseur de la couche limite.

La vitesse résultante, induite au point d'ordonnée y par les tourbillons de couches limites et leurs images, sera :

$$v_{y_0} = \frac{1}{2L} \int_{\frac{L}{2}-\delta}^{\frac{L}{2}} \frac{\sin \frac{2\pi y}{L}}{\cos \frac{2\pi y}{L} - \cos \frac{2\pi y_0}{L}} d\Gamma_y$$

et, à l'extérieur de la couche limite, l'incidence induite locale est :

$$\Delta i = \arctg \frac{v_y}{V_0} \approx \frac{v_y}{V_0} = \frac{1}{2LV_0} \int_{L/2-\delta}^{L/2} \frac{\sin \frac{2\pi y}{L}}{\cos \frac{2\pi y}{L} - \cos \frac{2\pi y_0}{L}} d\Gamma_y.$$

Il est alors proposé de calculer l'intégrale graphique, sachant que :

$$\Gamma_y = \Gamma_0 \frac{U_0}{V_0}.$$

Méthode empirique d'évaluation de l'angle induit local le long d'une section de l'aile, située à une ordonnée y_0 .

A la suite de vérifications expérimentales faites pour la section médiane d'une aile placée entre panneaux, il est proposé le schéma suivant. Les tourbillons libres sont concentrés en un tourbillon unique, d'intensité Γ'_0 , se détachant du foyer de l'aile aux ordonnées $y = \pm \left(\frac{L}{2} - \delta_1 \right)$, δ_1 étant l'épaisseur de déplacement de la couche limite (fig. 52).

Par suite, la vitesse induite au point d'ordonnée y_0 est :

$$v_{y_0} = \frac{\Gamma'_0}{2L} \frac{\sin \frac{2\pi y}{L}}{\cos \frac{2\pi y}{L} - \cos \frac{2\pi y_0}{L}},$$

$$v_{y_0} = \frac{\Gamma'_0}{2L} \frac{\sin \frac{2\pi\delta_1}{L}}{-\cos \frac{2\pi\delta_1}{L} - \cos \frac{2\pi y_0}{L}}$$

Pour la section médiane, cette expression devient :

$$v_c = -\frac{\Gamma'_0}{2L} \frac{\sin \frac{2\pi\delta_1}{L}}{\cos \frac{2\pi\delta_1}{L} + 1} = -\frac{\Gamma'_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi\delta_1}{L}.$$

Considérant alors que les tourbillons $\pm \Gamma'_0$ sont situés à une distance de la paroi δ_1 qui est très faible par rapport à L , il est affirmé que la vitesse induite dans la section

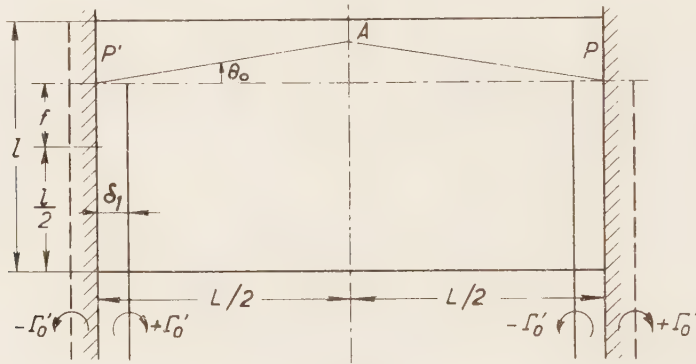


Fig. 52

médiane est pratiquement due aux tourbillons eux-mêmes et à leur première image. On remplace donc les quatre tourbillons ci-dessus par deux tourbillons situés à la paroi et d'intensité Γ''_0 , tels que la vitesse au foyer induite par ces tourbillons soit la même que celle induite par les tourbillons $\pm \Gamma'_0$ et leurs images :

$$\Gamma''_0 = \frac{\pi}{2} \Gamma'_0 \operatorname{tg} \frac{\pi\delta_1}{L}.$$

On remplace alors l'aile entre panneaux par une aile d'envergure finie L et des extrémités desquelles s'échappent des tourbillons libres d'intensité Γ''_0 . Il est alors possible de calculer la vitesse induite verticale par ces tourbillons marginaux pour tous les points de la section C .

Pour un point A de la section :

$$v_{cA} = \frac{\Gamma''_0}{4\pi L} (1 - \sin \theta_0)$$

ou :

$$v_{cA} = \frac{\Gamma'_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi\delta_1}{L} (1 - \sin \theta_0).$$

b) JUSTIFICATION DU DEUXIÈME SYSTÈME DE REMPLACEMENT.

Cette formule a été vérifiée expérimentalement et donne une très bonne approximation du phénomène. Nous avons recherché une explication théorique du fait que la nappe de tourbillons libres $d\Gamma_y$ pouvait être remplacée par un tourbillon unique, d'intensité Γ_0 , placé à l'épaisseur de déplacement δ_1 pour le calcul de la vitesse induite locale dans la section médiane de l'aile.

Cette démonstration est basée sur la représentation du profil des vitesses dans la couche limite par une loi de la forme :

$$\frac{U_0}{V_0} = 1 + K_1 \log \frac{Y}{\delta},$$

Y étant la distance de la paroi pour laquelle la vitesse est U_0 . Cette loi est valable pour une couche limite turbulente se développant sur une paroi plane soumise à un écoulement sans gradient, de pression statique, longitudinal. On obtient alors :

— l'épaisseur de déplacement δ_1 :

$$\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{U_0}{V_0}\right) dY = \int_0^1 K_1 \text{Log} \left(\frac{Y}{\delta}\right) d\left(\frac{Y}{\delta}\right) = K_1 \delta;$$

— l'épaisseur de quantité de mouvement :

$$\delta_2 = \int_0^\delta \frac{U_0}{V_0} \left(1 - \frac{U_0}{V_0}\right) dY = K_1 (1 - 2K_1) \delta.$$

Nous voyons que δ_1 a une expression simple en fonction de δ .

Introduisons cette loi logarithmique dans la formule :

$$v_{v0} = \frac{1}{2L} \int_{L/2-\delta}^{L/2} \frac{\sin \frac{2\pi y}{L}}{\cos \frac{2\pi y}{L} - \cos \frac{2\pi y_0}{L}} d\Gamma_y.$$

Pour la section médiane :

$$v_c = \frac{1}{2L} \int_{L/2-\delta}^{L/2} \frac{\sin \frac{2\pi y}{L}}{\cos \frac{2\pi y}{L} - 1} d\Gamma_y.$$

Faisons le changement de variable $Y = L/2 - y$:

$$\begin{aligned} v_c &= \frac{1}{2L} \int_\delta^0 \frac{\sin \frac{2\pi}{L} \left[\frac{L}{2} - Y\right]}{\cos \frac{2\pi}{L} \left[\frac{L}{2} - Y\right] - 1} d\Gamma_y = \frac{1}{2L} \int_0^\delta \frac{\sin \frac{2\pi Y}{L}}{1 + \cos \frac{2\pi Y}{L}} d\Gamma_y. \\ &= \frac{1}{2L} \int_0^\delta \text{tg} \frac{\pi Y}{L} d\Gamma_y. \end{aligned}$$

Calculons :

$$d\Gamma_Y = \frac{\partial \Gamma_Y}{\partial Y} dY \quad \text{or} \quad \Gamma_Y = \Gamma_0 \frac{U_0}{V_0} = \Gamma_0 \left[1 + K_1 \text{Log} \frac{Y}{\delta} \right],$$

$$\frac{\partial \Gamma_Y}{\partial Y} = \frac{\Gamma_0 K_1}{Y} \quad \text{et} \quad d\Gamma_Y = \Gamma_0 K_1 \frac{dY}{Y};$$

par suite :

$$v = \frac{1}{2L} \int_0^{\pi\delta} \Gamma_0 K_1 \text{tg} \frac{\pi Y}{L} \frac{dY}{Y} = \frac{\Gamma_0}{2L} K_1 \int_0^{\pi\delta} \text{tg} \frac{\pi Y}{L} \frac{dY}{Y}$$

$$= \frac{\Gamma_0}{2L} \frac{\delta}{\delta_1} \int_0^{\frac{\pi\delta}{L}} \text{tg} \frac{\pi Y}{L} \frac{d \frac{\pi Y}{L}}{\frac{\pi Y}{L}};$$

posons :

$$\frac{\pi Y}{L} = \xi.$$

Il faut alors calculer l'intégrale suivante I :

$$\int_0^{\frac{\pi\delta}{L}} \text{tg} \xi \frac{d\xi}{\xi}.$$

On ne peut le faire directement. Nous avons été conduits à rechercher quel était expérimentalement l'ordre de grandeur maximum de la quantité $\pi\delta/L$.

En prenant une épaisseur de couche limite de l'ordre de 13 % de l'envergure, $\pi\delta/L$ prend une valeur voisine de 0,4.

Nous pouvons développer $\text{tg} \xi$ suivant les puissances croissantes de ξ :

$$\text{tg} \xi = \xi + \frac{\xi^3}{3} + \frac{2}{15} \xi^5 + \dots;$$

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi\delta}{L}} \frac{1}{\xi} \left[\xi + \frac{1}{3} \xi^3 + \frac{2}{15} \xi^5 + \dots \right] d\xi = \int_0^{\frac{\pi\delta}{L}} \left[1 + \frac{1}{3} \xi^2 + \frac{2}{15} \xi^4 + \dots \right] d\xi \\ &= \left[\xi + \frac{1}{9} \xi^3 + \frac{2}{75} \xi^5 + \dots \right]_0^{\frac{\pi\delta}{L}} = \left[\xi \left(1 + \frac{1}{9} \xi^2 + \frac{2}{75} \xi^4 + \dots \right) \right]_0^{\frac{\pi\delta}{L}}. \end{aligned}$$

En négligeant les termes d'ordre égal ou supérieur à 4 de la parenthèse, l'erreur commise est de 0,1 %. On peut donc écrire :

$$v = \frac{\Gamma_0}{2L} \frac{\delta_1}{\delta} \frac{\pi\delta}{L} \left[1 + \frac{1}{9} \left(\frac{\pi\delta}{L} \right)^2 \right]$$

$$= \frac{\Gamma_0}{2L} \frac{\pi\delta_1}{L} \left[1 + \frac{1}{9} \left(\frac{\pi\delta}{L} \right)^2 \right],$$

voisine de la formule proposée qui était :

$$v_c = \frac{\Gamma_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L}.$$

Nous allons les comparer en développant $\operatorname{tg} \pi \delta_1/L$:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} = \frac{\pi \delta_1}{L} \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\pi \delta_1}{L} \right)^2 \right]$$

(les termes d'ordre supérieur sont insignifiants).

Il reste à comparer numériquement ces deux développements qui, pratiquement, diffèrent entre eux par les termes

$$\frac{1}{9} \frac{\pi^2 \delta_1^2}{L^2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{3} \frac{\pi^2 \delta_1^2}{L^2};$$

or, nous savons que $K = \delta_1/\delta = 0,116$ pour une couche limite usuelle.

Donc, le premier terme vaut 0,018 et le second 0,0005.

En passant du schéma tourbillonnaire original au schéma tourbillonnaire simplifié, on commet une erreur par défaut de l'ordre de 2 %, sur la correction de vitesse induite verticale, et nous voyons que ce remplacement est justifié théoriquement pour un ordre de grandeur de couche limite acceptable.

Étant donné que le deuxième système de remplacement se justifie théoriquement et expérimentalement pour tenir compte des couches limites latérales et de la présence des parois sur lesquelles elles se développent, nous adoptons cette représentation pour le calcul de la vitesse verticale induite globale dans la section médiane d'une aile traversant une soufflerie illimitée dans le sens de la hauteur :

$$\Delta i_c = \frac{v_c}{V_0} = \frac{\Gamma_0}{2L V_0} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L}.$$

Pour la correction locale de vitesse verticale induite dans la section médiane, nous adoptons la formule :

$$\Delta i_{c_{\text{local}}} = \frac{\Gamma_0}{2L V_0} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} \cdot (1 - \sin \theta_0).$$

c) ÉTUDE THÉORIQUE DE L'ÉCOULEMENT PSEUDO-PLAN AVEC PAROIS.

Nous allons, ci-dessous, développer le calcul théorique des corrections dues aux couches limites sur les parois latérales, lorsque la hauteur de la veine est limitée et pour la section médiane de l'aile.

Nous venons de voir que, lorsqu'on se préoccupe uniquement de la section médiane de l'aile, il est licite de concentrer les deux nappes de tourbillons libres s'échappant des deux bords marginaux de l'aile, noyées dans la couche limite, par deux tourbillons $\pm \Gamma_0$ placés à une distance de la paroi égale à l'épaisseur de déplacement des couches limites.

Ces tourbillons ont des images dans les parois latérales. Les tourbillons et leurs images forment une double file infinie de tourbillons de pas L et ayant pour ordonnées, par rapport au centre de la veine, $y = \pm (L/2 - \delta_1)$. A son tour, cette double file de tourbillons aura une infinité d'images dans les parois plancher-plafond. La file originale et ses images forment un ensemble de files alternées de tourbillons de pas h partant de l'axe horizontal de la soufflerie (voir fig. 53).

Nous allons calculer la vitesse induite globale dans la section médiane de cette

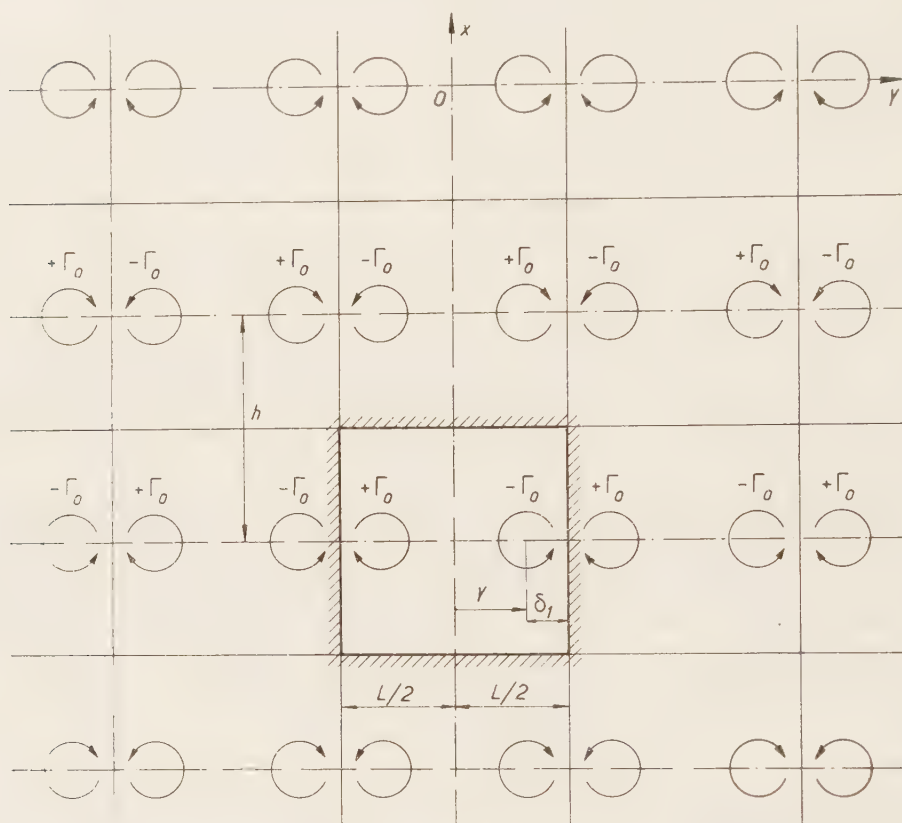


Fig. 53

aile pour cet ensemble tourbillonnaire. Pour cela, écrivons le potentiel complexe d'une file horizontale de tourbillons située à une distance nh de l'axe horizontal de la soufflerie et la vitesse induite par cette file tourbillonnaire, dans la section médiane de l'aile.

Prenons des axes Ox et Oy du plan complexe, tels que Ox passe par la section médiane de l'aile et Oy soit confondu avec l'axe de la file de tourbillons considérée.

Le potentiel complexe pour la file $(-1)^n \Gamma_0$ située en $-y$ est :

$$f_{1n}(z) = -i (-1)^n \frac{\Gamma_0}{2\pi} \left\{ \text{Log}(z + y) + \sum_{m=1}^{m=\infty} \text{Log} \left[(z + y)^2 - m^2 L^2 \right] \right\}.$$

Le potentiel complexe pour la file $— (-1)^n \Gamma_0$ est :

$$f_{2n}(z) = + i (-1)^n \frac{\Gamma_0}{2\pi} \left\{ \text{Log } (z - y) + \sum_{m=1}^{m=\infty} \text{Log} \left[(z - y)^2 - m^2 L^2 \right] \right\}.$$

Le potentiel complexe des deux files est :

$$f_n(z) = - i (-1)^n \frac{\Gamma_0}{2\pi} \left\{ \text{Log} \frac{(z + y) \cdot \prod_1^\infty [(z + y)^2 - m^2 L^2]}{(z - y) \cdot \prod_1^\infty [(z - y)^2 - m^2 L^2]} \right\}$$

et, sachant que :

$$\frac{\sin x}{x} = \prod_1^\infty \left[1 - \frac{x^2}{m^2 \pi^2} \right],$$

$$f_n(z) = - i (-1)^n \frac{\Gamma_0}{2\pi} \text{Log} \frac{\sin \frac{\pi}{L} (z + y)}{\sin \frac{\pi}{L} (z - y)},$$

la vitesse complexe correspondante sera :

$$w_n(z) = - i (-1)^n \frac{\Gamma_0}{2\pi} \frac{\pi}{L} \left[\cotg \frac{\pi}{L} (z + y) - \cotg \frac{\pi}{L} (z - y) \right].$$

Nous avons ici la vitesse complexe due à des tourbillons infinis dans les deux sens, mais, en réalité, il n'y a que des demi-tourbillons. On a donc :

$$w_n(z) = - i (-1)^n \frac{\Gamma_0}{4L} \left[\cotg \frac{\pi}{L} (z + y) - \cotg \frac{\pi}{L} (z - y) \right].$$

La vitesse induite dans la section médiane de l'aile, pour laquelle $z = - inh$, se réduit à sa composante verticale :

$$v_n = (-1)^n \frac{\Gamma_0}{4L} \left[\cotg \frac{\pi}{L} (y - inh) + \cotg \frac{\pi}{L} (y + inh) \right];$$

par ailleurs, $y = L/2 - \delta_1$:

$$\begin{aligned} v_n &= (-1)^n \frac{\Gamma_0}{4L} \left\{ \cotg \frac{\pi}{L} \left[\frac{L}{2} - \delta_1 - inh \right] + \cotg \frac{\pi}{L} \left[\frac{L}{2} - \delta_1 + inh \right] \right\} \\ &= (-1)^n \frac{\Gamma_0}{4L} \left\{ \cotg \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi \delta_1}{L} - i \frac{\pi nh}{L} \right] + \cotg \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi \delta_1}{L} + i \frac{\pi nh}{L} \right] \right\} \\ &= (-1)^n \frac{\Gamma_0}{4L} \left\{ \text{tg} \left[\frac{\pi \delta_1}{L} + i \frac{\pi nh}{L} \right] + \text{tg} \left[\frac{\pi \delta_1}{L} - i \frac{\pi nh}{L} \right] \right\} \\ &= (-1)^n \frac{\Gamma_0}{4L} \left\{ \frac{\text{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} + \text{tg} i \frac{\pi nh}{L}}{1 - \text{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} \cdot \text{tg} i \frac{\pi nh}{L}} + \frac{\text{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} - \text{tg} i \frac{\pi nh}{L}}{1 + \text{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} \cdot \text{tg} i \frac{\pi nh}{L}} \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (-1)^n \frac{\Gamma_0}{4L} \left[\frac{2 \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} (1 + \operatorname{tg}^2 i \frac{\pi n h}{L})}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi \delta_1}{L} \cdot \operatorname{tg}^2 i \frac{\pi n h}{L}} \right] \\
 &= (-1)^n \frac{\Gamma_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} \left[1 + \frac{1 + \operatorname{tgh}^2 \frac{\pi n h}{L}}{\operatorname{tg}^2 \frac{\pi \delta_1}{L} \cdot \operatorname{tgh}^2 \frac{\pi n h}{L}} \right].
 \end{aligned}$$

La file symétrique de rang $-nh$ va induire la même vitesse verticale car la formule du potentiel complexe pour une file tourbillonnaire ne change pas quand on change z en $\bar{z}$. Par suite, la vitesse complexe induite par l'ensemble des files tourbillonnaires sera :

$$v = \frac{\Gamma_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{L}{\pi \delta_1} \left[1 + 2 \sum_1^{\infty} (-1)^n \frac{1 - \operatorname{tgh}^2 \frac{\pi n h}{L}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi \delta_1}{L} \cdot \operatorname{tgh}^2 \frac{\pi n h}{L}} \right].$$

Nous remarquerons tout de suite que le terme :

$$1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi \delta_1}{L} \cdot \operatorname{tgh}^2 \frac{\pi n h}{L}$$

est égal à 1 avec, dans tous les cas, une erreur inférieure à 1/1 000 par suite des valeurs usuelles de δ_1/L .

On peut écrire :

$$\begin{aligned}
 v_c &= \frac{\Gamma_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} \left[1 + 2 \sum_1^{\infty} (-1)^n \left(1 - \operatorname{tgh}^2 \frac{\pi n h}{L} \right) \right], \\
 v_c &= \frac{\Gamma_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} \left[1 - 2 \sum_1^{\infty} (-1)^n \operatorname{tgh}^2 \frac{\pi n h}{L} \right].
 \end{aligned}$$

Groupons les termes d'ordre pair avec les termes d'ordre impair :

$$v_c = \frac{\Gamma_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} \left[1 - 2 \sum_1^{\infty} \left(\operatorname{tgh}^2 \frac{2n \pi h}{L} - \operatorname{tgh}^2 (2n-1) \frac{\pi h}{L} \right) \right];$$

calculons maintenant la valeur de :

$$\operatorname{tgh}^2 \frac{2n \pi h}{L} - \operatorname{tgh}^2 (2n-1) \frac{\pi h}{L};$$

en posant provisoirement $\pi h/L = x$:

$$\operatorname{tgh}^2 2nx - \operatorname{tgh}^2 (2n-1) x = [\operatorname{tgh} 2nx - \operatorname{tgh} (2n-1) x] [\operatorname{tgh} 2nx + \operatorname{tgh} (2n-1) x],$$

le premier facteur est très convergent :

$$\operatorname{tgh} 2nx - \operatorname{tgh} (2n-1) x = \operatorname{tgh} x [1 - \operatorname{tgh} 2nx \cdot \operatorname{tgh} (2n-1) x],$$

d'où :

$$v_c = \frac{\Gamma_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} \left\{ 1 - 2 \operatorname{tgh} x \sum_1^{\infty} [1 - \operatorname{tgh} (2n-1)x \operatorname{tgh} 2nx] [\operatorname{tgh} (2n-1)x + \operatorname{tgh} 2nx] \right\}.$$

Nous avons une série extrêmement convergente, le premier terme suffit. Par suite :

$$v_c = \frac{\Gamma_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} \left\{ 1 - 2 \operatorname{tgh} \frac{\pi h}{L} \left[1 - \operatorname{tgh} \frac{\pi h}{L} \cdot \operatorname{tgh} \frac{2\pi h}{L} \right] \left[\operatorname{tgh} \frac{\pi h}{L} + \operatorname{tgh} \frac{2\pi h}{L} \right] \right\},$$

et si h est supérieur ou égal à L :

$$v_c = \frac{\Gamma_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} \left\{ 1 - 4 \operatorname{tgh} \frac{\pi h}{L} \left[1 - \operatorname{tgh} \frac{\pi h}{L} \operatorname{tgh} \frac{2\pi h}{L} \right] \right\}.$$

Faisons une application numérique pour $h = L$:

$$v_c = \frac{\Gamma_0}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} 0,985.$$

On voit que, pratiquement, l'effet des parois plancher-plafond sur la correction des couches limites latérales est très faible. Nous le négligeons.

Grâce à cette remarque, il nous est permis d'adopter la correction de vitesse induite locale le long de la section médiane, définie pour la correction due aux couches limites latérales sans paroi plancher-plafond.

Par suite, la vitesse induite moyenne pour la section considérée est :

$$v_c = \frac{\Gamma_h}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L}.$$

L'angle induit moyen est :

$$\Delta i = \frac{v_c}{V_a} = \frac{v_c}{V_0} \cdot \frac{V_0}{V_a} = \frac{V_0}{V_a} \frac{\Gamma_h}{2VL} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} = \frac{V_0}{V_a} \frac{2\Gamma_h}{V_0 l} \frac{l}{4L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L}.$$

La vitesse induite locale est :

$$v_{cA} = \frac{\Gamma_h}{2L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} (1 - \sin \theta_0).$$

L'angle induit local est :

$$\Delta i_{\text{local}} = \frac{V_0}{V_a} \frac{2\Gamma_h}{V_0 l} \frac{l}{4L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L} (1 - \sin \theta_0).$$

d) APPLICATION PRATIQUE DES FORMULES DE CORRECTION DES COUCHES LIMITES LATÉRALES EN PRÉSENCE DE L'EFFET DE PAROI.

Nous donnons, dans le tableau XVI, les valeurs numériques auxquelles nous avons abouti pour les différentes hauteurs de veine :

TABLEAU XVI

h	911	711	564	438	348	306
δ_1	4,30	3,47	3,34	3,08	2,88	2,75
$\operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L}$	0,0437	0,0352	0,0339	0,0312	0,0292	0,0279
$57,3 \frac{l}{4L} \operatorname{tg} \frac{\pi \delta_1}{L}$	0,605	0,482	0,470	0,433	0,405	0,387
$\frac{V_0}{V_a}$	0,995	0,991	0,985	0,976	0,968	0,945
Δi_c pour $\frac{2 \Gamma_h}{V_0 l} = 1$	0,600	0,477	0,463	0,422	0,392	0,366

Les courbes de vitesse dans les couches limites, pour les différentes hauteurs, sont données sur la planche XXIII (*fig. 50*).

Pour appliquer la correction, nous avons calculé les variations d'incidences globales pour toutes les portances mesurées, et les portances ont été rapportées à la nouvelle incidence trouvée ainsi que les moments. Pour les corrections locales, nous avons calculé, pour chaque portance, l'angle induit local. Chaque pression locale a été rapportée à la nouvelle incidence trouvée. Nous passons ainsi des courbes $V^2/V_0^2 = f(\delta_m)$ aux courbes $V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$.

3. — Méthode de calcul des caractéristiques globales.

Nous avons indiqué précédemment les raisons qui nous avaient conduits à préférer les mesures locales de pression, pour obtenir les caractéristiques globales du profil, à une méthode de pesée directe. Nous allons exposer succinctement les méthodes de calcul des caractéristiques globales.

a) CALCUL DE LA PORTANCE.

Considérons un profil dont la corde de référence fait un angle α avec la direction de la vitesse. Représentons-le dans des axes liés à la vitesse et passant par le bord de fuite (*fig. 54*).

Chaque élément ds du profil est soumis à la pression locale p . L'effort élémentaire normal à la direction de la vitesse est :

$$dR_z = -p ds \cdot \cos \psi,$$

où ψ est l'angle que fait la force $p \cdot ds$ avec l'axe Oy .

Or, $ds \cdot \cos \psi = \pm dx_1$; par suite :

$$R_z = \int_{\text{CONTOUR}} -p dx_1 \quad (p \text{ ayant le signe de } \cos \psi)$$

et le coefficient de portance, rapporté à la vitesse V_0 avec l'effet de paroi (h), sera :

$$C_{z_{0h}} = \frac{R_{z_h}}{\rho/2 V_0^2 l} = \frac{1}{l} \int_{\text{CONTOUR}} \frac{-p}{\rho/2 V_0^2} dx_1,$$

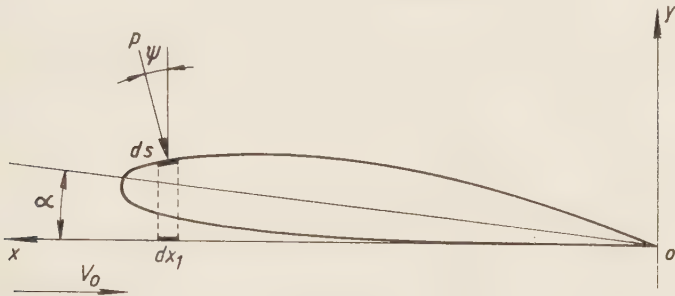


Fig. 54

L'intégrale intéressant un contour fermé, on peut ajouter une constante à l'élément différentiel :

$$C_{z_{0h}} = \frac{1}{l} \int_{\text{CONTOUR}} \frac{p - p_0}{\rho/2 V_0^2} dx_1 = \frac{1}{l} \int_{\text{CONTOUR}} -Kp dx_1,$$

et en incompressible :

$$C_{z_{0h}} = \frac{1}{l} \int_{\text{CONTOUR}} \frac{V^2}{V_0^2} dx_1.$$

On représente donc $-Kp$ ou V^2/V_0^2 en fonction des projections des points de prise de pression du profil sur l'axe de la vitesse V_0 , le profil étant calé à l'incidence géométrique δ_m , et l'on intègre graphiquement.

b) CALCUL DE LA TRAINÉE DE FORME.

Un raisonnement analogue nous donne :

$$C_{x_{0h}} = \frac{1}{l} \int_{\text{CONTOUR}} Kp dy_1 = \frac{1}{l} \int_{\text{CONTOUR}} \frac{V^2}{V_0^2} dy_1.$$

c) CALCUL DU MOMENT.

Considérons un profil avec des axes liés à ce profil, l'origine étant le point par rapport auquel on désire connaître le moment (fig. 55). En un point du contour, on a :

$$\begin{aligned} dM_h &= -pd \cos(\beta + \varphi) ds \\ &= -pd \cos \beta \cos \varphi ds + pd \sin \beta \sin \varphi ds \\ &= -px dx + py dy, \end{aligned} \quad (p \text{ ayant le signe de } \cos \varphi)$$

$$M_{0h} = \int_{\text{CONTOUR}} -px dx - \int_{\text{CONTOUR}} p \cdot y dy$$

$$Cm_{0h} = \frac{M_{0h}}{\rho/2 l^2 V_0^2} = \frac{1}{l^2} \int \frac{-p}{\rho/2 V_0^2} x dx - \frac{1}{l^2} \int \frac{-p}{\rho/2 V_0^2} y dy;$$

en introduisant une constante convenable sous le signe $\int$, on a :

$$Cm_{0h} = \frac{1}{l^2} \left[\int -Kp x dx - \int -Kp y dy \right],$$

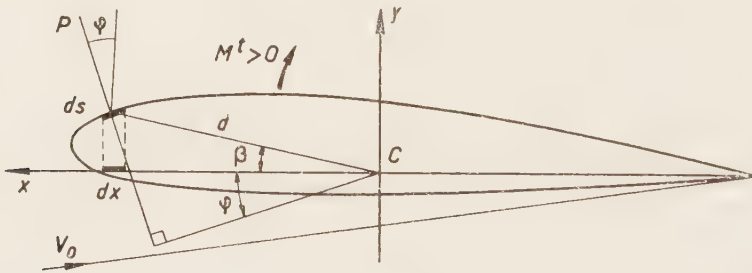


Fig. 55

et en incompressible on peut écrire :

$$Cm_{0h} = \frac{1}{l^2} \left[\int \frac{V^2}{V_0^2} x dx - \int \frac{V^2}{V_0^2} y dy \right].$$

On calcule $V^2/V_0^2 \cdot x$ et $V^2/V_0^2 \cdot y$, on les représente respectivement en fonction de x et de y , projection des points de prise de pression du profil sur les axes choisis. On intègre les deux domaines formés. Leur différence, divisée par l^2 , donne le Cm_{0h} autour du point origine des axes. Dans nos calculs nous avons choisi le milieu de la corde du profil pour éviter des erreurs dues à un trop grand bras de levier, celui-ci multipliant l'erreur faite sur la pression mesurée dans son rapport à la corde du profil.

d) CALCUL DE LA CIRCULATION.

Par définition de la circulation, on a :

$$\Gamma_h = \int_{\text{CONTOUR}} V ds.$$

Cette notion, très intéressante, permet en effet de connaître la circulation liée

à une portance donnée. Nous l'avons ramenée à une forme sans dimension en introduisant une notion de circulation unitaire :

$$\Gamma_{0h} = \frac{2\Gamma_h}{lV_0}$$

$$\Gamma_{0h} = \frac{2}{l} \int_{\text{CONTOUR}} \frac{V}{V_0} ds.$$

L'intégrale ci-dessus éclaire la méthode d'intégration graphique. Toutefois, il faut donner à V/V_0 un signe algébrique convenable pour que l'intégration soit correcte (fig. 56).

Soit un point O intérieur au profil, soit A le point de vitesse nulle sur le profil et B le bord de fuite. Soit M un point sur le profil.

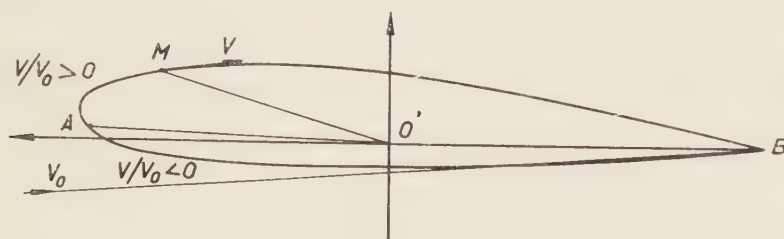


Fig. 56

Si le vecteur vitesse V déplace M dans le sens trigonométrique autour de O , V est positif.

Si le vecteur vitesse V déplace M dans le sens contraire au sens trigonométrique autour du point O , V est négatif.

e) CALCUL DE LA TRAINÉE DE PROFIL.

Le problème de la mesure de la trainée par la méthode de la perte de quantité

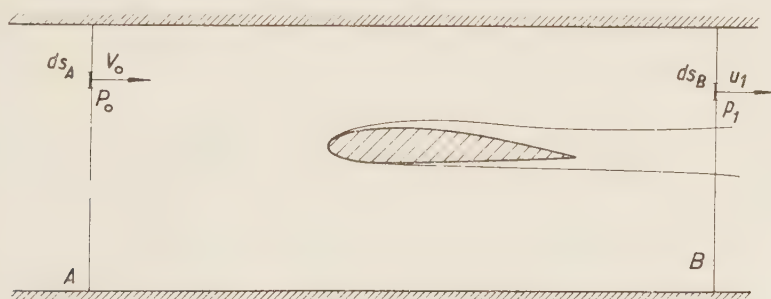


Fig. 57

de mouvement se présente un peu différemment lorsque les parois de la soufflerie se rapprochent du profil. Nous avons cru devoir donner une démonstration de la mesure de la trainée par cette méthode dans ce cas.

Soit une soufflerie bidimensionnelle où règne une vitesse uniforme V_0 (fig. 57).

Soit, à l'intérieur de cette soufflerie, un profil d'aile dont le centre de rotation au milieu de la corde se trouve sur l'axe de la soufflerie.

Soit A et B deux sections droites de cette soufflerie, A assez loin à l'amont pour que le champ aérodynamique du profil soit faible, B confondu avec le plan dans lequel on mesure les pressions pour calculer la traînée du profil.

Écrivons l'équation de la perte de quantité de mouvement entre les sections A et B.

La variation de quantité de mouvement est égale à la somme des forces extérieures exercées sur le fluide :

$$\int_B \rho u_1^2 ds_B - \int_A \rho V_0^2 ds_A = R x_p + \int_A p_0 ds_A - \int_B p_1 ds_B;$$

ρV_0^2 et p_0 sont constants :

$$\int_B \rho u_1^2 ds_B - \rho V_0^2 \int_A ds_A = R x_p + p_0 \int_A ds_A - \int_B p_1 ds_B.$$

Posons $(A) = \int_A ds_A$:

$$\int_B \rho u_1^2 ds_B - \rho V_0^2 (A) = R x_p + p_0 (A) - \int_B p_1 ds_B;$$

L'équation de conservation du débit nous autorise à écrire :

$$\rho V_0 (A) = \int_B \rho u_1 ds_B \quad \text{et} \quad \rho V_0^2 (A) = V_0 \int_B \rho u_1 ds_B.$$

En l'introduisant dans l'équation précédente, nous avons :

$$\int_B \rho u_1^2 ds_B - \int_B \rho V_0 u_1 ds_B = R x_p + \int_B (p_0 - p_1) ds_B,$$

$$\int_B \rho u_1 (u_1 - V_0) ds_B = R x_p + \int_B (p_0 - p_1) ds_B;$$

coupons cette intégrale en deux parties : l'une, extérieure au sillage, où le théorème de Bernoulli est valable, l'autre, intérieure au sillage, avec l'hypothèse que, dans le plan B, les vitesses sont parallèles aux parois de la soufflerie :

$$\int_{\text{SILLAGE}} \rho u_1 (u_1 - V_0) ds_B + \int_{\text{EXTÉRIEUR}} \rho u_1 (u_1 - V_0) ds_B = R x_p + \int_{\text{SILLAGE}} (p_0 - p_1) ds_B + \int_{\text{EXTÉRIEUR}} (p_0 - p_1) ds_B$$

$$\begin{aligned} R x_p &= \int_{\text{SILLAGE}} (p_0 - p_1) ds_B - \int_{\text{SILLAGE}} \rho u_1 (u_1 - V_0) ds_B \\ &+ \int_{\text{EXTÉRIEUR}} (p_0 - p_1) ds_B - \int_{\text{EXTÉRIEUR}} \rho u_1 (u_1 - V_0) ds_B. \end{aligned}$$

Calculons les intégrales à l'extérieur du sillage :

$$\int_{\text{EXTÉRIEUR}} (p_0 - p_1) ds_B - \int_{\text{EXTÉRIEUR}} \rho u_1 (u_1 - V_0) ds_B = \int_{\text{EXTÉRIEUR}} (p_0 + \rho u_1 V_0) ds_B - \int_{\text{EXTÉRIEUR}} (p_1 + \rho u_1^2) ds_B.$$

Introduisons la relation de Bernoulli :

$$p_0 = p_1 + \rho/2 V_0^2 = p_1 + \rho/2 u_1^2;$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{\text{EXTÉRIEUR}} (p_0 + \rho/2 V_0^2 + \rho u_1 V_0 - \rho/2 V_0^2) ds_B - \int_{\text{EXTÉRIEUR}} (p_1 + \rho/2 u_1^2 + \rho/2 u_1^2) ds_B \\
 &= \int_{\text{EXTÉRIEUR}} (p_{t_0} + \rho u_1 V_0 - \rho/2 V_0^2) ds_B - \int_{\text{EXTÉRIEUR}} (p_{t_0} + \rho/2 u_1^2) ds_B \\
 &= - \int_{\text{EXTÉRIEUR}} \rho/2 (V_0^2 - 2u_1 V_0 + u_1^2) ds_B = - \int_{\text{EXTÉRIEUR}} \rho/2 (V_0 - u_1)^2 ds_B.
 \end{aligned}$$

La formule donnant la trainée est, par suite :

$$- R x_p = \int_{\text{SILLAGE}} (p_0 - p_1) ds_B - \int_{\text{SILLAGE}} \rho u_1 (u_1 - V_0) ds_B - \int_{\text{EXTÉRIEUR}} \rho/2 (V_0 - u_1)^2 ds_B.$$

Remarquons que ce résultat concorde avec celui de LAPRESLE.

Remarquons que JONES néglige le dernier terme de la formule, choisit un plan B où $p_1 = p_0$, et admet que la relation de Bernoulli s'applique dans le sillage.

Transformons la formule précédente pour obtenir le coefficient de trainée :

$$\begin{aligned}
 C x_{p_0} &= \frac{-R x_p}{\rho/2 V_0^2 l} = \frac{1}{l} \int_{\text{SILLAGE}} \frac{p_0 - p_1}{\rho/2 V_0^2} ds_B + \frac{1}{l} \int_{\text{SILLAGE}} \frac{\rho u_1 (V_0 - u_1)}{\rho/2 V_0^2} ds_B - \frac{1}{l} \int_{\text{EXTÉRIEUR}} \frac{(V_0 - u_1)^2}{V_0^2} ds_B, \\
 C x_{p_0} &= \frac{1}{l} \int_{\text{SILLAGE}} \frac{p_0 - p_1}{q_0} ds_B + \frac{2}{l} \int_{\text{SILLAGE}} \frac{u_1}{V_0} \left(\frac{V_0 - u_1}{V_0} \right) ds_B - \frac{1}{l} \int_{\text{EXTÉRIEUR}} \left(1 - \frac{u_1}{V_0} \right)^2 ds_B, \\
 C x_{p_0} &= \frac{1}{l} \int_{\text{SILLAGE}} \frac{p_0 - p_1}{q_0} ds_B + \frac{2}{l} \int_{\text{SILLAGE}} \frac{u_1}{V_0} \left(1 - \frac{u_1}{V_0} \right) ds_B - \frac{1}{l} \int_{\text{EXTÉRIEUR}} \left(1 - \frac{u_1}{V_0} \right)^2 ds_B.
 \end{aligned}$$

Nous avons calculé la trainée de l'aile calée à 6° pour la plus petite hauteur de veine :

- 1° par la méthode ci-dessus indiquée;
- 2° par la méthode de Jones;
- 3° par la méthode simplifiée décrite dans le N.A.C.A. T.N. n° 1283.

Les valeurs du coefficient de trainée trouvées sont, successivement :

$$1,68, \quad 1,71, \quad 1,69.$$

L'écart entre les différentes méthodes, pour nos essais, est faible. Nous avons donc choisi la dernière méthode, qui est rapide. Il est évident que, pour de plus grandes incidences, il conviendrait de savoir si une telle approximation est encore possible. Nous allons succinctement exposer cette méthode simplifiée (réf. [24] et [25]).

La base de départ de la méthode de calcul est la formule de Jones, qui s'écrit :

$$\begin{aligned}
 C x &= 2 \int_{\text{SILLAGE}} \sqrt{\frac{p_{t_1} - p_1}{q_0}} \left[1 - \sqrt{\frac{p_{t_1} - p_0}{q_0}} \right] \frac{dy}{l}, \\
 C x &= 2 \int_{\text{SILLAGE}} \sqrt{\frac{p_{t_1} - p_1}{q_0}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{p_{t_0} - p_{t_1}}{q_0}} \right] \frac{dy}{l}.
 \end{aligned}$$

On fait une hypothèse sur la forme de la poche de perte de pression totale en

fonction de la hauteur y . Elle peut être représentée, dans la plupart des cas et avec une certaine approximation, par une courbe de probabilité. Soit alors :

$$Kx = \int_{\text{SILLAGE}} \frac{p_{t0} - p_{t1}}{q_0} \frac{dy}{l}$$

le coefficient de perte de pression totale, et :

$$p_{t0} - p_{t1} = (p_{t0} - p_{t1})_{\text{maximum}} e^{-\left(\frac{By}{l}\right)}$$

la représentation de la poche de sillage, où B est une constante sans dimension qui détermine la largeur du sillage.

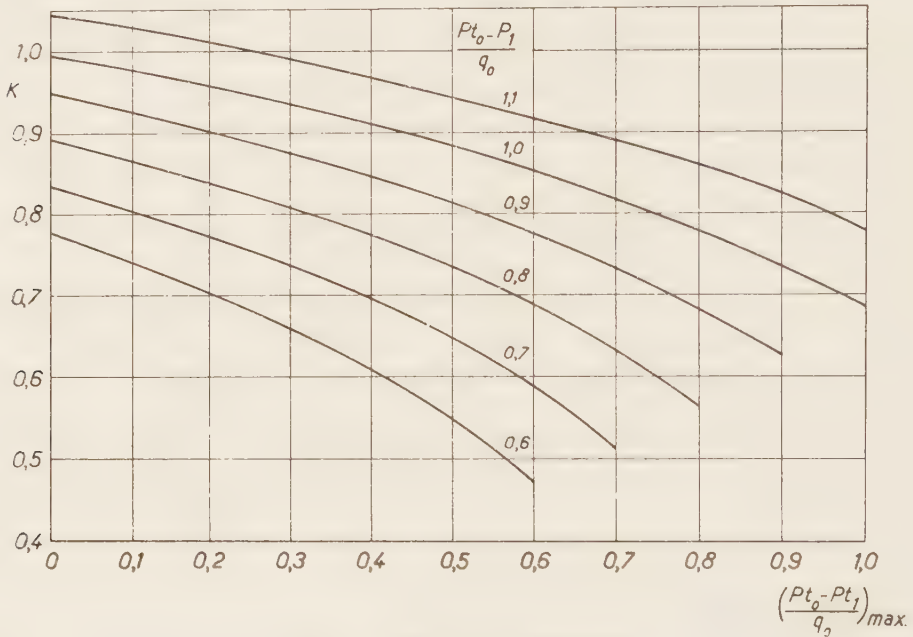


Fig. 58. — Abaque du coefficient K

Appelons K le rapport du coefficient de traînée Cx au coefficient de perte de pression totale Kx . On peut calculer ce coefficient K , qui dépend de la pression statique dans le sillage, supposée constante, et du maximum de la variable $(p_{t0} - p_{t1})$, à l'aide de l'intégrale suivante :

$$K = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(p_{t0} - p_{t1})_{\text{max}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{p_{t1} - p_{t1}}{q_0}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{p_{t0} - p_{t1}}{q_0}} \right] dY,$$

avec $Y = By/l$, intégrale qui est indépendante de la largeur du sillage.

Les valeurs de K sont données dans la planche XIV (fig. 58).

C. — RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Dans ce sous-chapitre, nous donnons d'abord l'ensemble des résultats expérimentaux non corrigés de l'effet des couches limites latérales, puis l'ensemble des résultats expérimentaux corrigés des couches latérales, enfin l'exploitation partielle de ces derniers résultats.

1. --- Résultats non corrigés de l'effet des couches limites latérales.

Nous avons tenu à donner ces résultats car ils sont bruts d'expérience et corrigés uniquement des erreurs systématiques dues à la position du point de référence privilégié. Ils sont la base même des conclusions futures.

a) PORTANCE ET CIRCULATION.

La portance est ramenée à un coefficient sans dimension Cz_{0h} , c'est-à-dire que :

$$Cz_{0h} = \frac{Ry_h}{\rho/2 V_0^2 l};$$

En fonction des rapports l^2/h^2 et l^2/h_1^2 et des incidences δ_m relevées au gabarit, nous avons le tableau ci-dessous :

TABLEAU XVII

l^2/h^2	0,108	0,178	0,284	0,470	0,745	0,960
— 10°	— 104,53	— 108,33	— 111,23	— 118,83	— 123,25	— 130,80
— 8°	— 88,53	— 91,10	— 95,80	— 101	— 109,43	— 114,46
— 6°	— 68,13	— 71,10	— 73,90	— 78,33	— 86,70	— 92,70
— 4°	— 45,33	— 47,33	— 49,13	— 52,86	— 57,96	— 62,50
— 2°	— 21,53	— 22,93	— 24,20	— 25	— 26,66	— 30,50
0°	+ 3,07	+ 1,80	+ 1,80	+ 2,93	+ 3,36	+ 2,66
+ 2°	25,76	26,83	27,60	30,83	34,63	36,66
+ 4°	49,70	51,33	53,40	59,40	62,56	71,06
+ 6°	70,16	74,33	76,76	85,03	91,50	98,30
+ 8°	93,03	95,65	99,86	106,86	113,06	119,86
+ 10°	107,10	110,33	113,80	120,96	124,6	130,67
+ 12°	111,7	113,9	115,1	121,3	124,8	131,8
l^2/h_1^2	0,110	0,181	0,290	0,483	0,770	1

Nous avons laissé deux décimales aux valeurs de la portance bien que, expérimentalement, la précision ne soit pas supérieure à $\pm 0,5$ point de 100 Cz, ceci pour ne pas introduire d'erreur supplémentaire dans les calculs ultérieurs qui emploient ces valeurs.

Les courbes correspondantes sont données sur la planche XXV (fig. 59).

La circulation est ramenée à un coefficient sans dimension Γ_{0h} , tel que :

$$\overline{\Gamma_{0h}} = 2 \int_{\text{CONTOUR}} \frac{V}{V_0} ds;$$

En fonction des rapports l^2/h^2 et l^2/h_1^2 et des incidences relevées au gabarit, nous avons le tableau XVIII ci-dessous :

TABLEAU XVIII

l^2/h^2	0,108	0,178	0,284	0,470	0,745	0,960
— 8°	— 89,05		— 95,80	— 98,60	— 103,85	— 108,75
— 6°	— 68,55		— 72,70	— 76,60	— 83,40	— 87,85
— 4°	— 45,35		— 49,40	— 51,50	— 55,75	— 59,35
— 2°	— 21,85		— 24,00	— 24,00	— 25,40	— 28,20
0°	2,05		2,30	2,30	3,56	2,05
2°	25,90		27,30	30,40	32,15	35,15
4°	49,15		53,70	57,70	59,55	65,95
6°	70,70		77,90	82,20	84,60	91,70
8°	92,05		99,80	106,10	107,05	114,10
l^2/h_1^2	0,110	0,181	0,290	0,483	0,770	1

b) MOMENTS.

Les moments pris autour du milieu de la corde du profil sont ramenés à un coefficient sans dimension :

$$Cm_{0h} = \frac{M_h'(l/2)}{\rho/2 V_0^2 \cdot \bar{x}}.$$

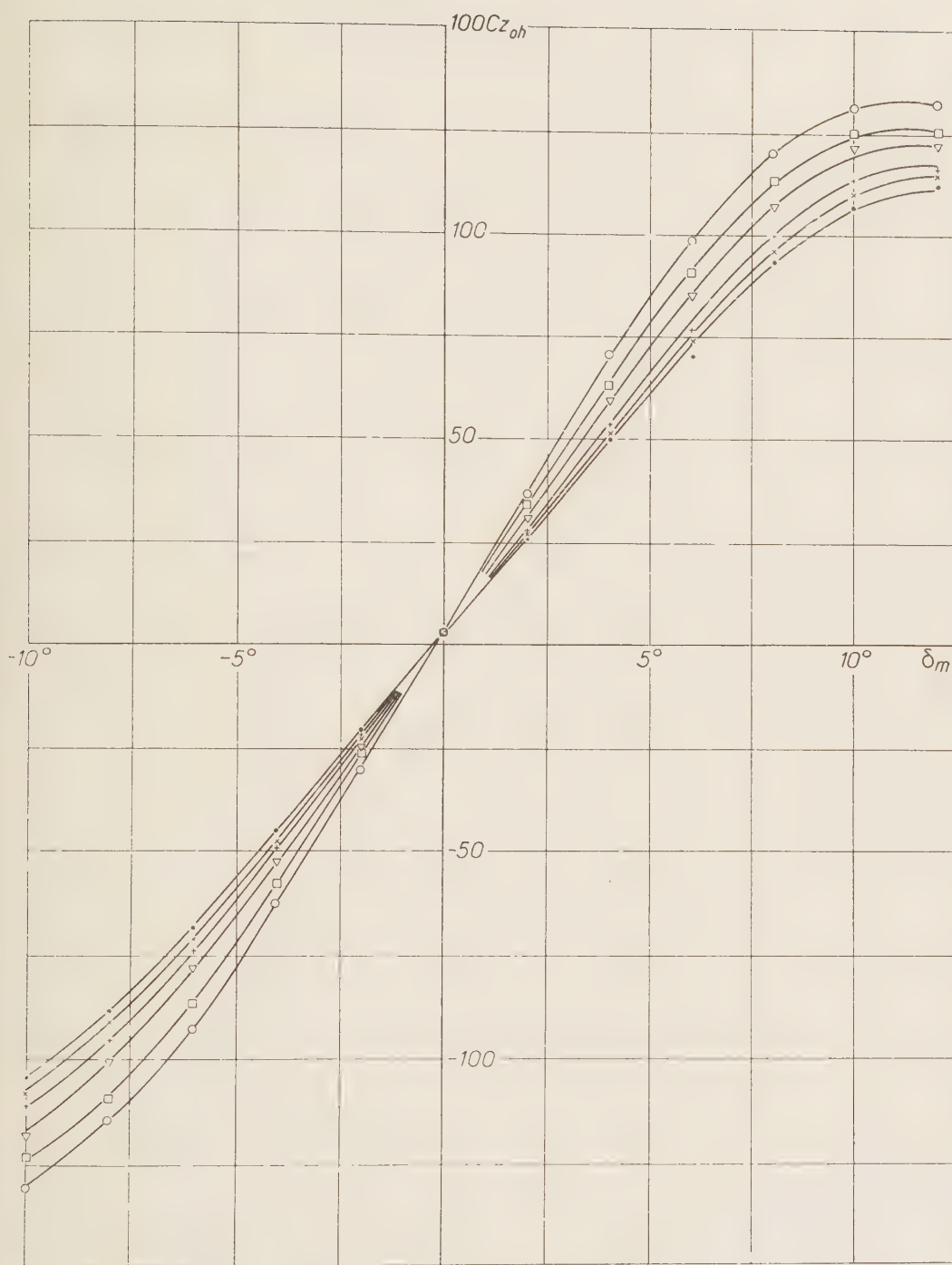


Fig. 59. — Courbes des portances brutes

$$100 Cz = f(\delta_m)$$

Le tableau XIX ci-dessous donne les résultats de moments :

TABLEAU XIX

l^2/h^2	0,108	0 178	0,284	0,470	0,745	0,960
— 10°	— 25,27	— 25,65	— 26,20	— 26,85	— 27,70	— 28,70
— 8°	— 21,30	— 21,70	— 22,20	— 22,90	— 24,30	— 25,50
— 6°	— 16,50	— 16,95	— 17,40	— 18,10	— 19,45	— 20,80
— 4°	— 11,15	— 11,50	— 11,95	— 12,50	— 13,20	— 14,70
— 2°	— 5,60	— 5,80	— 6,05	— 6,25	— 6,65	— 7,40
0°						
+ 2°	5,65	5,60	5,85	6,20	6,80	7,35
+ 4°	10,85	11,40	11,75	12,50	13,40	14,65
+ 6°	16,30	16,95	17,50	18,90	19,30	21,70
+ 8°	21,50	22,10	22,60	24	25,10	26,55
+ 10°	24,90	25,90	26,80	26,90	27,80	28,80
+ 12°	25,20	26	26,55	26,90	27,30	29,20
l^2/h_1^2	0,110	0,181	0,290	0,483	0,770	1

Les courbes correspondantes sont données sur la planche XXVI (*fig. 60*).

c) TRAINÉE.

Pour la mesure de la trainée nous avons employé la méthode des sillages qui ne donne que la trainée de forme et la trainée de frottement, à l'exclusion de la trainée induite qui n'est qu'une projection de la force de portance dans des axes non orthogonaux à celle-ci.

Nous nous sommes limités aux incidences inférieures ou égales en valeur absolue à 6° pour avoir des résultats non entachés d'un tarage de sonde en incidence par rapport

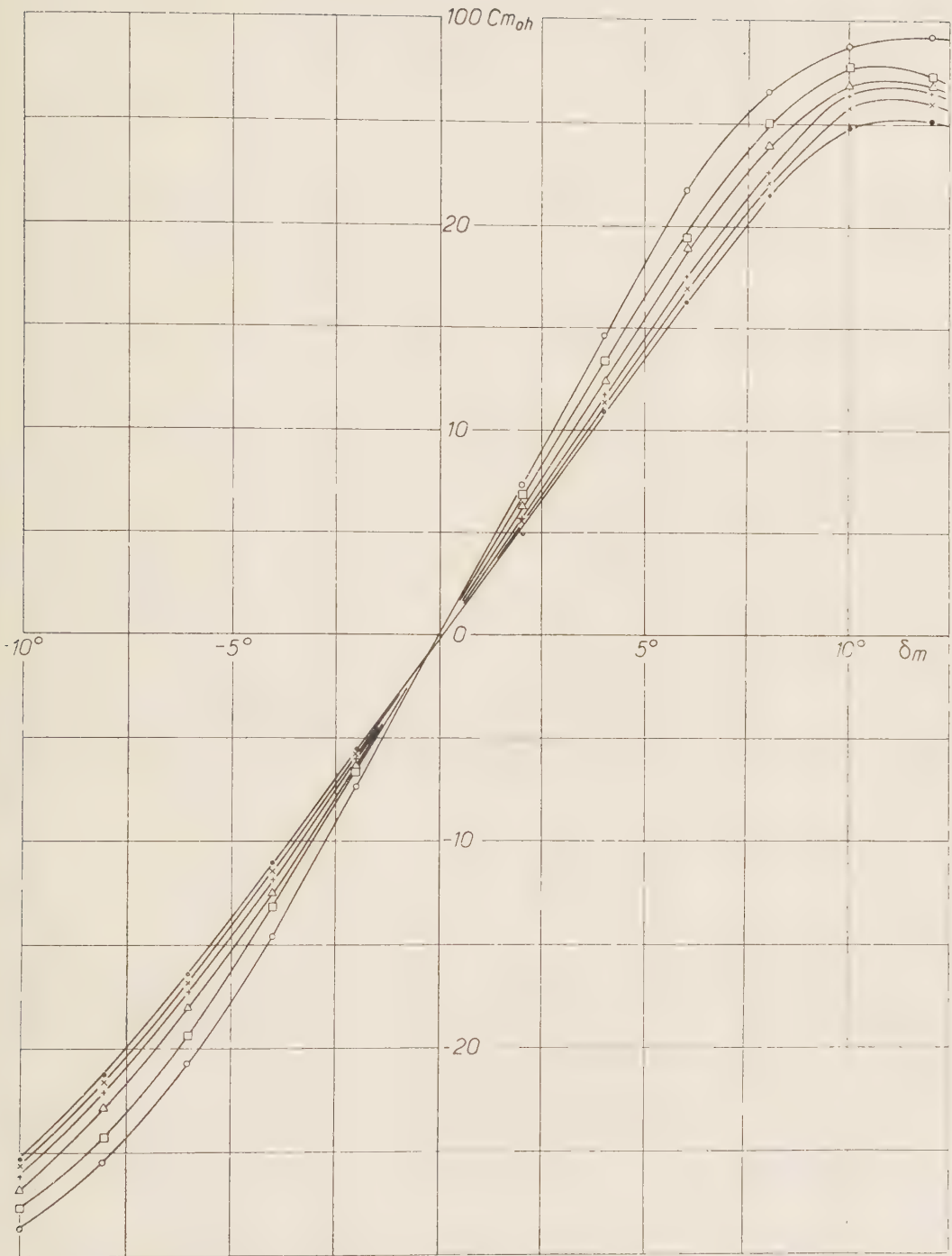


Fig. 60. — Courbes des moments bruts

 $[100 C m_{oh} (l/2) = f(\delta_m)]$

au vent car la déflexion en arrière de l'aile inflige une déviation à l'écoulement telle que l'indication de la sonde peut être faussée et, d'autre part, les hypothèses de calcul, servant de base à la méthode des sillages, ne sont plus valables.

Le tableau XX des résultats est donné ci-dessous :

TABLEAU XX

l^2/h^2	0,108	0,178	0,284	0,470	0,745	0,960
— 6°	1,090	1,100	1,110	1,160	1,130	1,215
— 4°	0,875	0,845	0,838	0,865	0,880	0,915
— 2°	0,780	0,760	0,773	0,815	0,835	0,865
0°	0,795	0,762	0,775	0,830	0,845	0,895
2°	0,840	0,825	0,805	0,865	0,880	0,935
+ 4°	0,980	0,985	0,942	1,040	1,025	1,075
+ 6°	1,340	1,420	1,385	1,520	1,570	1,680
l^2/h^2_1	0,110	0,181	0,290	0,483	0,770	1

Les courbes $Cx_{0h} = g(\delta_m)$ sont données sur la planche XXVII (fig. 61).

d) PRESSIONS LOCALES.

Les pressions locales sont ramenées, comme les autres grandeurs, à la vitesse V_0 , sous la forme du carré des vitesses locales rapporté au carré de la vitesse de référence V_0 . L'ensemble de ces résultats, en fonction de l'incidence brute δ_m et de l^2/h^2 pour les différentes prises le long de la corde du profil, est donné en appendice.

L'ensemble des résultats montre que le profil n'est pas rigoureusement symétrique et qu'il y a un écart de 2/10 de degré entre l'incidence de portance nulle et l'incidence relevée au gabarit.

2. — Résultats corrigés de l'effet des couches limites latérales.

Pour l'ensemble des caractéristiques locales ou globales, la correction, due à l'effet des couches limites latérales, se traduit par une correspondance entre l'incidence mesurée δ_m et l'incidence vraie δ_h .

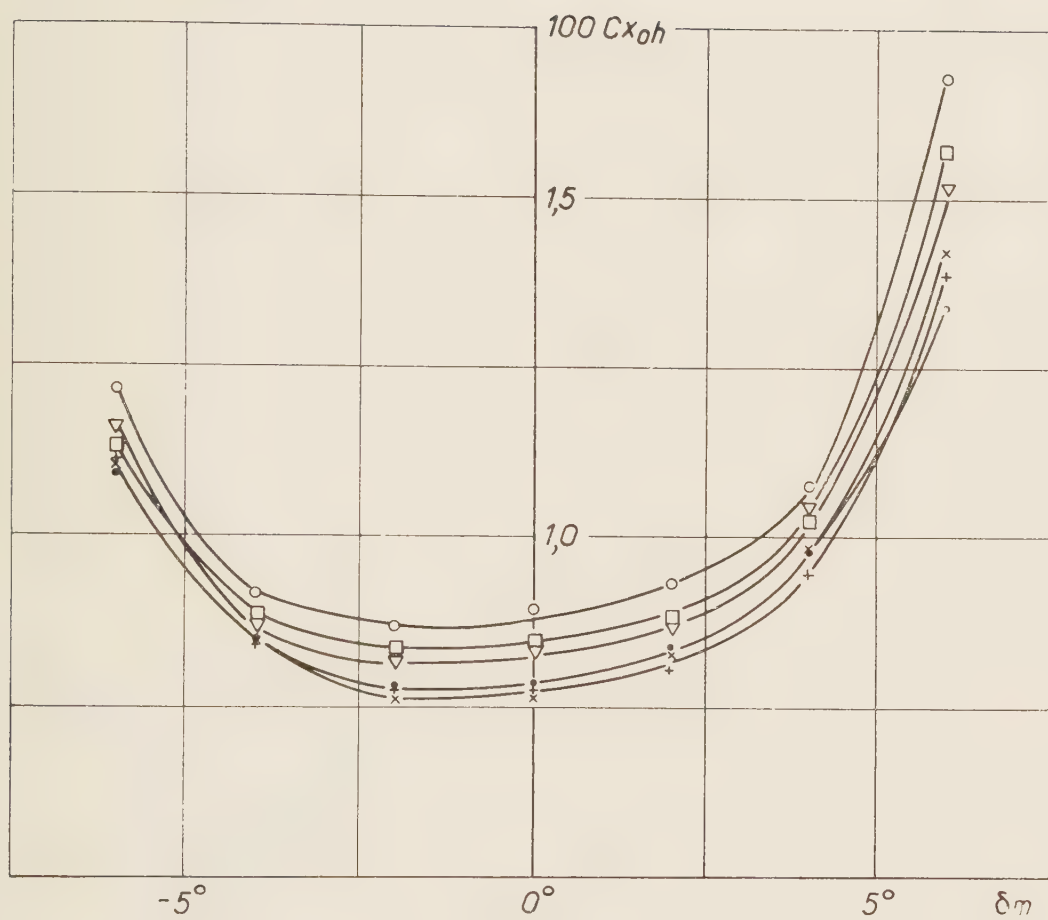


Fig. 61

a) CARACTÉRISTIQUES GLOBALES.

Pour chaque essai (une incidence et une hauteur de veine) la correction d'incidence, qui dépend de la circulation, est différente. Nous donnons, dans le tableau XXI ci-dessous, la correspondance entre les incidences mesurées et les incidences vraies pour tous les essais :

TABLEAU XXI

l^2/h^2	0,108	0,178	0,284	0,470	0,745	0,960
— 10°	— 9°,38	— 9°,49	— 9°,50	— 9°,52	— 9°,55	— 9°,55
— 8°	— 7°,47	— 7°,57	— 7°,55	— 7°,59	— 7°,60	— 7°,61
— 6°	— 5°,59	— 5°,66	— 5°,66	— 5°,58	— 5°,68	— 5°,68
— 4°	— 3°,73	— 3°,77	— 3°,77	— 3°,78	— 3°,78	— 3°,78
— 2°	— 1°,87	— 1°,88	— 1°,88	— 1°,90	— 1°,90	— 1°,90
0°	— 0°,01	— 0°,01	— 0°,01	— 0°,01	— 0°,01	— 0°,01
+ 2°	+ 1°,85	+ 1°,87	+ 1°,87	+ 1°,87	+ 1°,88	+ 1°,88
+ 4°	+ 3°,71	+ 3°,76	+ 3°,76	+ 3°,76	+ 3°,77	+ 3°,76
+ 6°	+ 5°,58	+ 5°,65	+ 5°,65	+ 5°,65	+ 5°,67	+ 5°,67
+ 8°	+ 7°,45	+ 7°,55	+ 7°,54	+ 7°,56	+ 7°,58	+ 7°,59
+ 10°	+ 9°,36	+ 9°,47	+ 9°,48	+ 9°,51	+ 9°,54	+ 9°,55
+ 12°	+ 11°,33	+ 11°,46	+ 11°,47	+ 11°,51	+ 11°,54	+ 11°,55
l^2/h_1^2	0,110	0,181	0,290	0,483	0,770	1

Sur les planches XXVIII, XXIX, XXX et XXXI (fig. 62, 63, 64 et 65) sont tracées les courbes :

$$Cz_{0h} = f(\delta_h), \quad Cm_{0h} = f(\delta_h), \quad Cx_{0h} = f(\delta_h), \quad Cm_{0h} = f(Cz_{0h}).$$

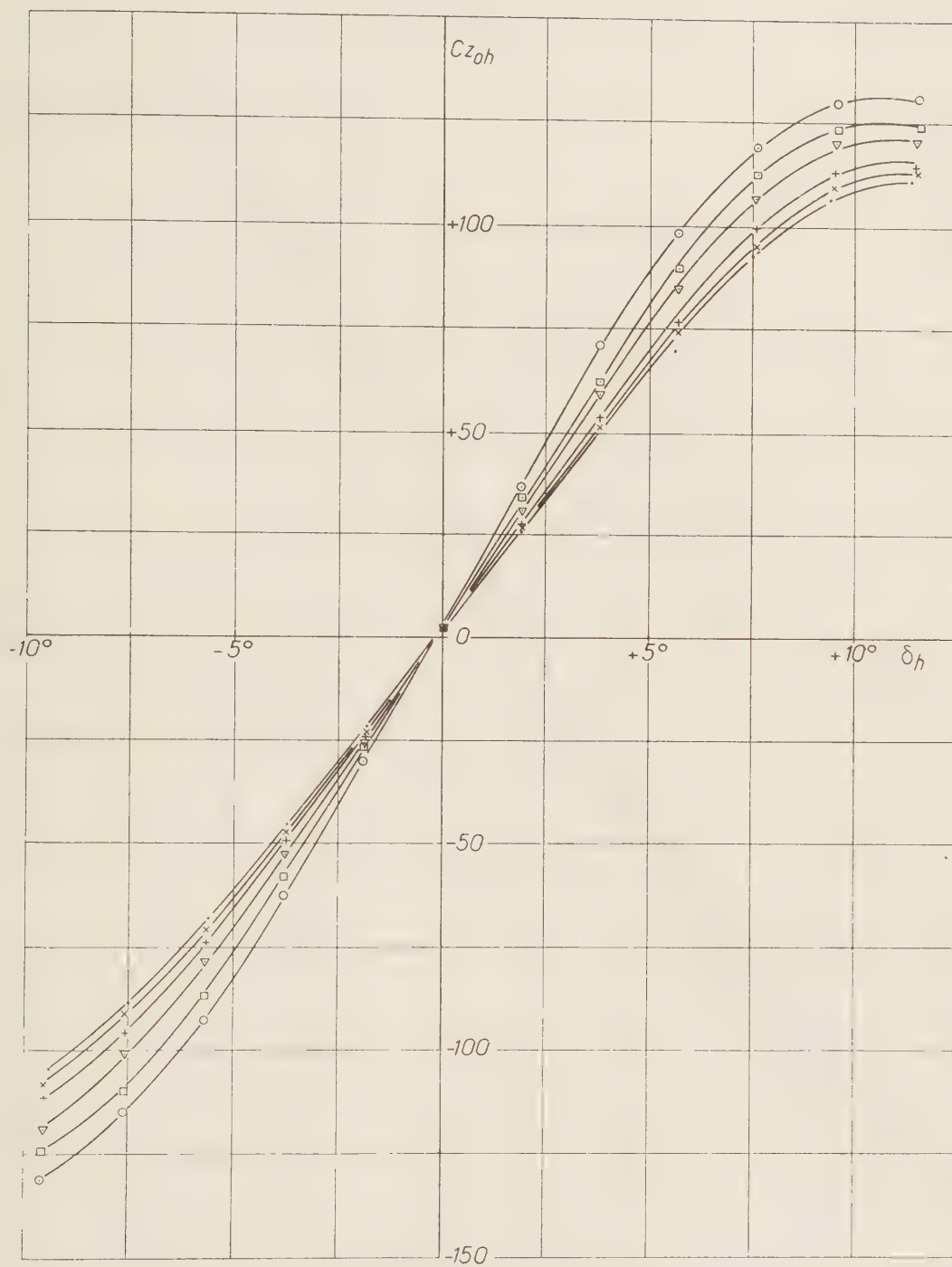


Fig. 62. Courbes des portances non corrigées

100 $Cz_{oh} = j(\delta_h)$

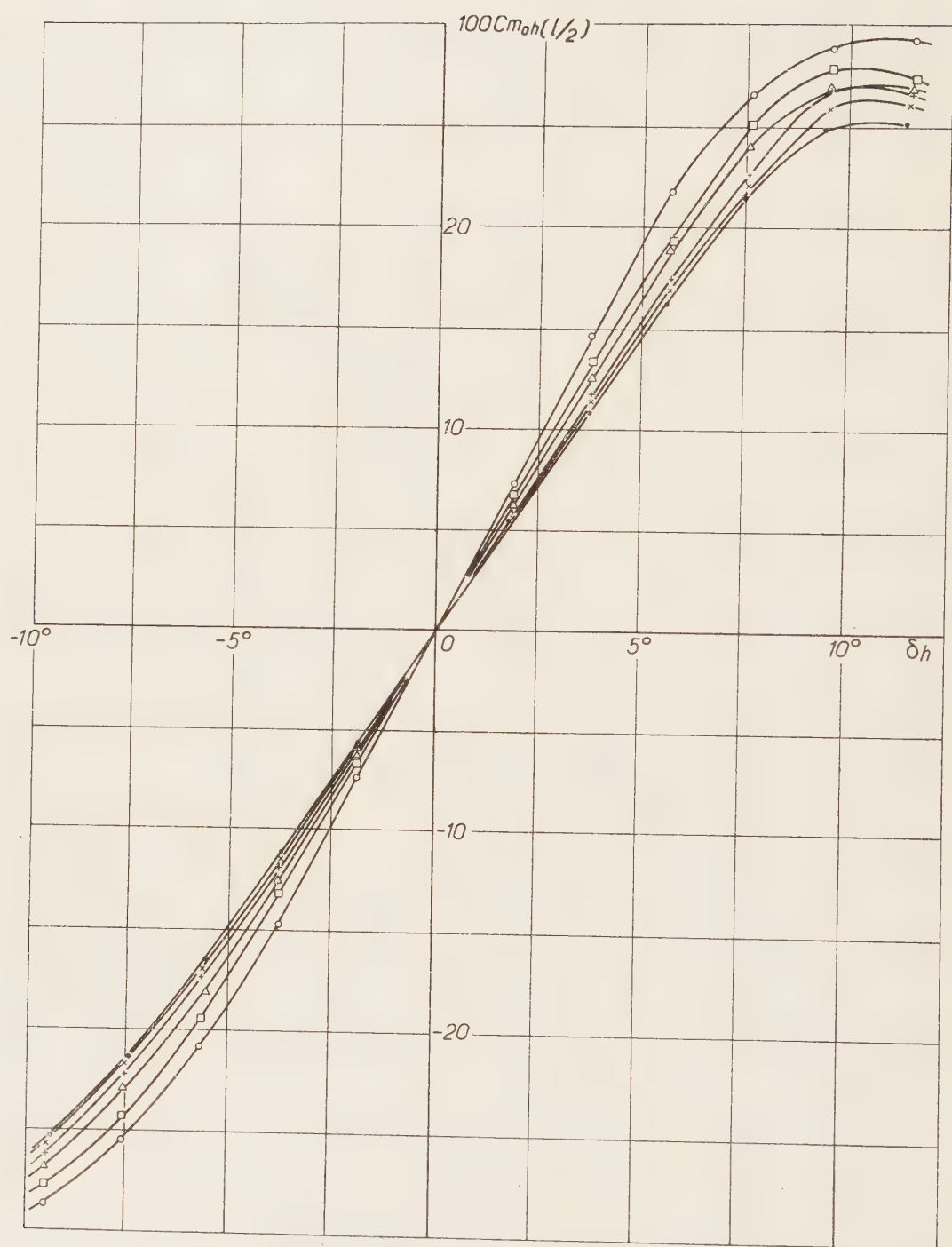


Fig. 63. - Courbes des moments non corrigés

$$100 C_{moh}(l/2) = f(\delta_h)$$

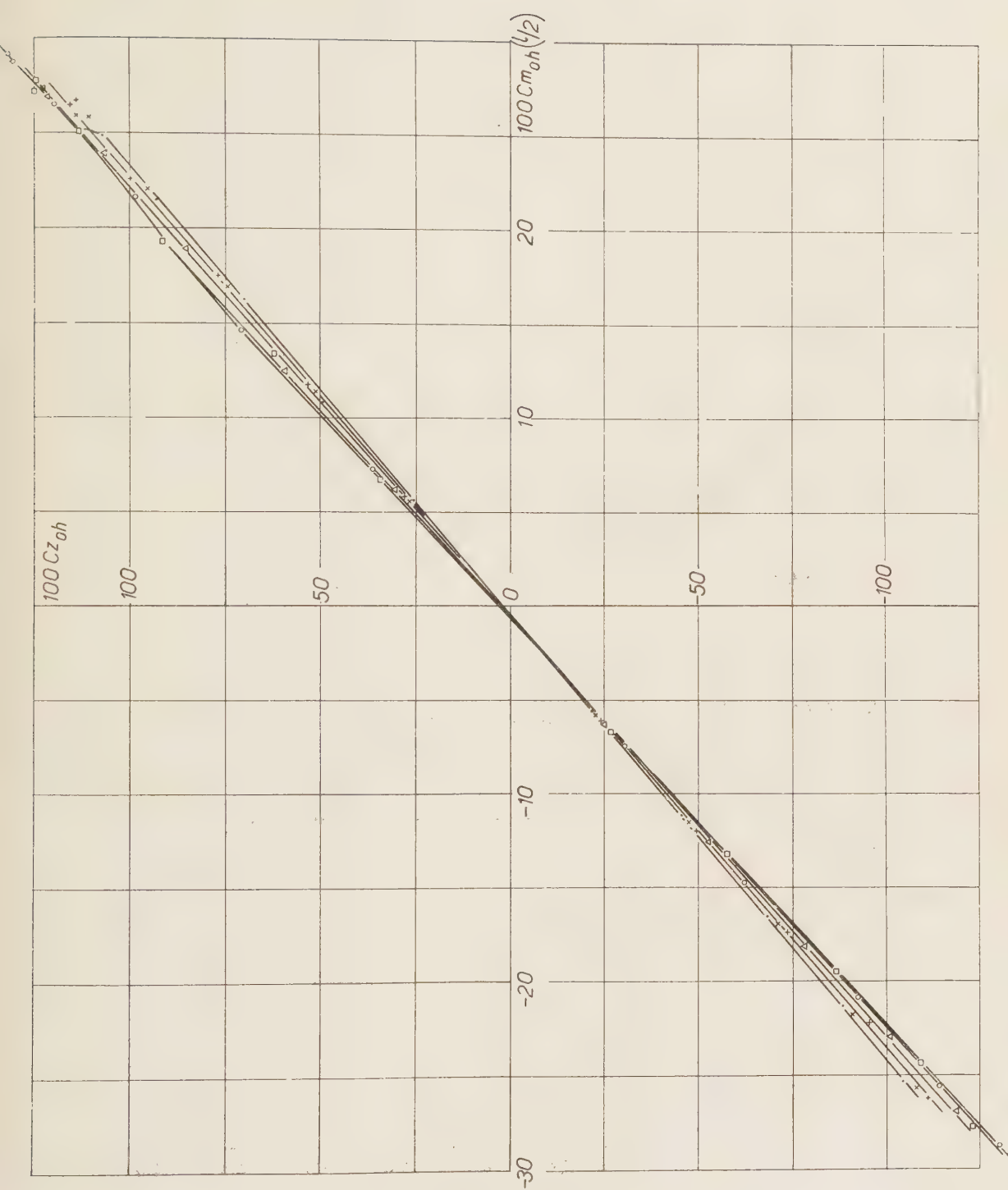


Fig. 64. — Courbes des moments non corrigés

$$100 Cz_{oh} = f[100 Cm_{oh}(l/2)]$$

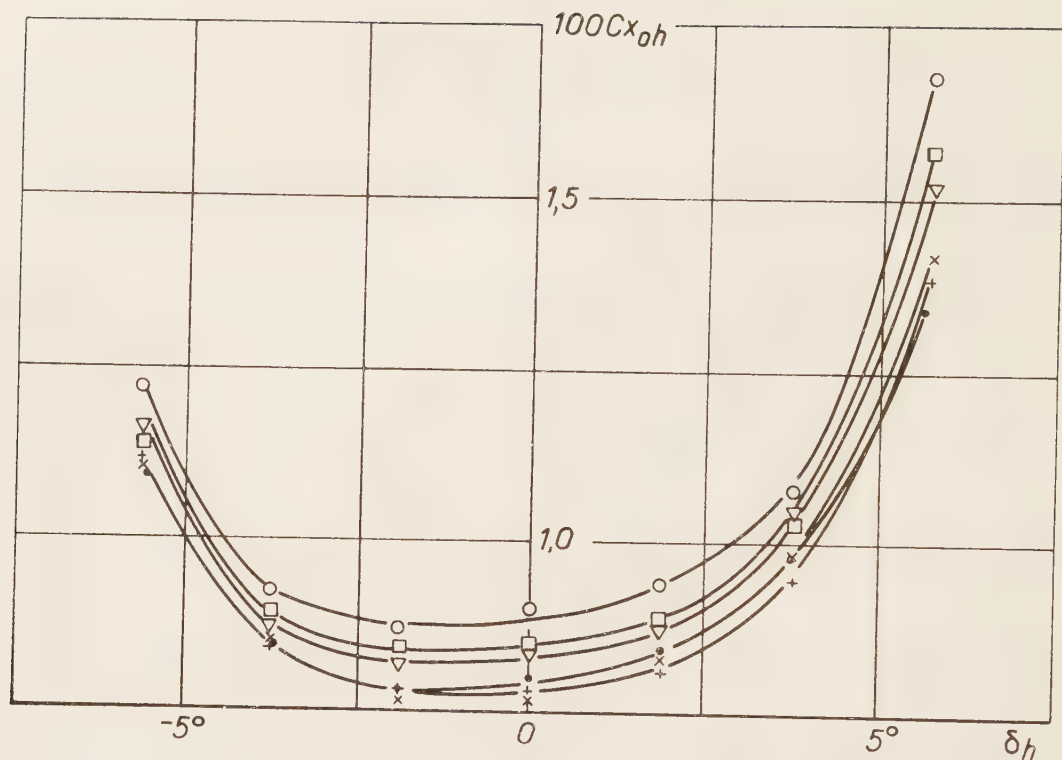


Fig. 65

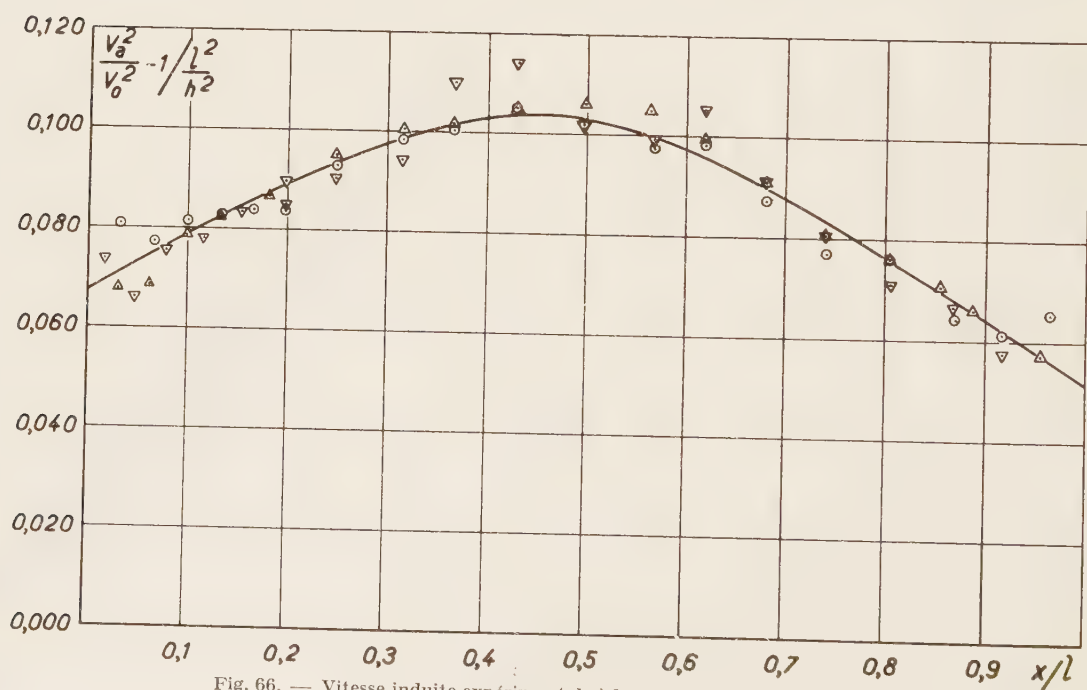


Fig. 66. — Vitesse induite expérimentale à la portance nulle du profil.
(hauteur géométrique)

- ◇ Points de l'extrados à l'incidence de portance nulle du profil.
- ◇ Points de l'intrados à l'incidence de portance nulle du profil.
- Points du profil symétrique de base à la portance nulle.

b) CARACTÉRISTIQUES LOCALES.

Pour un même essai et pour les différents points, la correction d'incidence, qui dépend de la circulation globale et de la position du point de long de la corde, par rapport au foyer réel, est différente.

Nous donnons en appendice les tableaux des fonctions $V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$ pour les différentes hauteurs de veine et pour les valeurs entières de δ_h . Ces valeurs sont donc des valeurs repointées sur les courbes $V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$ établies avec les valeurs primitives de V^2/V_0^2 attachées aux incidences mesurées.

3. — Exploitation partielle des résultats.

Un certain nombre de résultats expérimentaux peuvent être interprétés en dehors de toute théorie. Nous donnons, ci-dessous, les conclusions qui serviront, en outre, dans le prochain chapitre, à propos de la comparaison des expériences et des théories.

a) VITESSE INDUITE LOCALE A LA PORTANCE NULLE.

Nous avons, pour la portance nulle, tracé la répartition de pression sur l'intrados et sur l'extrados le long de la corde, pour les différentes hauteurs de veine. Nous avons concurremment extrait la répartition de pression sur le profil idéalement symétrique pour la portance nulle.

Nous avons ainsi deux groupes de résultats qui nous donnent la vitesse induite axiale à la portance nulle, calculée de la façon suivante :

— pour les différentes abscisses le long de la corde, la vitesse locale est proportionnelle à la vitesse de l'écoulement en l'absence du profil. Donc, si l'on porte le carré de la vitesse locale en fonction du carré du paramètre l/h , nous avons une fonction proportionnelle au carré de la vitesse locale pour $l/h = 0$ et au carré de la vitesse locale en l'absence du profil. On en extrait facilement la courbe $V_a^2(x)/V_0^2$ pour les différents points en fonction de l^2/h^2 . *Sans faire une grosse approximation, nous avons pu admettre que pour chaque abscisse la fonction était linéaire et donner la courbe $V_a^2(x)/V_0^2 - 1 = F(x/l)$ pour $l^2/h^2 = 1$ [pl. XXXII (fig. 66)].*

b) VITESSE INDUITE AXIALE.

Nous appelons vitesse induite axiale moyenne V_a la vitesse induite qui rend compte de l'augmentation de portance due à la distribution de vitesse induite axiale le long de la corde. Nous faisons, pour cela, l'hypothèse que la distribution de vitesse induite axiale le long de la corde est indépendante de la circulation et nous calculons la variation de portance, due à cette distribution, pour les différentes hauteurs de veine et pour plusieurs portances.

La variation de la vitesse induite moyenne ne dépend pas de la portance et est une fonction linéaire en l^2/h^2 car la fonction $V_a(x)/V_0 = F(x)$ est linéaire en l^2/h^2 .

c) RELATION ENTRE LA PORTANCE ET LA CIRCULATION.

La notion de circulation unitaire est intéressante, tant pour les corrections de couches limites latérales que pour la confrontation avec la théorie.

Nous avons cherché quelle était la relation expérimentale qui existait entre la portance figurée sous la forme du coefficient $C_{z_{0h}}$ et la circulation ramenée sous la forme sans dimension $\bar{\Gamma}_{0h}$.

Pour chaque hauteur de veine, nous avons tracé les courbes $C_{z_{0h}} = f(\delta_m)$ et $\bar{\Gamma}_{0h} = g(\delta_m)$; nous en avons extrait, pour chaque valeur de l/h , le rapport :

$$\frac{C_{z_{0h}}}{\bar{\Gamma}_{0h}} = \frac{Ry_h}{\rho V_0 \Gamma_h},$$

et déduit que la variation de ce rapport est linéaire avec l^2/h^2 . En réalité, alors que pour les autres conclusions la précision était excellente soit parce que nous disposions d'un très grand nombre de points (vitesse induite axiale locale), soit parce que nous

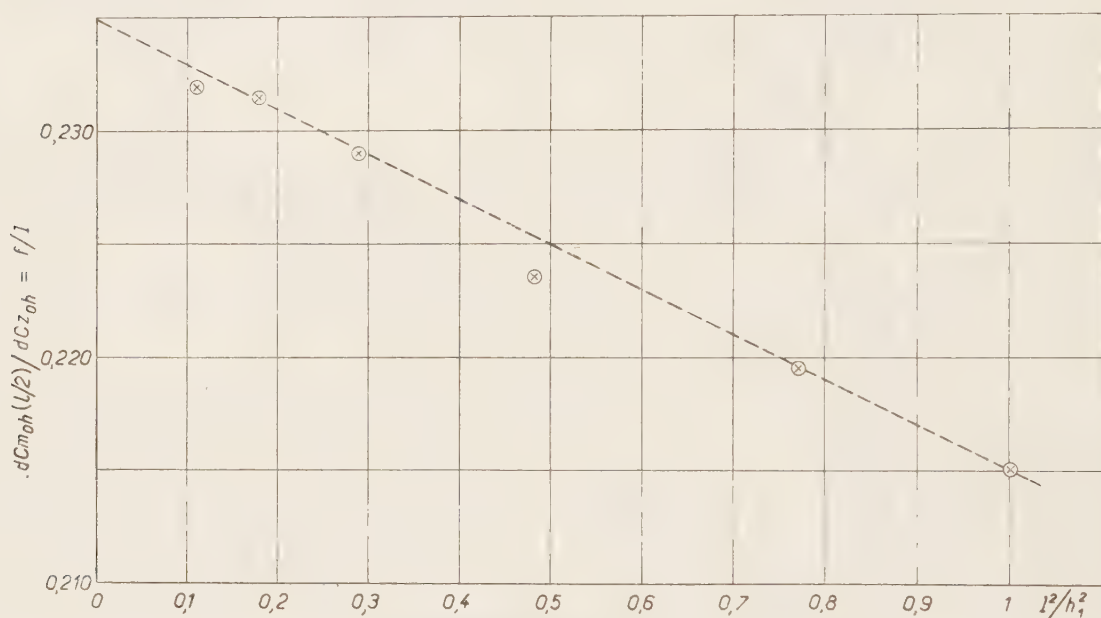


Fig. 67. -- Déplacement expérimental du foyer en fonction de l'effet de parois

avons pu calculer directement l'accroissement de la fonction (vitesse induite moyenne axiale), ici nous avons, pour chaque hauteur de veine, recherché les limites du rapport considéré et tracé la courbe qui compensait le mieux les résultats (en effet, une erreur possible de 0,8 % sur les deux termes conduit à une erreur de 1,5 % sur celui-ci).

d) DÉPLACEMENT DU CENTRE DE POUSSÉE.

Les courbes de variation du moment autour du milieu de la corde en fonction de la portance montrent que leur pente change avec les différentes hauteurs de veine. En conséquence, le centre de poussée se déplace au fur et à mesure que l'effet de paroi augmente. Il recule dans des limites étroites [pl. XXXIII (fig. 67)].

CHAPITRE III

COMPARAISON DE L'EXPÉRIENCE ET DE LA THÉORIE

Nous avons vu, dans le premier chapitre, que l'effet de l'épaisseur de l'aile et l'effet de la courbure du champ aérodynamique se séparent à tout instant.

Nous avons vu, dans le deuxième chapitre, que nous pouvions choisir comme hauteur de veine au foyer soit la hauteur géométrique, soit la « hauteur réduite » de l'épaisseur de déplacement des couches limites sur les parois plancher-plafond.

Dans ce chapitre, nous étudierons d'abord l'effet de l'épaisseur de l'aile, donc le champ de survitesse dû à cette épaisseur et ses conséquences, puis nous comparerons la théorie et l'expérience en prenant successivement en considération la hauteur de veine géométrique et la hauteur de veine réduite.

A. — EFFET DE L'ÉPAISSEUR DE L'AILE

Dans ce sous-chapitre, nous examinons l'accord entre les courbes théoriques et les courbes expérimentales. Nous choisissons la valeur théorique du doublet de remplacement dans l'ensemble des valeurs proposées dans la première partie, la théorie que nous avons construite nous ayant permis de conserver une grande liberté vis-à-vis de la valeur à donner.

1. — Vitesse axiale induite à la portance nulle.

Nous rappelons que la vitesse axiale théorique à la portance nulle est donnée par la formule :

$$\frac{u_1(x)}{V_0} = - \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{h^2} \left[\operatorname{cosech}^2 \frac{\pi x}{h} - \frac{h^2}{\pi^2 x^2} \right]$$

et que, pour $x = 0$:

$$\left| \frac{u_1(0)}{V_0} \right| = \frac{m}{2\pi V_0 l^2} \frac{\pi^2 l^2}{3h^2}.$$

a) COMPARAISON DES VALEURS EXPÉRIMENTALES ET THÉORIQUES DE $m/2\pi V_0 l^2$.

Pour déterminer la valeur de la fonction $m/2\pi V_0 l^2$, nous faisons coïncider les valeurs maxima des survitesses axiales locales expérimentales et théoriques :

— pour le paramètre l/h nous trouvons $m/2\pi V_0 l^2 = 0,0155$;

— pour le paramètre l/h_1 nous trouvons $m/2\pi V_0 l^2 = 0,0149$.

Les valeurs correspondantes avancées par les différents auteurs sont :

— SQUIRE et YOUNG	0,01755;
— THOM	0,01822;
— TOUSSAINT	0,01312;
— GOLDSTEIN	0,01495;
— Report n° 782.....	0,0161.

Nous voyons qu'aucune valeur théorique n'est en accord avec la première valeur expérimentale mais que, par contre, la valeur donnée par la formule de Goldstein est en excellent accord avec la seconde valeur expérimentale.

Nous choisissons de représenter la valeur de l'intensité du doublet par la formule de Goldstein :

$$\frac{m}{2\pi V_0 l^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma}{l^2}.$$

Ceci semble montrer, en outre, qu'il faut prendre préférentiellement la hauteur réduite.

b) COINCIDENCE DE LA COURBE EXPÉRIMENTALE ET DE LA COURBE THÉORIQUE LE LONG DE LA CORDE.

Nous examinons la coïncidence qui existe entre les courbes théoriques de vitesse axiale induite à la portance nulle et les courbes expérimentales.

Nous faisons cette comparaison :

1° pour les hauteurs de veine géométrique, en donnant à l'intensité du doublet une valeur qui fait coïncider le maximum de la courbe théorique avec le maximum de la courbe expérimentale pour $l/h = 1$. Nous voyons [pl. XXXIV (*fig. 68*)] que l'accord est excellent, à condition d'admettre que le doublet de remplacement n'est pas au milieu de la corde du profil mais à 6 % de la corde, en avant de cette position;

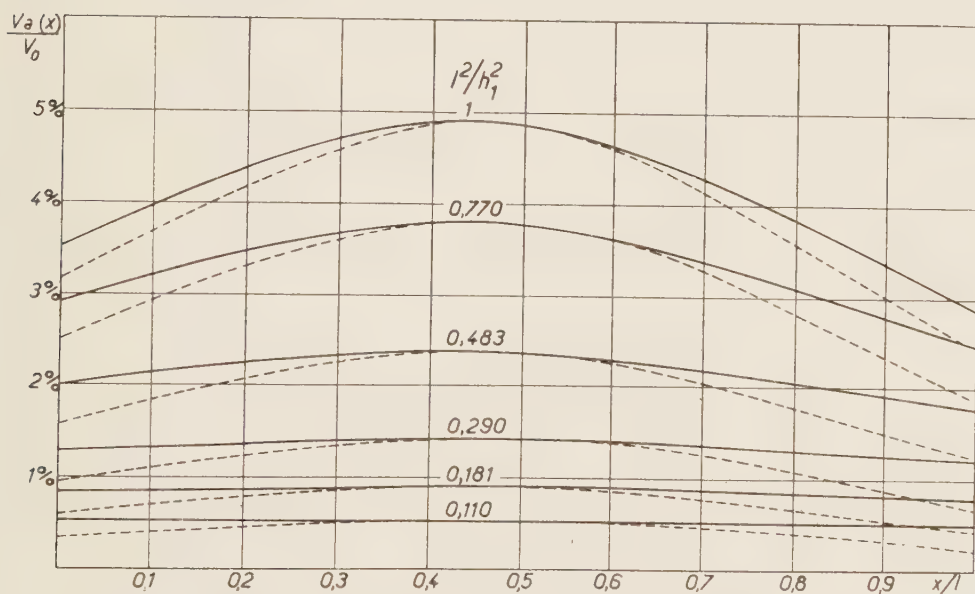
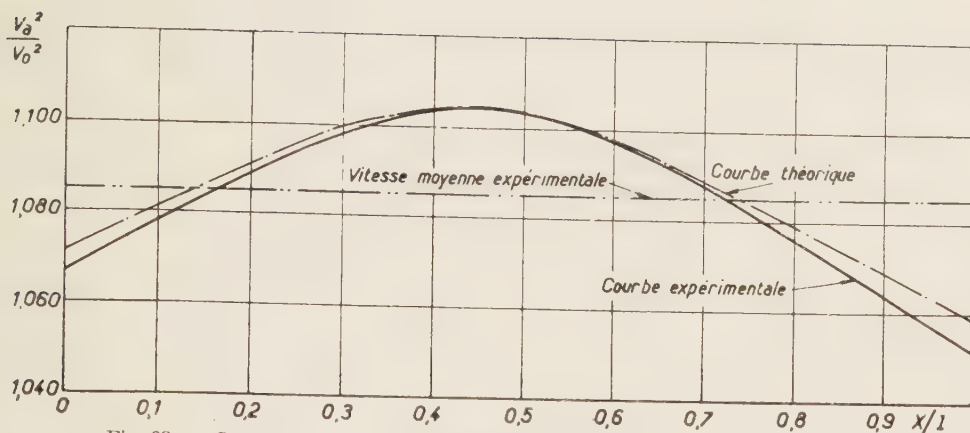
2° pour les hauteurs de veine réduites, en donnant à l'intensité du doublet sa valeur théorique déduite de la formule de Goldstein. Nous voyons [pl. XXXV (*fig. 69*)] que l'accord est bon entre les courbes théoriques et expérimentales, à condition d'admettre que le doublet de remplacement, barycentre des doublets élémentaires, n'est pas centré au milieu de la corde mais à une abscisse très voisine. L'écart entre la courbe théorique et la corde expérimentale n'excède jamais 0,5 % de V_0 , même si l'erreur relative peut paraître grande.

2. — Vitesse induite moyenne expérimentale et théorique.

Nous rappelons que nous appelons :

1° vitesse induite moyenne théorique, la valeur moyenne de la vitesse induite le long de la courbe; elle est donnée par la fonction :

$$\frac{u_{1i}}{V_0} = \frac{m}{2\pi V_0 l^2} 2 \frac{\pi l}{h} \left[\cotgh \frac{\pi l}{2h} - \frac{2h}{\pi l} \right];$$



2° vitesse induite moyenne expérimentale, la valeur de la vitesse induite qui rend compte de l'augmentation de portance due à l'augmentation de vitesse axiale locale $u_1(x)$.

Nous avons vérifié, pour le plus grand rapport l/h , l'identité des valeurs numériques obtenues.

3. — Relation entre la portance et la circulation.

Nous avons vu, dans le chapitre premier que :

$$Y_h = \rho V_0^2 l_h \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0^2} \frac{\pi^2 l^2}{2h^2} \right];$$

par suite, le rapport entre la circulation et la portance est :

$$K = 1 + \frac{m}{2\pi V_0^2} \frac{\pi^2 l^2}{2h^2} = 1 + 1.5 \frac{u_1(0)}{V_0}.$$

Numériquement, ce rapport K prend la valeur $K = 1 + 0,073 l^2/h_1^2$. D'après nos expériences, nous avons $K = 1 + 0,065 l^2/h_1^2$. L'imprécision de la valeur expérimentale permet de dire que le désaccord est faible.

B. — COMPARAISON DE LA THÉORIE ET DE L'EXPÉRIENCE

(Hauteur de veine géométrique)

Dans ce sous-chapitre, nous comparons la théorie et l'expérience en introduisant dans les formules de correction la hauteur géométrique de la veine au droit du foyer de l'aile.

Pour les termes introduisant la grandeur $m/2\pi V_0 l^2$, comme nous n'avons pas de formule théorique rendant compte de sa valeur, nous prenons la valeur expérimentale citée plus haut.

Pour les vitesses induites axiales locales, à la portance nulle, nous substituons la courbe expérimentale à la courbe théorique.

Pour la relation entre la circulation et la portance, nous prenons la valeur expérimentale.

Par ailleurs, nous introduisons dans nos formules les valeurs expérimentales de C_{z_∞} et de $C_{m_\infty}(F)$ (obtenues par extrapolation vers $l/h = 0$); l'influence de cette dernière grandeur est d'ailleurs négligeable, vu sa valeur.

1. — Correction de portance.

Pour corriger la courbe de portance en fonction de l'incidence, nous corrigeons, d'une part, le $C_{z_{0h}}$, d'autre part, l'incidence δ_h .

a) CORRECTION DU COEFFICIENT C_z .

La correction du coefficient de portance diminue sa valeur d'une quantité :

$$\frac{C_{z_{0h}}}{C_{z_c}} = D \left[1 + \frac{m}{2\pi V_0^{1/2}} \frac{\pi^2 l^2}{2h^2} \right].$$

Nous prenons, pour faire cette correction, les valeurs expérimentales du rapport C_{z_0}/C_{z_c} et aboutissons au tableau XXII ci-dessous des coefficients de portance corrigés C_{z_c} en fonction des incidences non corrigées δ_m (la correspondance entre δ_m et δ_h est donnée plus haut) :

TABLEAU XXII

l/h	0,108	0,178	0,284	0,470	0,745	0,960
— 10°	— 103,39	— 106,37	— 108	— 113,25	— 114,30	— 118,75
— 8°	— 87,55	— 89,45	— 93	— 93,25	— 101,50	— 103,90
— 6°	— 67,40	— 69,80	— 71,75	— 74,65	— 80,40	— 84,15
— 4°	— 44,80	— 46,60	— 47,70	— 50,40	— 53,75	— 56,75
— 2°	— 21,30	— 22,50	— 23,50	— 23,85	— 24,70	— 27,70
0°	+ 3,03	+ 1,75	+ 1,75	+ 2,80	+ 3,10	+ 2,40
+ 2°	25,50	26,35	26,80	29,40	32,10	33,30
+ 4°	49,15	50,40	51,85	56,60	58	64,50
+ 6°	69,39	73	74,55	81,05	84,90	89,25
+ 8°	92	93,95	96,95	101,85	104,85	108,80
+ 10°	105,95	108,35	110,50	115,30	115,55	118,70
+ 12°	110,50	111,85	111,80	115,60	115,74	119,65

Le tracé des courbes $C_{z_c} = f(\delta_h)$ à une grande échelle [pl. XXXVI (*fig. 70*)] nous permet de déterminer l'évolution expérimentale de l'angle δ_h , en fonction du paramètre l^2/h^2 , pour différents $C_{z_c} = C^{\text{te}}$ étagés entre $\pm 0,2$ et $\pm 0,9$ [pl. XXXVII (*fig. 71*)].

b) CORRECTION D'INCIDENCE.

La correction d'incidence théorique $\Delta i = i_c - i_h = i_a - i_\infty$ nous est accessible grâce à la formule donnée dans le chapitre premier. Nous en extrayons la variation d'incidence théorique à $C_{z_c} = C^{\text{te}}$ en fonction de l^2/h^2 [pl. XXXVIII (*fig. 72*)].

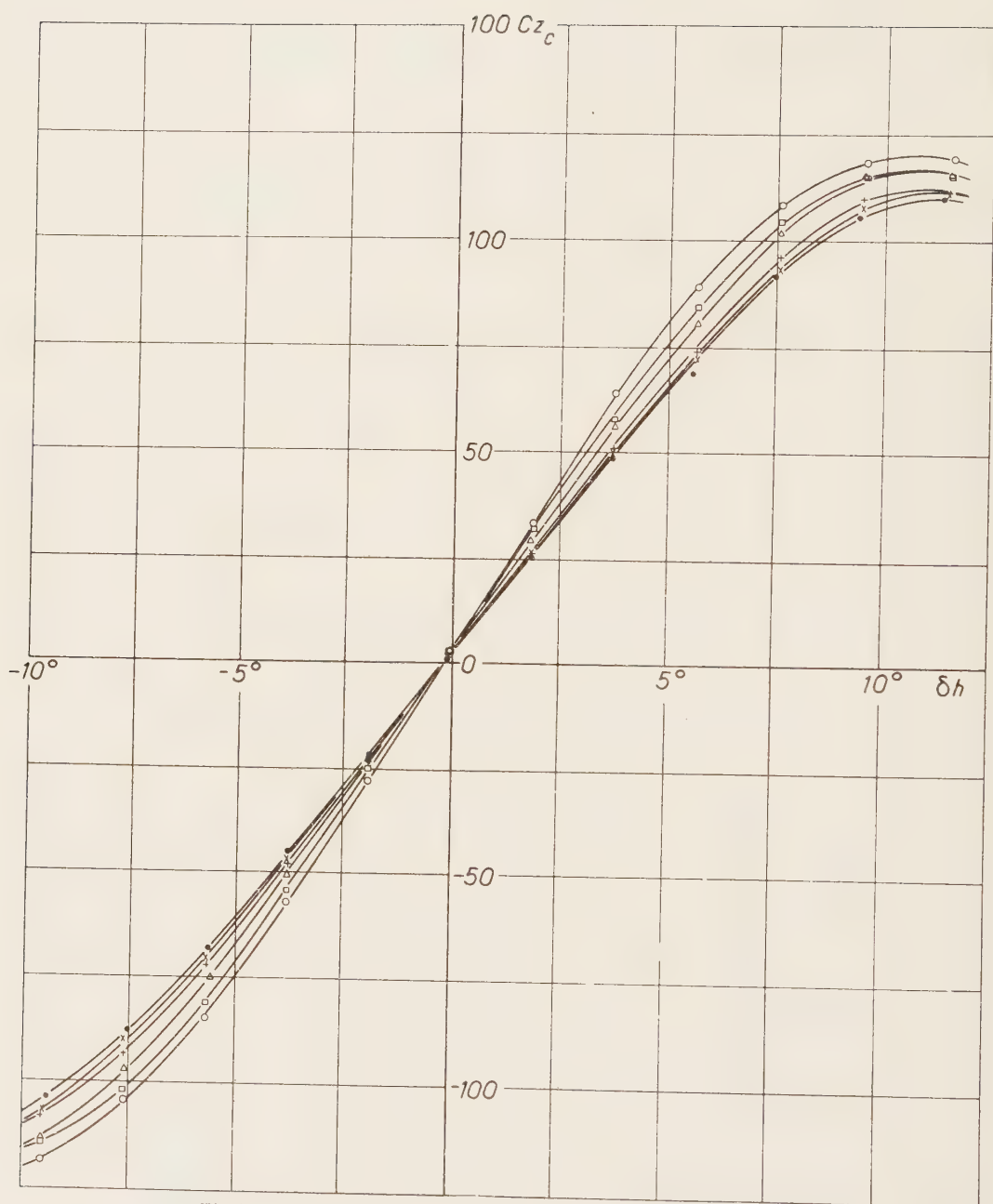


Fig. 70. — Courbes des portances corrigées (hauteur géométrique)

$$100 C_{z_c} = f(\delta)$$



Fig. 71

Sur la planche XXXVII (*fig. 71*) nous avons placé les courbes théoriques ci-dessus calculées en vue de compenser au mieux les points expérimentaux. De même, sur la planche XXXVIII (*fig. 72*), nous avons reporté les points expérimentaux.

Nous voyons le bon accord entre les courbes théoriques et les points expérimentaux, sauf pour les deux dernières hauteurs de veine où l'écart est sensible, bien que faible.

On peut dire que tant que l'épaisseur de déplacement des couches limites plancher-plafond est petite par rapport à la hauteur de veine, il y a accord entre l'expérience et la théorie.

c) CORRECTION DE LA COURBE DE PORTANCE EN FONCTION DE L'INCIDENCE.

Pour avoir la courbe de portance corrigée, nous portons les coefficients de portance corrigés en fonction des incidences corrigées.

TABLEAU XXIII. — *Variations d'incidence*

l^2/h^2	0,108	0,178	0,284	0,470	0,745	0,960
— 10°	— 0°,33	— 0°,54	— 0°,84	— 1°,29	— 1°,80	— 2°,20
— 8°	— 0°,28	— 0°,46	— 0°,73	— 1°,10	— 1°,60	— 1°,92
— 6°	— 0°,22	— 0°,36	— 0°,56	— 0°,85	— 1°,27	— 1°,56
— 4°	— 0°,14	— 0°,24	— 0°,37	— 0°,57	— 0°,85	— 1°,05
— 2°	— 0°,07	— 0°,11	— 0°,18	— 0°,27	— 0°,39	— 0°,51
0°	+ 0°,01	+ 0°,01	+ 0°,01	+ 0°,04	+ 0°,05	+ 0°,04
+ 2°	0°,08	0°,13	0°,21	0°,34	0°,51	0°,62
+ 4°	0°,16	0°,26	0°,40	0°,65	0°,92	1°,19
+ 6°	0°,22	0°,37	0°,58	0°,93	1°,34	1°,65
+ 8°	0°,29	0°,48	0°,75	1°,16	1°,66	2°,02
+ 10°	0°,34	0°,55	0°,86	1°,32	1°,82	2°,19
+ 12°	0°,35	0°,67	0°,87	1°,32	1°,85	2°,21

δ_m

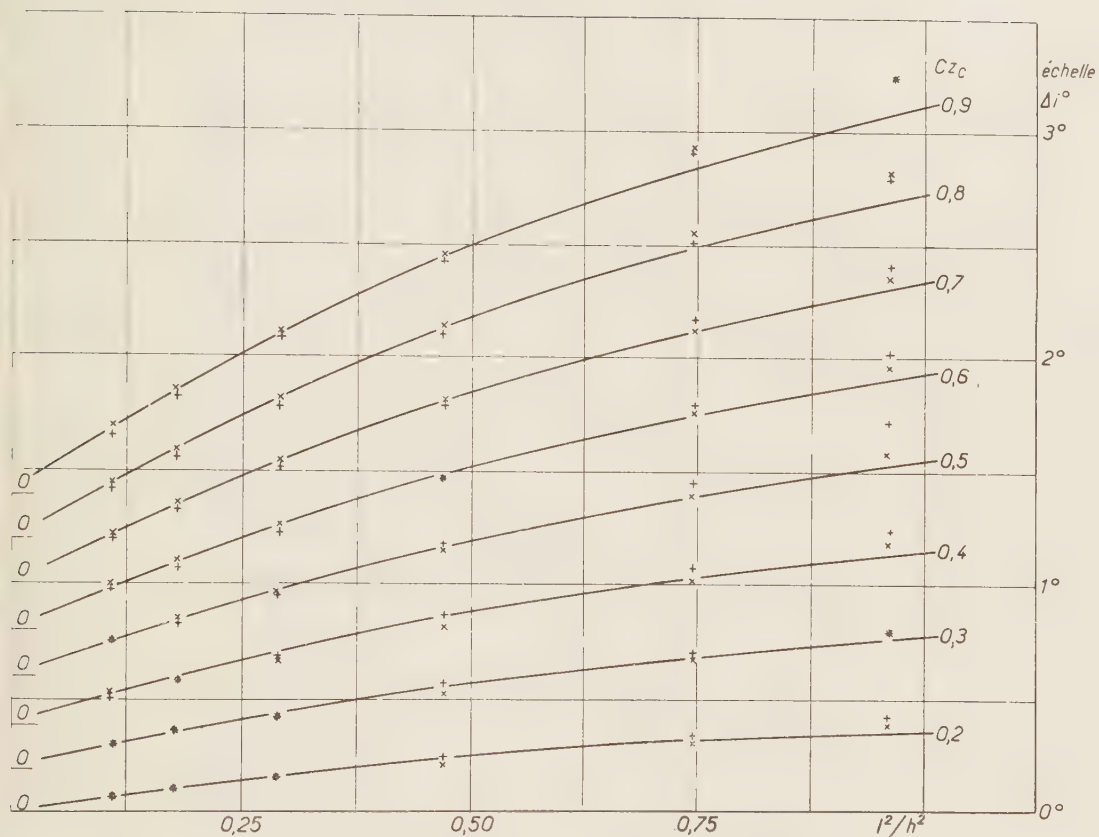


Fig. 72. — Variations d'incidence théoriques et expérimentales (hauteur géométrique).

+ points de portance positive

x points de portance négative

Les tableaux XXIII et XXIV ci-après donnent :

— d'une part, les variations d'incidence théoriques pour les portances expérimentales données plus haut;

— d'autre part, les incidences corrigées correspondantes pour les mêmes portances.

TABLEAU XXIV. — Incidences corrigées δ_c .

l^2/h^2	0,108	0,178	0,284	0,470	0,745	0,960
— 10°	— 9°,71	— 10°,03	— 10°,34	— 10°,81	— 11°,35	— 11°,75
— 8°	— 7°,75	— 8°,03	— 8°,30	— 8°,69	— 9°,20	— 9°,53
— 6°	— 5°,81	— 6°,02	— 6°,22	— 6°,53	— 6°,95	— 7°,24
— 4°	— 3°,87	— 4°,01	— 4°,14	— 4°,35	— 4°,64	— 4°,83
— 2°	— 1°,94	— 1°,99	— 2°,06	— 2°,17	— 2°,29	— 2°,41
0°	0°	0°	0°	+ 0°,03	+ 0°,04	+ 0°,03
+ 2°	1°,93	2°,00	2°,08	2°,21	2°,39	2°,50
+ 4°	3°,87	4°,02	4°,16	4°,41	4°,69	4°,95
+ 6°	5°,80	6°,02	6°,23	6°,58	7°,01	7°,01
+ 8°	7°,74	8°,03	8°,39	8°,72	9°,24	9°,61
+ 10°	9°,70	10°,02	10°,34	10°,83	11°,36	11°,74
+ 12°	11°,68	12°,03	12°,34	12°,83	13°,39	13°,76

δ_m

La planche XXXIX (*fig. 73*) montre que les points expérimentaux sont sur une courbe unique, sauf les deux derniers essais.

Remarquons que l'accord est bon jusqu'à la portance maximum, ce qui justifie notre hypothèse de conservation de la circulation unitaire.

2. — Correction de moment.

Nous avons appliqué la formule du chapitre premier qui nous donne le moment corrigé pour l'incidence corrigée.

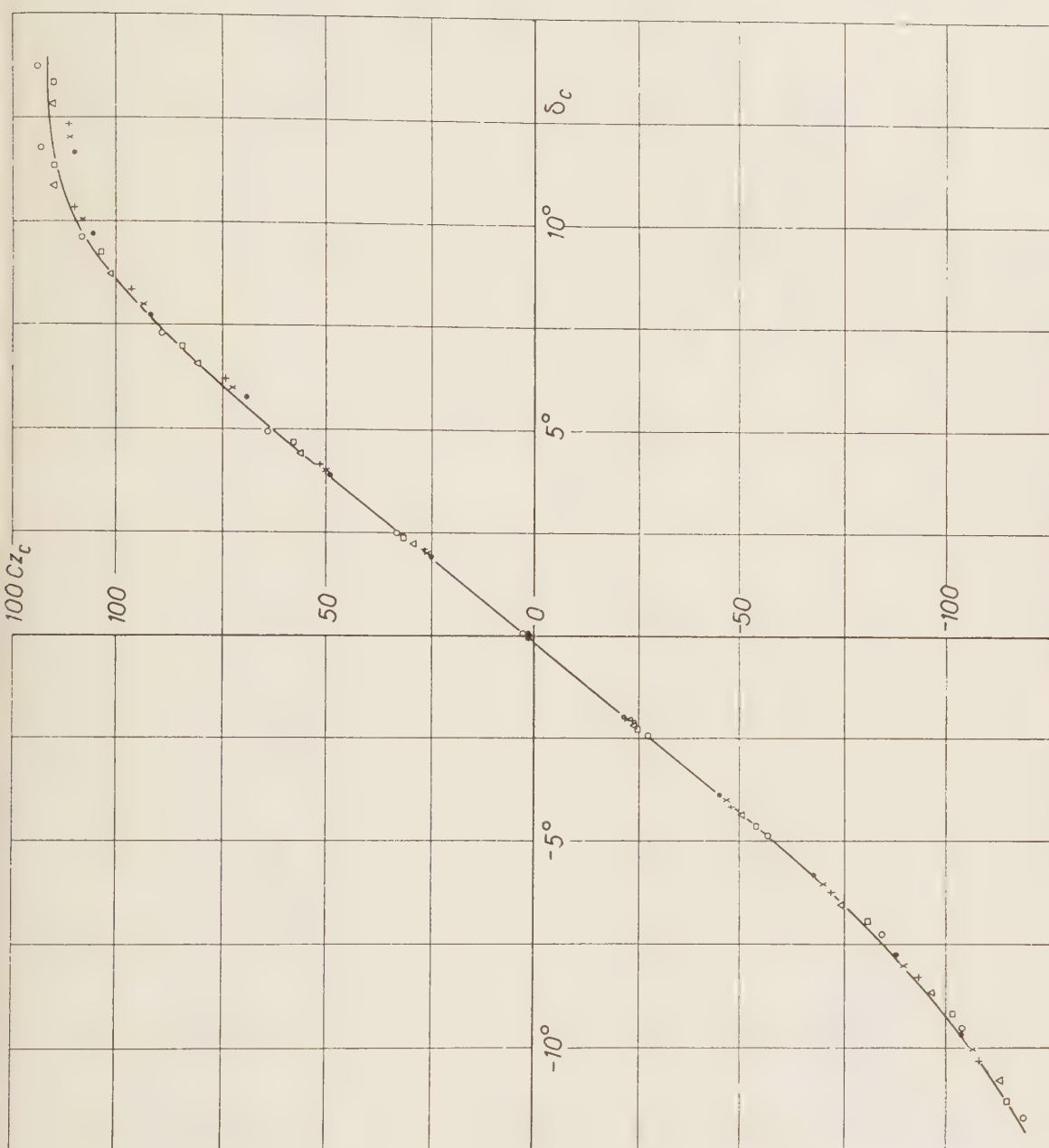


Fig. 73. — Courbes des portances corrigées (hauteur géométrique

$100 C_{z_c} = f(\delta_c)$

Dans le tableau XXV ci-dessous, nous donnons les moments corrigés pour les points expérimentaux, avec δ_m comme repère :

TABLEAU XXV. — 100 $Cm_c(l/2)$

l^2/h^2	0,108	0,178	0,283	0,470	0,745	0,960
— 10°	— 25,60	— 26,15	— 26,95	— 27,90	— 29,05	— 30,15
— 8°	— 21,55	— 22,20	— 22,90	— 23,75	— 25,45	— 26,65
— 6°	— 16,70	— 17,30	— 17,85	— 18,80	— 20,40	— 21,80
— 4°	— 11,25	— 11,70	— 12,30	— 12,95	— 13,80	— 15,30
— 2°	— 5,65	— 5,95	— 6,25	— 6,45	— 6,90	— 7,70
0°						
+ 2°	5,75	5,75	6,05	6,50	7,30	7,80
+ 4°	11,00	11,65	12,15	13,05	14,10	15,50
+ 6°	16,50	17,35	18,05	19,70	20,30	22,80
+ 8°	21,75	22,65	23,30	24,90	26,30	27 90
+ 10°	25,20	26,45	27,55	28	29,10	30,25
+ 12°	25,55	26,55	27,35	28	28,60	30,70

δ_m

Les planches XL et XLI (*fig.* 74 et 75) donnent successivement $Cm_c(l/2) = f(S_c)$ et $Cm_0(l/2) = f(Cz_c)$. Nous voyons que tous les points sont sur une courbe unique, sauf pour les deux derniers essais.

C. COMPARAISON DE LA THÉORIE ET DE L'EXPÉRIENCE

(Hauteur de veine réduite)

Dans ce sous-chapitre, nous comparons la théorie et l'expérience en introduisant dans les formules de correction la hauteur réduite de la veine au droit du foyer de l'aile.

Pour les termes introduisant la grandeur $m/2\pi V_0 l^2$, nous choisissons la valeur théorique donnée par GOLDSTEIN.

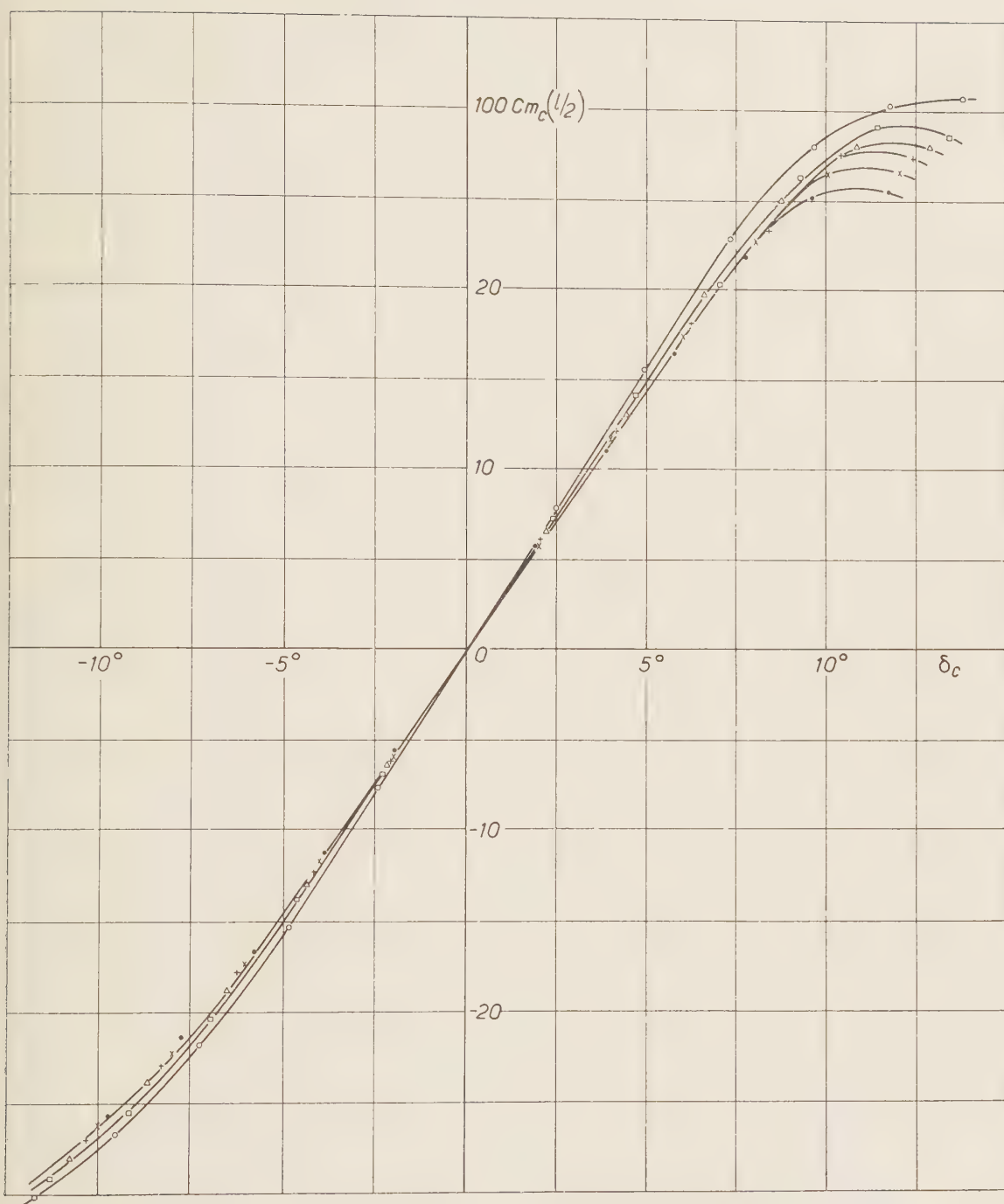


Fig. 74. — Courbes des moments corrigés (hauteur géométrique)
 $100 C m_c(l/2) = f(\delta_c)$

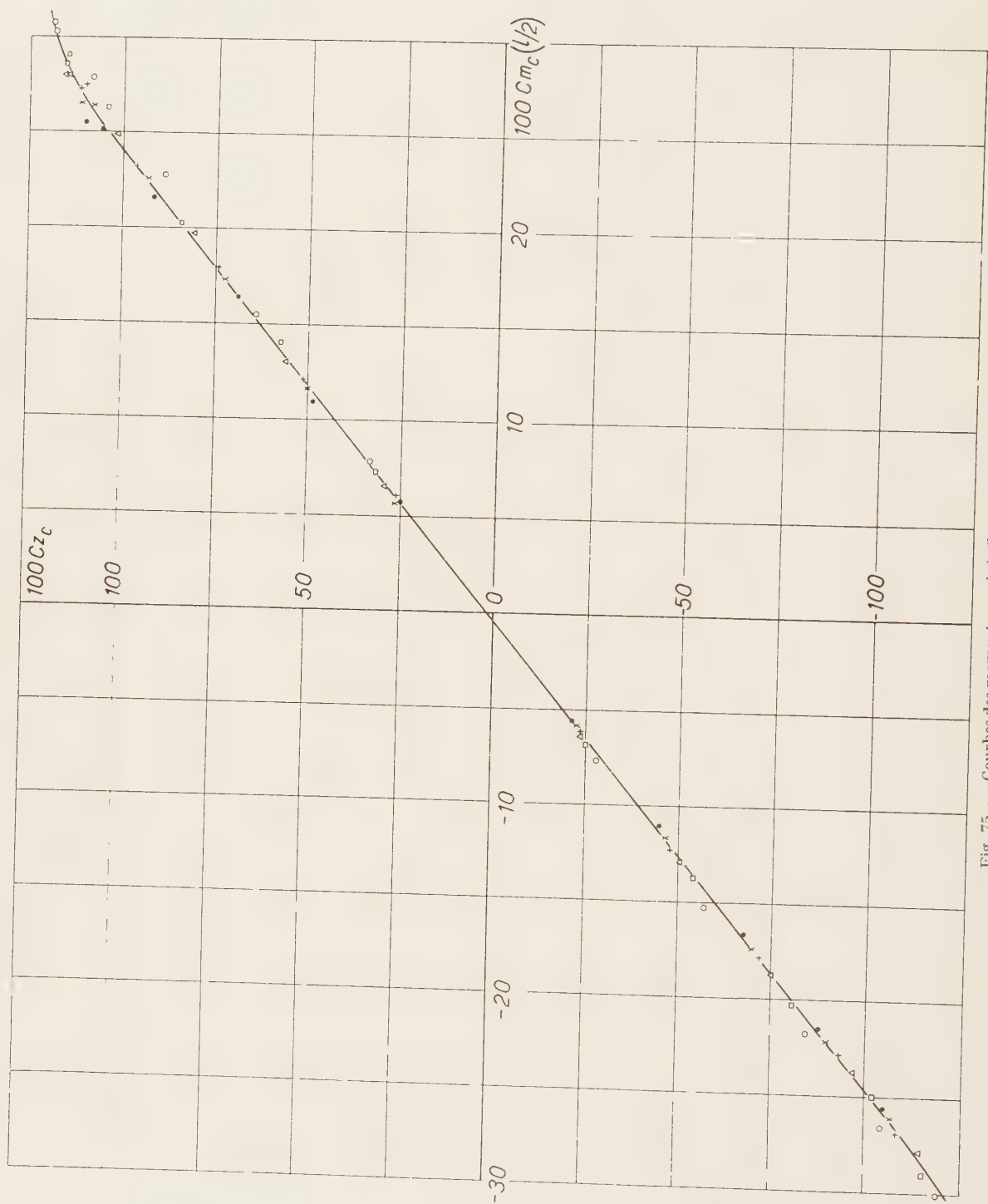


Fig. 75. — Courbes des moments corrigés (hauteur géométrique)

$100 C z_c = f(100 c m_c(l/2))$

Pour les vitesses induites axiales locales, à la portance nulle, nous adoptons la courbe théorique en déplaçant son sommet à 6 % de la corde en avant du milieu de celui-ci pour respecter le barycentre des doublets d'épaisseur.

Pour la relation entre la circulation et la portance, nous prenons la relation théorique.

1. — Correction de portance.

a) CORRECTION DU COEFFICIENT C_z .

Nous aboutissons aux coefficients de portance corrigés donnés dans le tableau XXVI ci-dessous :

TABLEAU XXVI. — 100 C_z .

l^2/h^2	0,110	0,181	0,290	0,483	0,770	1
— 10°	— 103,20	— 106,20	— 107,50	— 112,50	— 113	— 117,20
— 8°	— 87,40	— 89,20	— 92,60	— 95,50	— 100,50	— 102,50
— 6°	— 67,25	— 69,70	— 71,50	— 74,20	— 79,70	— 83
— 4°	— 44,75	— 46,50	— 47,60	— 50	— 53,20	— 55,90
— 2°	— 21,25	— 22,50	— 23,40	— 23,65	— 24,45	— 27,30
0°	+ 3	+ 1,75	+ 1,75	+ 2,75	+ 3,10	+ 2,40
+ 2°	25,45	26,30	26,70	29,20	31,80	32,85
+ 4°	49,10	50,30	31,70	56,30	57,50	63,60
+ 6°	69,30	72,80	74,25	80,50	84,50	88
+ 8°	92	93,55	96,50	101,10	103,70	107
+ 10°	105,70	108	110	114,40	114,40	117
+ 12°	110,30	111,50	111,30	114,80	114,60	118

δ_m

Le tracé des courbes $C_{z_c} = f(\delta_h)$ à une grande échelle [pl. XLII (*fig. 76*)] nous a permis de déterminer l'évolution expérimentale de l'angle δ_h , en fonction du paramètre l^2/h^2 , pour différents C_{z_c} étagés entre $\pm 0,2$ et $\pm 0,9$ [pl. XLIII (*fig. 77*)].

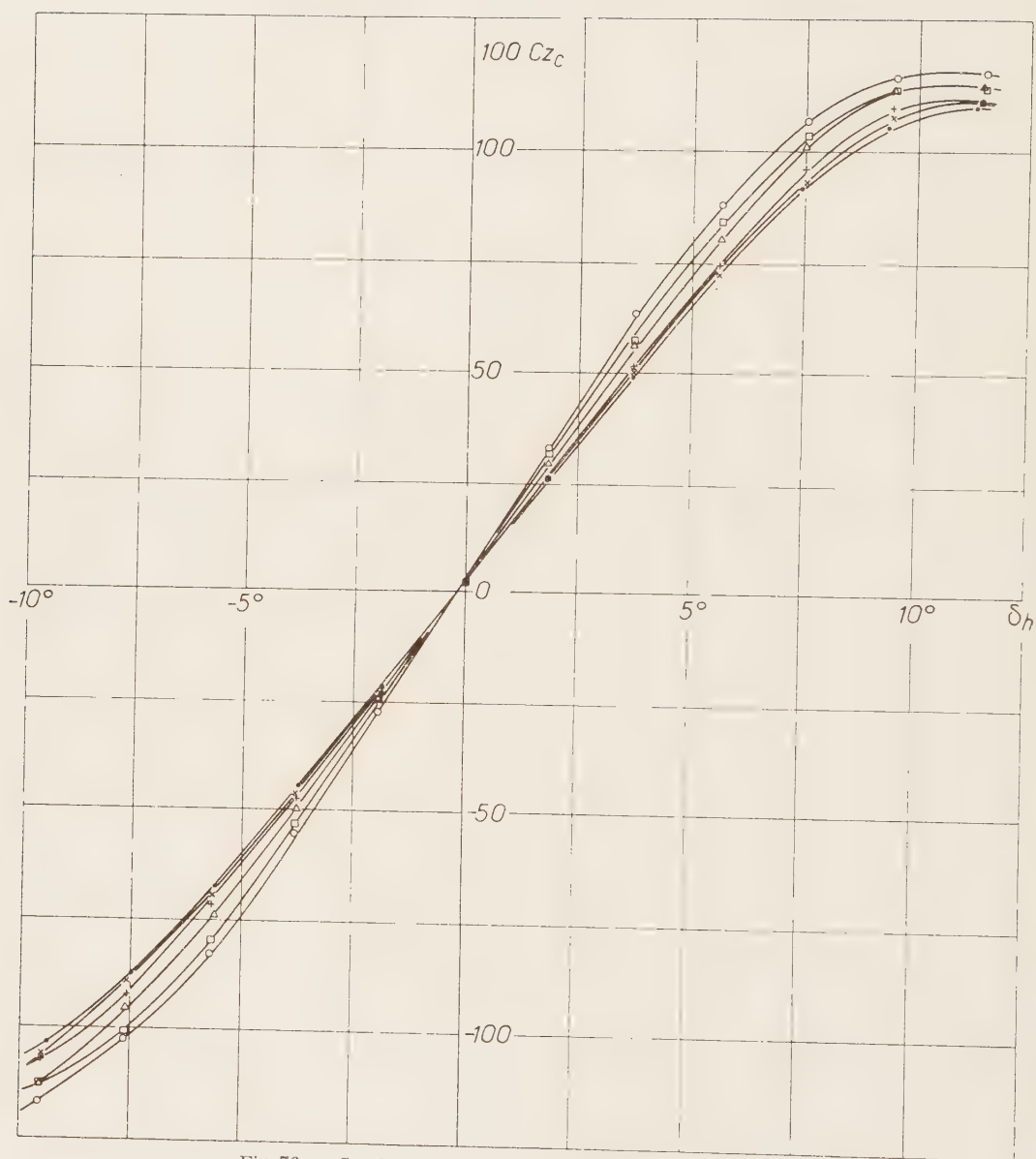


Fig. 76. — Courbes des portances corrigées (hauteur réduite)

$$100 C_{z_c} = f(\delta_h)$$

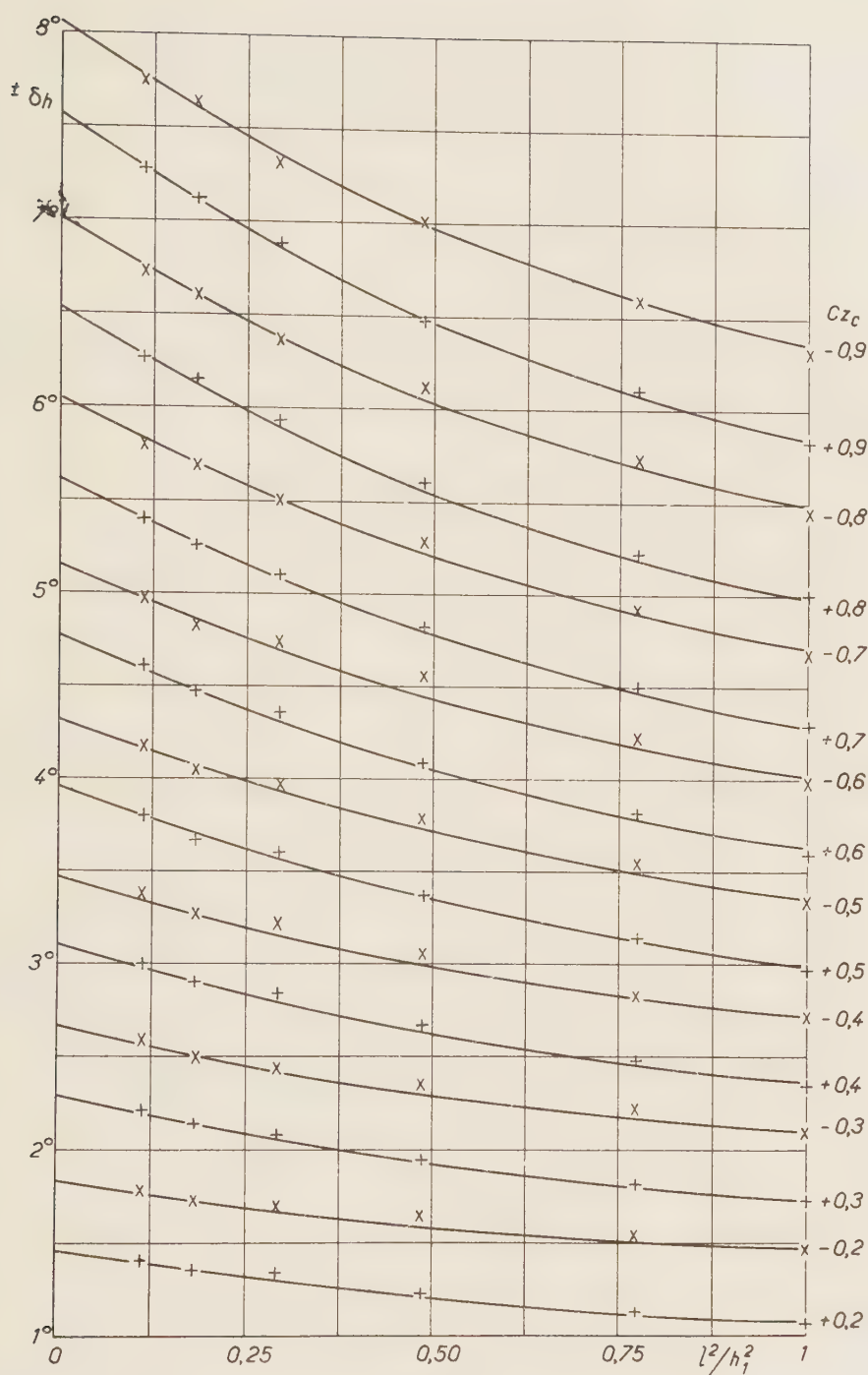


Fig. 77

b) CORRECTION D'INCIDENCE.

Nous opérons de la même façon que pour la hauteur géométrique.

Sur la planche XLIV (*fig. 78*), nous donnons la variation d'incidence théorique avec les points expérimentaux tirés de la planche XLIII (*fig. 77*).

Sur ce dernier graphique, nous répétons l'évolution théorique de l'incidence.

Nous remarquons, cette fois-ci, un excellent accord entre les courbes théoriques et les points expérimentaux jusqu'à $l/h_1 = 1$.

c) CORRECTION DE LA COURBE DE PORTANCE EN FONCTION DE L'INCIDENCE.

Comme dans le cas de la hauteur géométrique, nous calculons, pour les portances expérimentales brutes, les variations d'incidence théoriques et les incidences corrigées finales. Les tableaux XXVII et XXVIII ci-après résument, en fonction de δ_m , la variation d'incidence et l'incidence corrigée.

TABLEAU XXVII. — Corrections d'incidence.

l^2/h_1^2	0,110	0,181	0,290	0,483	0,770	1
— 10°	— 0°,33	— 0°,55	— 0°,84	— 1°,31	— 1°,82	— 2°,24
— 8°	— 0°,28	— 0°,46	— 0°,73	— 1°,12	— 1°,62	— 2°,15
— 6°	— 0°,22	— 0°,36	— 0°,57	— 0°,87	— 1°,28	— 1°,59
— 4°	— 0°,14	— 0°,24	— 0°,37	— 0°,58	— 0°,86	— 1°,07
— 2°	— 0°,07	— 0°,12	— 0°,18	— 0°,28	— 0°,39	— 0°,52
0°	+ 0°,01	+ 0°,01	+ 0°,01	+ 0°,03	+ 0°,05	+ 0°,05
+ 2°	0°,08	0°,14	0°,21	0°,34	0°,52	0°,62
+ 4°	0°,16	0°,26	0°,41	0°,66	0°,92	1°,21
+ 6°	0°,23	0°,38	0°,59	0°,94	1°,36	1°,67
+ 8°	0°,30	0°,48	0°,76	1°,18	1°,67	2°,03
+ 10°	0°,34	0°,56	0°,87	1°,34	1°,83	2°,22
+ 12°	0°,36	0°,58	0°,88	1°,34	1°,84	2°,24

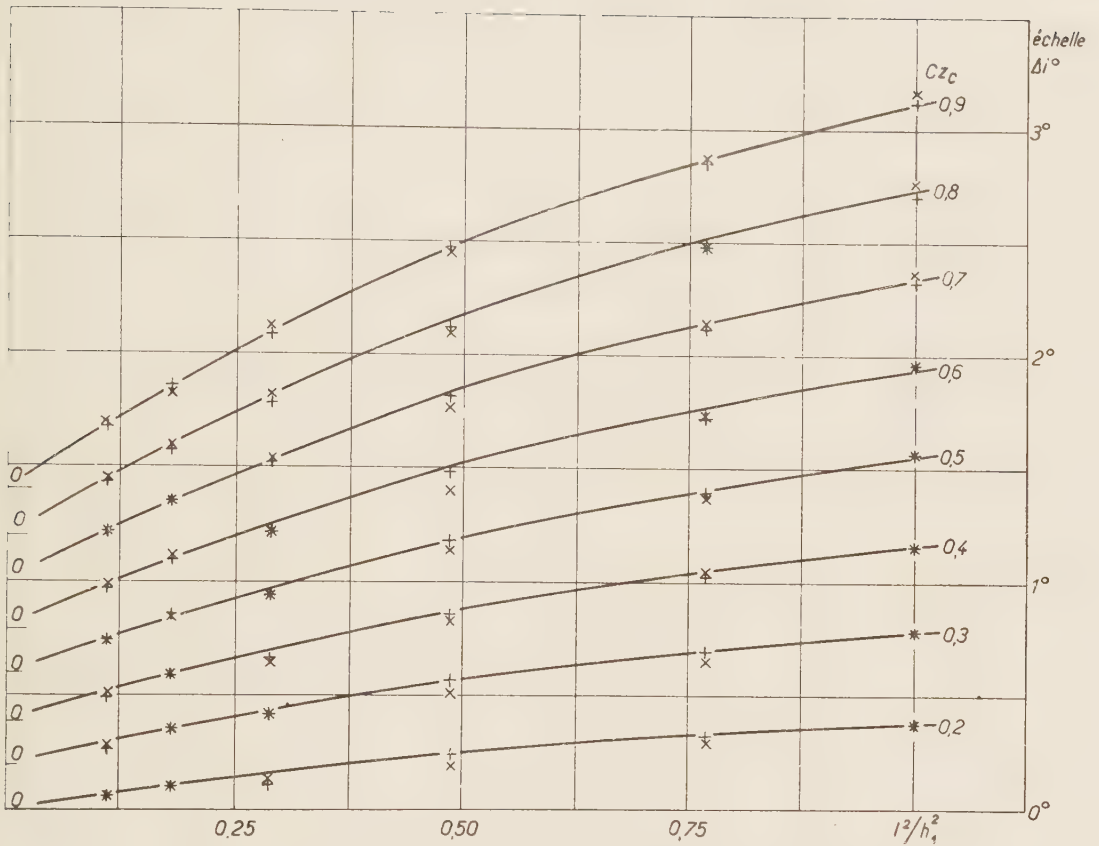


Fig. 78. — Variations d'incidence théoriques et expérimentales (hauteur réduite)
 + points de portance positive x points de portance négative

La planche XLV (fig. 79) montre que tous les points expérimentaux sont sur une courbe unique, et ceci jusqu'à la portance maximum. Les légères différences que nous observons proviennent du fait que pour la portance maximum il existe une survitesse complémentaire due au sillage de l'aile, devenu important, et ce pour les plus petites hauteurs de veine seulement. En outre, cette courbe est confondue avec celle de l'écoulement illimité extrapolée des courbes expérimentales, avec effet de paroi.

TABLEAU XXVIII. — Incidences corrigées δ_c

l^2/h_1^2	0,110	0,181	0,290	0,483	0,770	1
— 10°	— 9°,71	— 10°,04	— 10°,34	— 10°,83	— 11°,37	— 11°,79
— 8°	— 7°,75	— 8°,03	— 8°,30	— 8°,71	— 9°,22	— 9°,76
— 6°	— 5°,81	— 6°,02	— 6°,23	— 6°,55	— 6°,93	— 7°,27
— 4°	— 3°,87	— 4°,01	— 4°,14	— 4°,36	— 4°,65	— 4°,85
— 2°	— 1°,94	— 2°	— 2°,06	— 2°,18	— 2°,29	— 2°,42
0°	0°	0°	0°	0°,02	0°,04	0°,04
+ 2°	1°,93	2°,01	2°,08	2°,21	2°,40	2°,50
+ 4°	3°,87	4°,02	4°,17	4°,42	4°,69	4°,97
+ 6°	5°,81	6°,03	6°,24	6°,59	7° 03	7°,34
+ 8°	7°,75	8°,03	8°,30	8°,74	9°,25	9°,62
+ 10°	9°,70	10°,03	10°,35	10°,85	11°,38	11°,77
+ 12°	11°,69	12°,04	12°,35	12°,85	13°,38	13°,79

δ_m

2. — Correction de moments.

Nous aboutissons aux valeurs de moments corrigés tabl. XXIX ci-dessous :

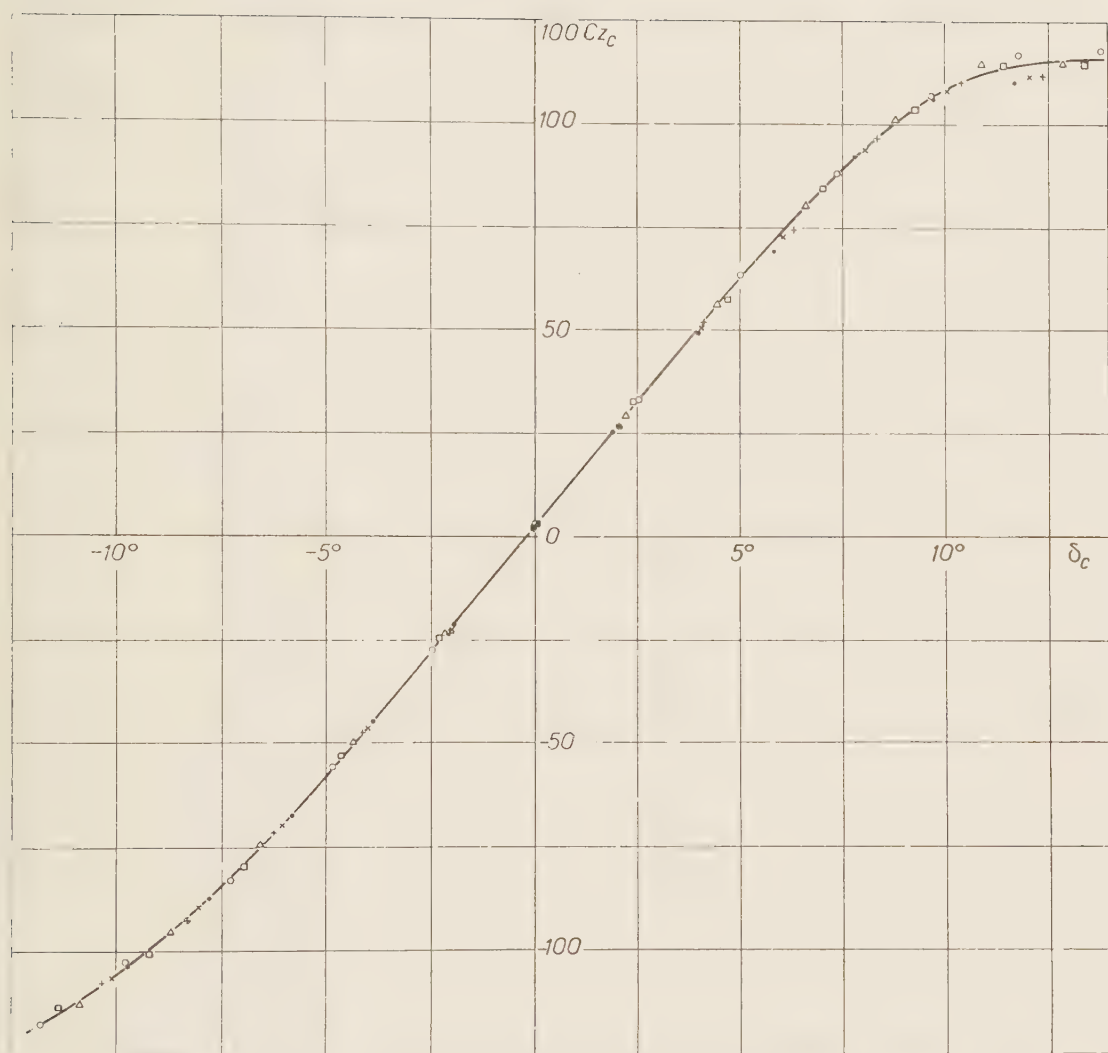


Fig. 79. — Courbes des portances corrigées (hauteur réduite)

$100 C_{z_c} \quad f(\delta_c)$

TABLEAU XXIX. — *Moments corrigés 100 Cm_c (l/2)*

l^2/h_1^2	0,110	0,181	0,290	0,483	0,770	1
— 10°	— 25,60	— 26,15	— 26,95	— 27,95	— 29,05	— 29,70
— 8°	— 21,55	— 22,15	— 22,85	— 23,85	— 25,45	— 26,30
— 6°	— 16,70	— 17,30	— 17,90	— 18,80	— 20,35	— 21,40
— 4°	— 11,30	— 11,70	— 12,30	— 12,95	— 13,80	— 15,10
— 2°	— 5,65	— 5,90	— 6,20	— 6,45	— 6,85	— 7,60
0°						
+ 2°	5,74	5,75	6,05	6,50	7,20	7,65
+ 4°	11	11,65	12,10	13,05	14,10	15,20
+ 6°	16,50	17,35	18,05	19,70	20,30	22,45
+ 8°	21,75	21,59	23,30	25,05	26,30	27,45
+ 10°	25,25	26,45	27,60	28,05	29,20	29,78
+ 12°	25,55	26,60	27,30	28,10	28,70	30,15

δ_m

Les planches XLVI et XLVII (*fig. 80 et 81*) donnent successivement $Cm_c (l/2) = f(\delta_c)$ et $Cm (l/2) = f(Cz_c)$.

Nous voyons que tous les points sont sur une courbe unique et que cette courbe correspond à celle de l'écoulement illimité.

3. — Correction des pressions locales.

Pour démontrer la validité des corrections théoriques sur les pressions locales, nous avons choisi l'exemple suivant :

— nous prenons les courbes de répartition de pression le long de la corde pour les différentes hauteurs de veine, telles qu'elles correspondent à la même portance expérimentale corrigée, soit $Cz_c = 0,600$. Ces courbes sont données sur la planche XLVIII (*fig. 82*).

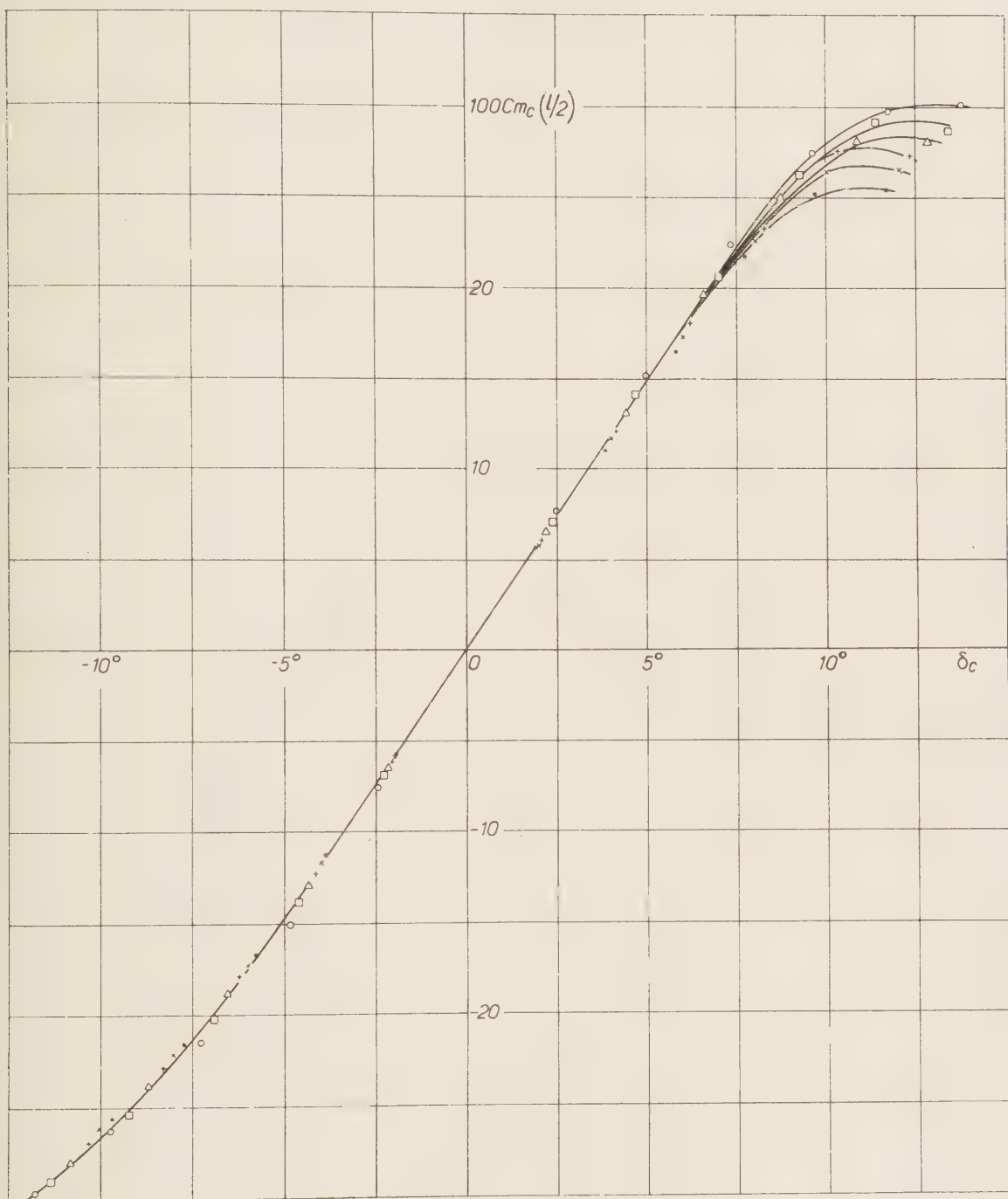


Fig. 80. — Courbes des moments corrigés (hauteur réduite)
 $100 Cm_c(l/2) \quad f(\delta_c)$

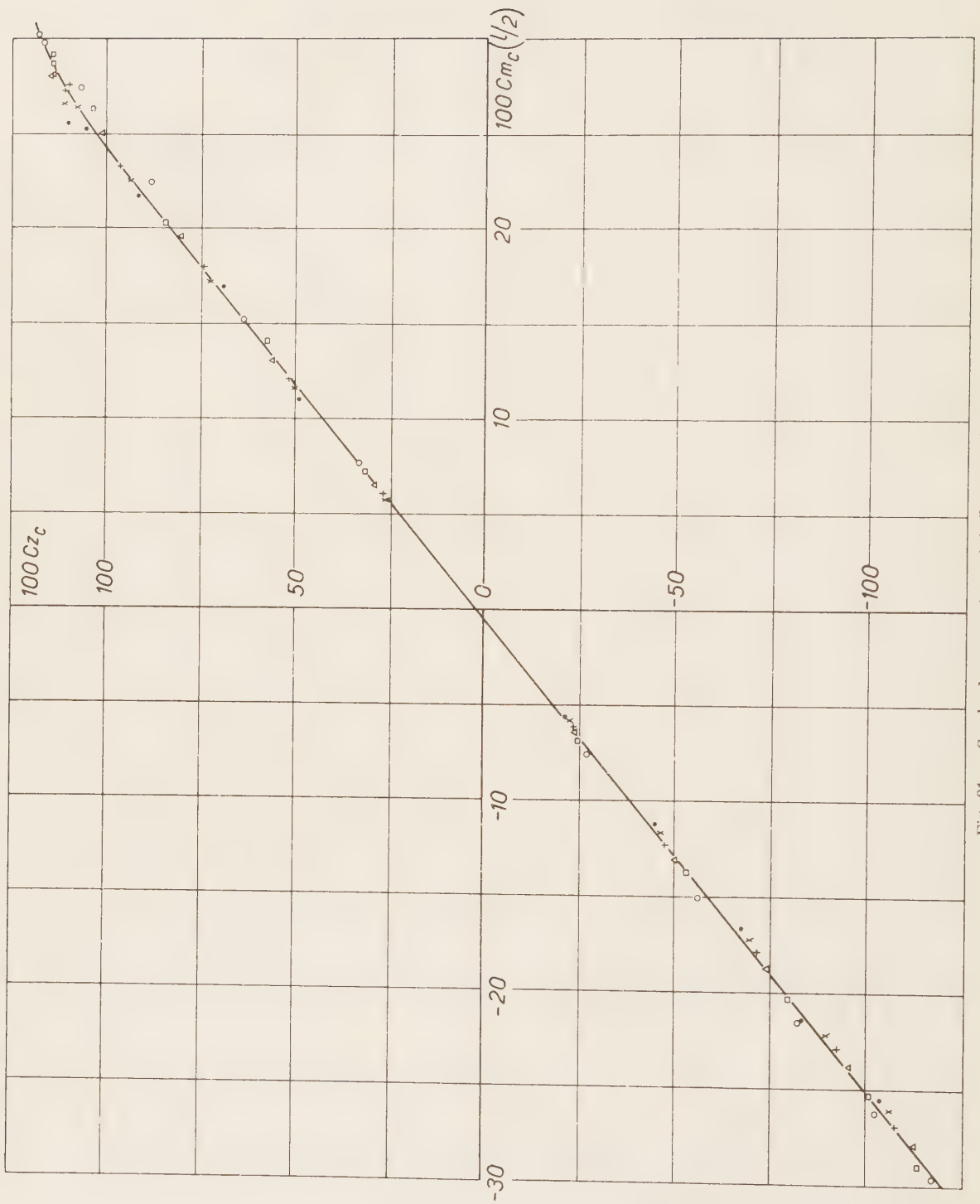


Fig. 81. — Courbe des moments corrigés (hauteur réduite)

$$100 C_{z_c} = f[100 C_{m_c}(l/2)]$$

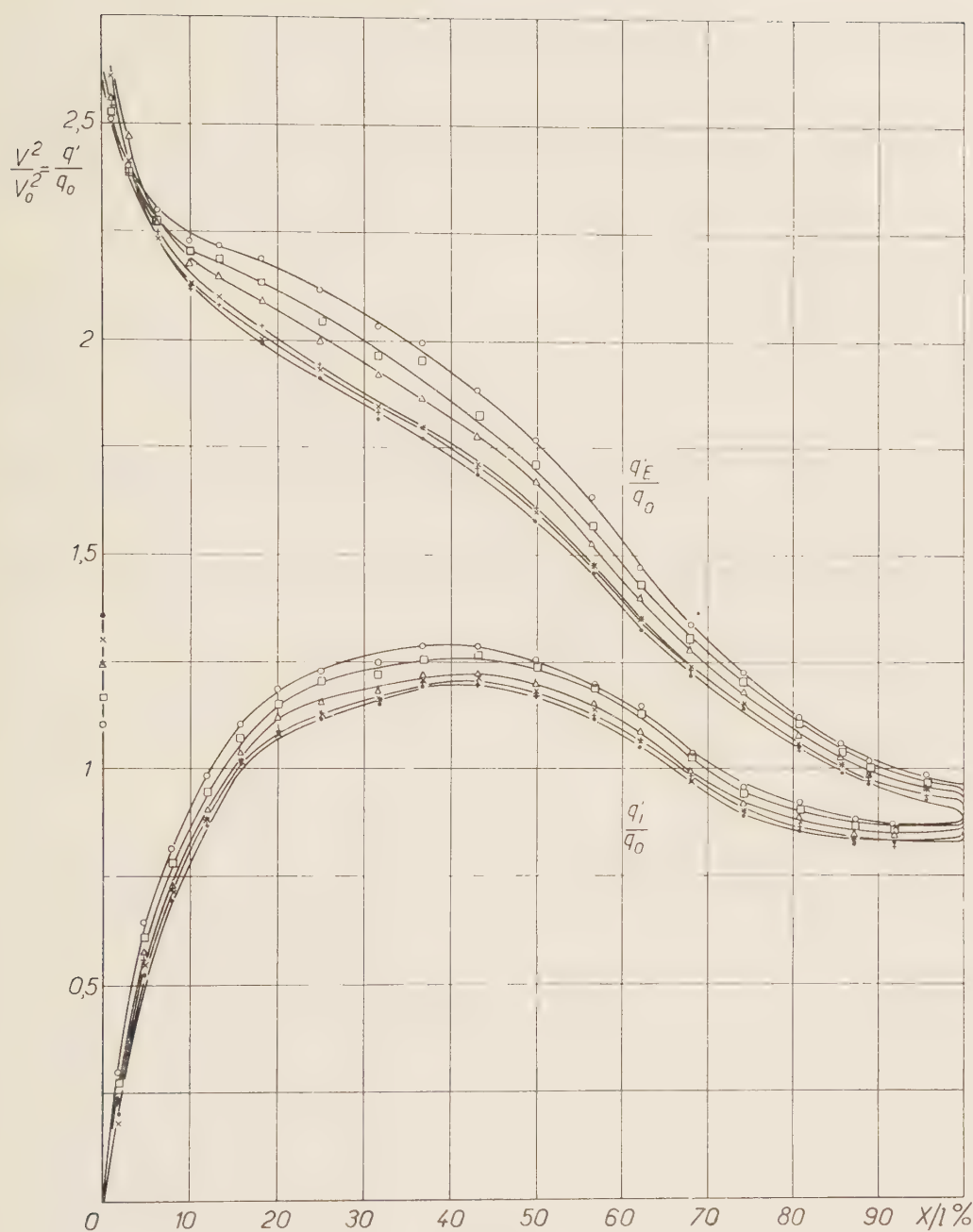


Fig. 82

	l^2 h_1^2	δ_h
○	1,000	3°,58
□	0,770	3°,80
▽	0,483	4°,07
+	0,290	4°,30
×	0,181	4°,48
•	0,110	4°,58

Les planches suivantes [XLIX à LIV (*fig.* 83 à 88)] donnent la répartition de pression, la charge locale et la répartition de pression sur le profil de base, mais ramenées à la pression dynamique locale.

Sur la planche LV (*fig.* 89), nous rassemblons tous les résultats précédents corrigés suivant notre méthode (en appendice, on trouvera le calcul complet pour $l/h_1 = 1,000$).

Nous voyons qu'il y a un bon accord entre les points corrigés et que les courbes de répartition de pression et de charge locale sont uniques.

1. — Correction de la traînée.

Dans notre cas nous avons obtenu les traînées par la méthode des sillages; il n'y a pas de traînée induite.

De même, pour la gamme d'incidence des essais, on peut considérer que la survitesse due au sillage et le gradient de pression sont négligeables.

Par conséquent, conformément à notre théorie, nous corrigeons les coefficients de traînée de la variation de vitesse moyenne théorique et nous attribuons ces nouvelles valeurs à l'incidence i_b définie sur la *figure* 39 a.

Sur la planche LVI (*fig.* 90) on trouvera les courbes $Cx_c = f(\delta_b)$ corrigées. Nous voyons qu'aux erreurs expérimentales près la courbe est unique.

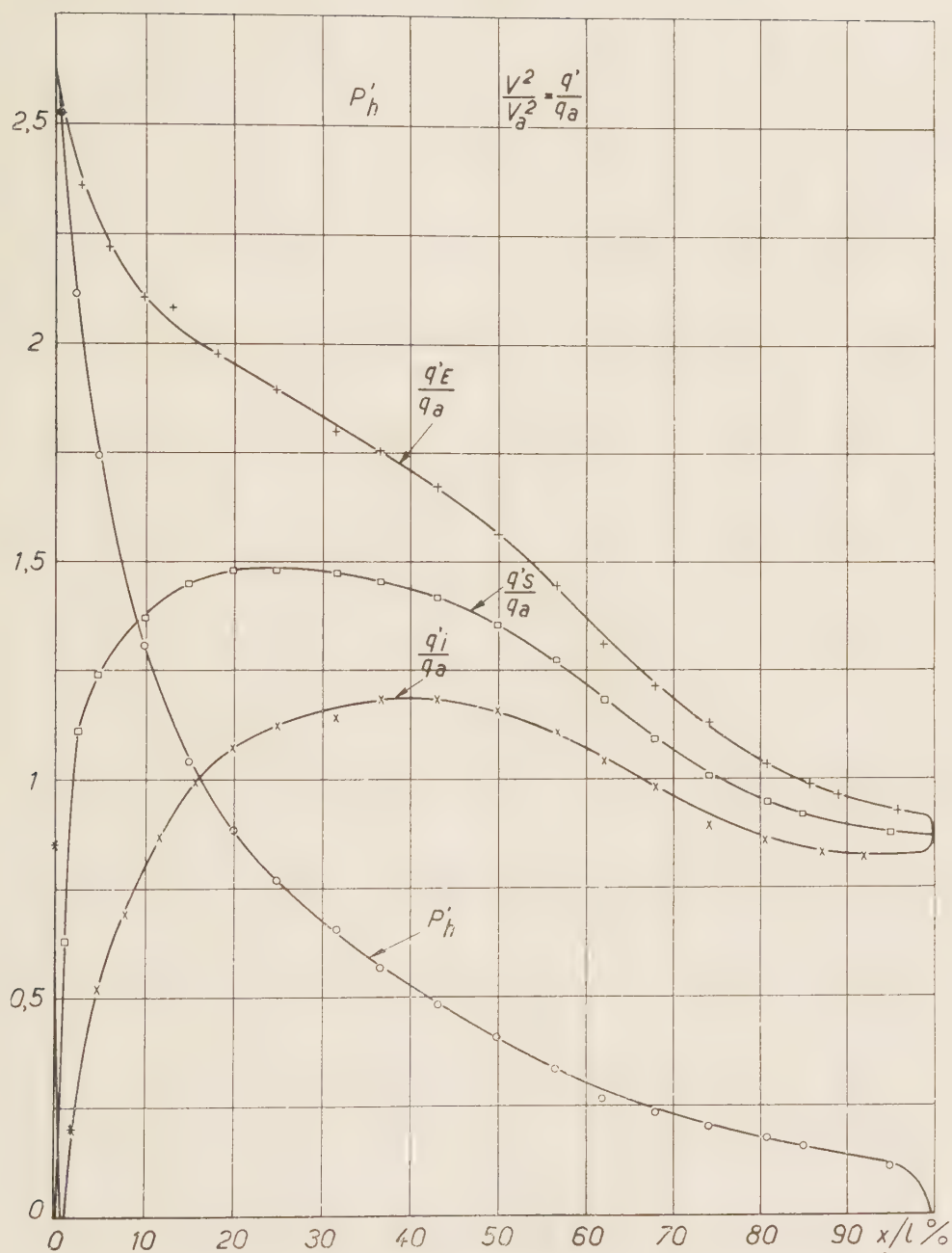
Sur la planche LVII (*fig.* 91), nous donnons côte à côte :

1° les polaires $Cx_{0h} = f(Cz_{0h})$;

2° la polaire corrigée $Cx_c = f(Cz_b)$, les valeurs de Cx_c étant celles du tableau XXX ci-dessous :

TABLEAU XXX

l^2/h_1^2	0,110	0,181	0,290	0,483	0,770	1,000
— 6°	1,080	1,082	1,085	1,117	1,065	1,125
— 4°	0,867	0,832	0,827	0,832	0,829	0,847
— 2°	0,774	0,748	0,755	0,785	0,787	0,800
0°	0,788	0,753	0,755	0,798	0,797	0,827
+ 2°	0,820	0,812	0,786	0,832	0,829	0,865
+ 4°	0,980	0,970	0,920	1,000	0,966	0,995
+ 6° Sm	1,320	1,397	1,355	1,463	1,480	1,555

Fig. 83. $C_{z_0} = 0.6$

$$\frac{l^2}{h_1^2} = 0.110.$$

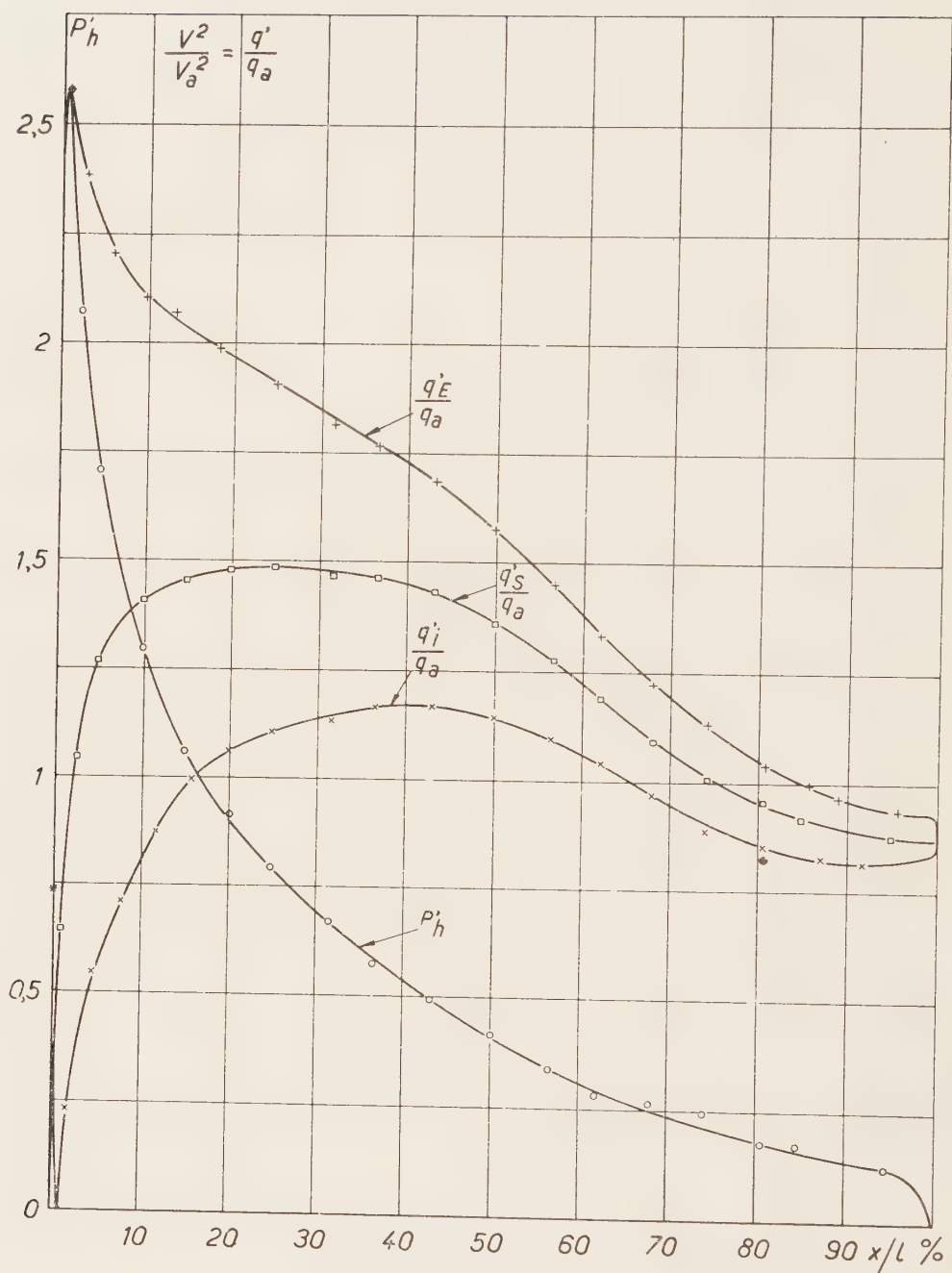


Fig. 81. $Cz_1 = 0,6$
 $\frac{l^2}{h^2} = 0,181.$

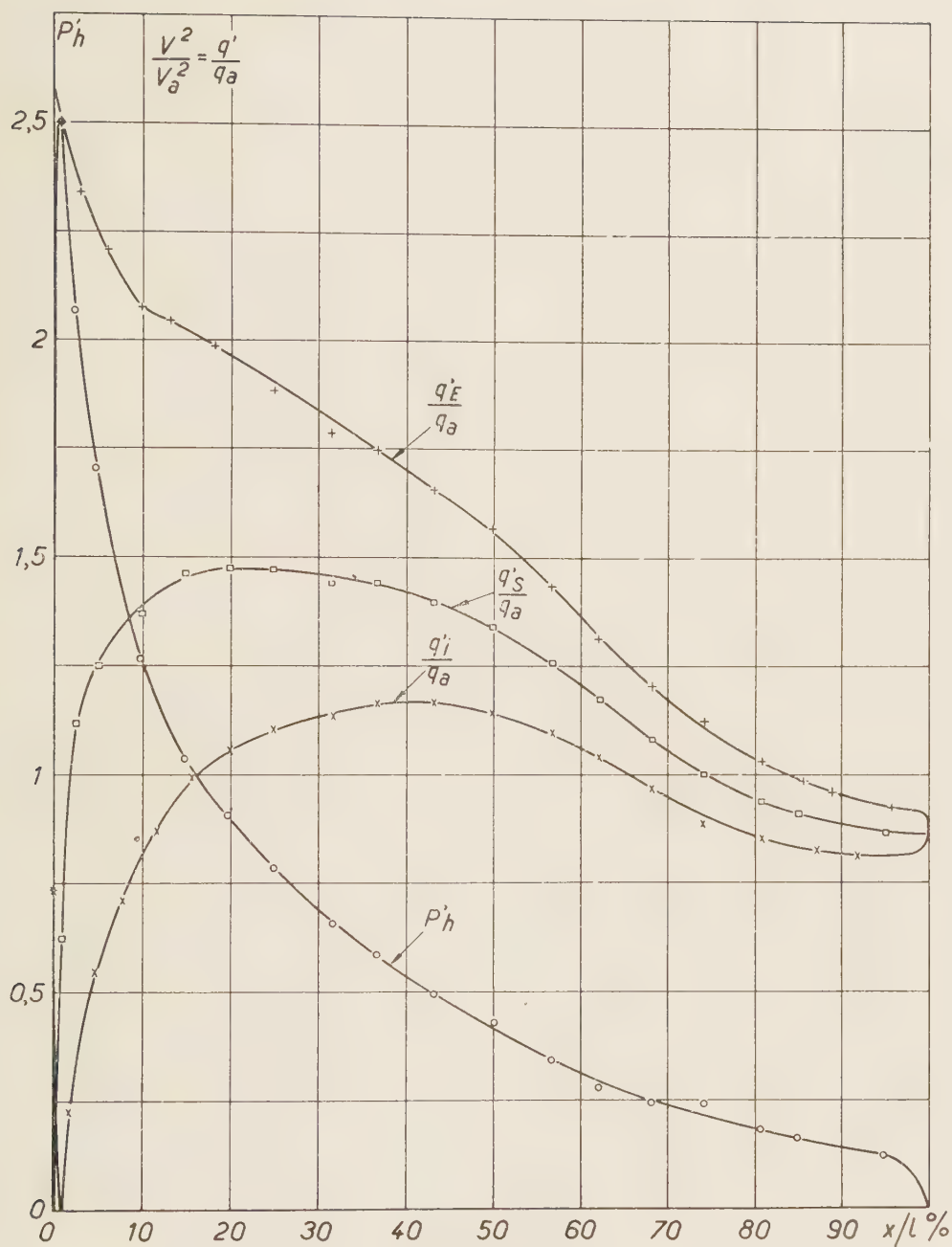


Fig. 85. $Cz = 0,6$
 $l^2 = 0,290$
 h^2_1

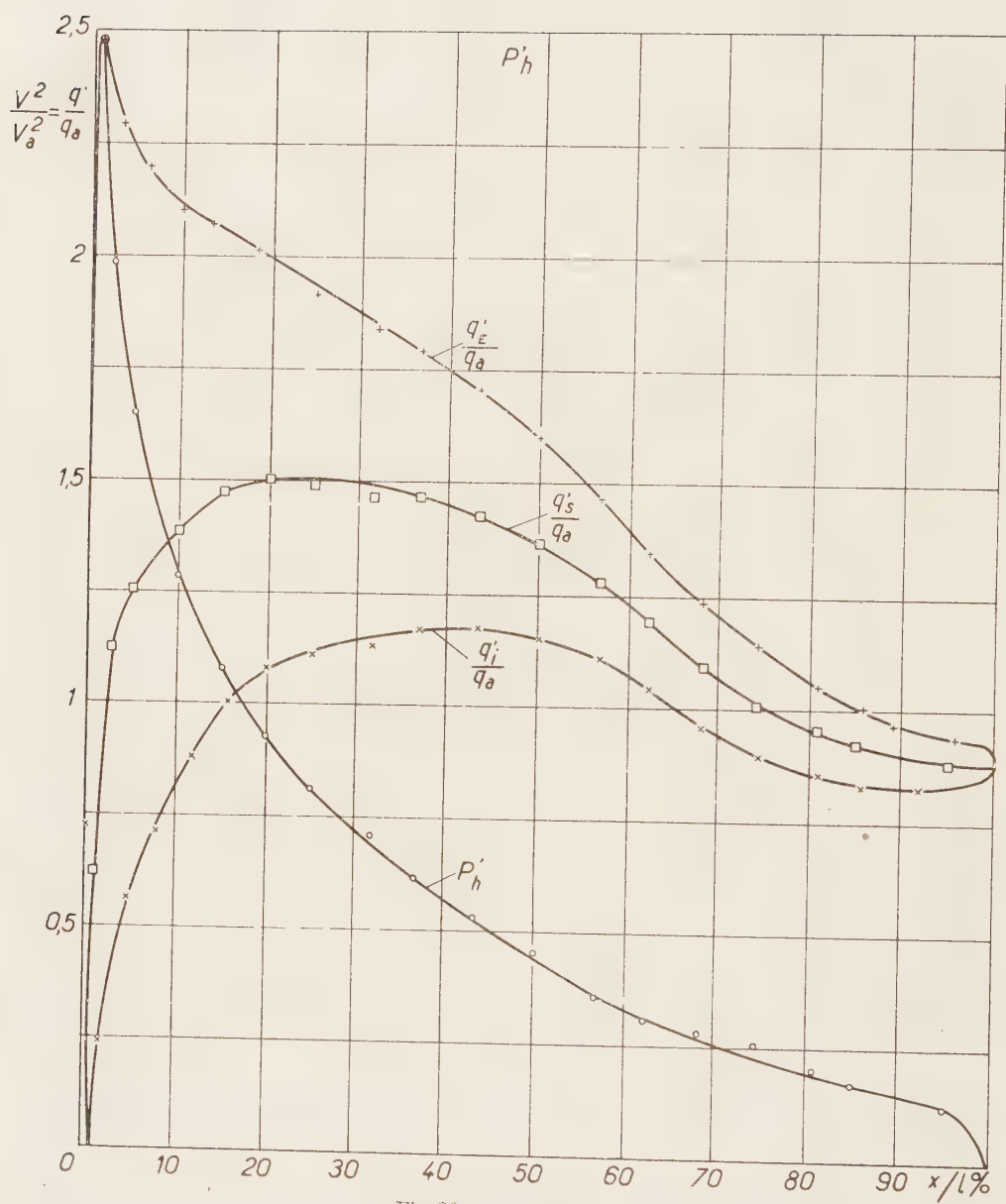


Fig. 86. $Cz_r = 0,6$
 $\frac{l^2}{h^2} = 0,483.$

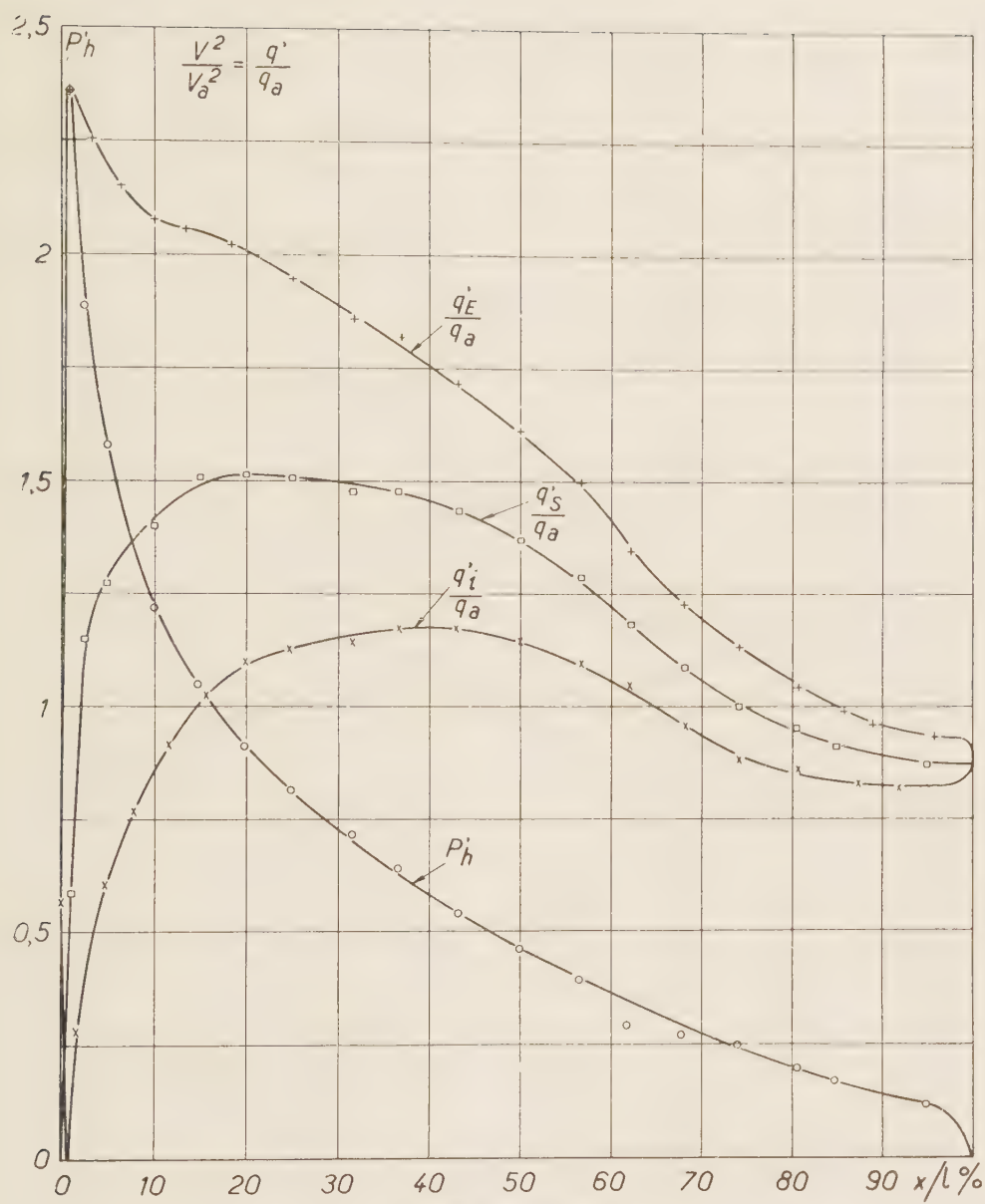


Fig. 87. $Cz = 0,6$
 $P^* = 0,770$
 h^2_1

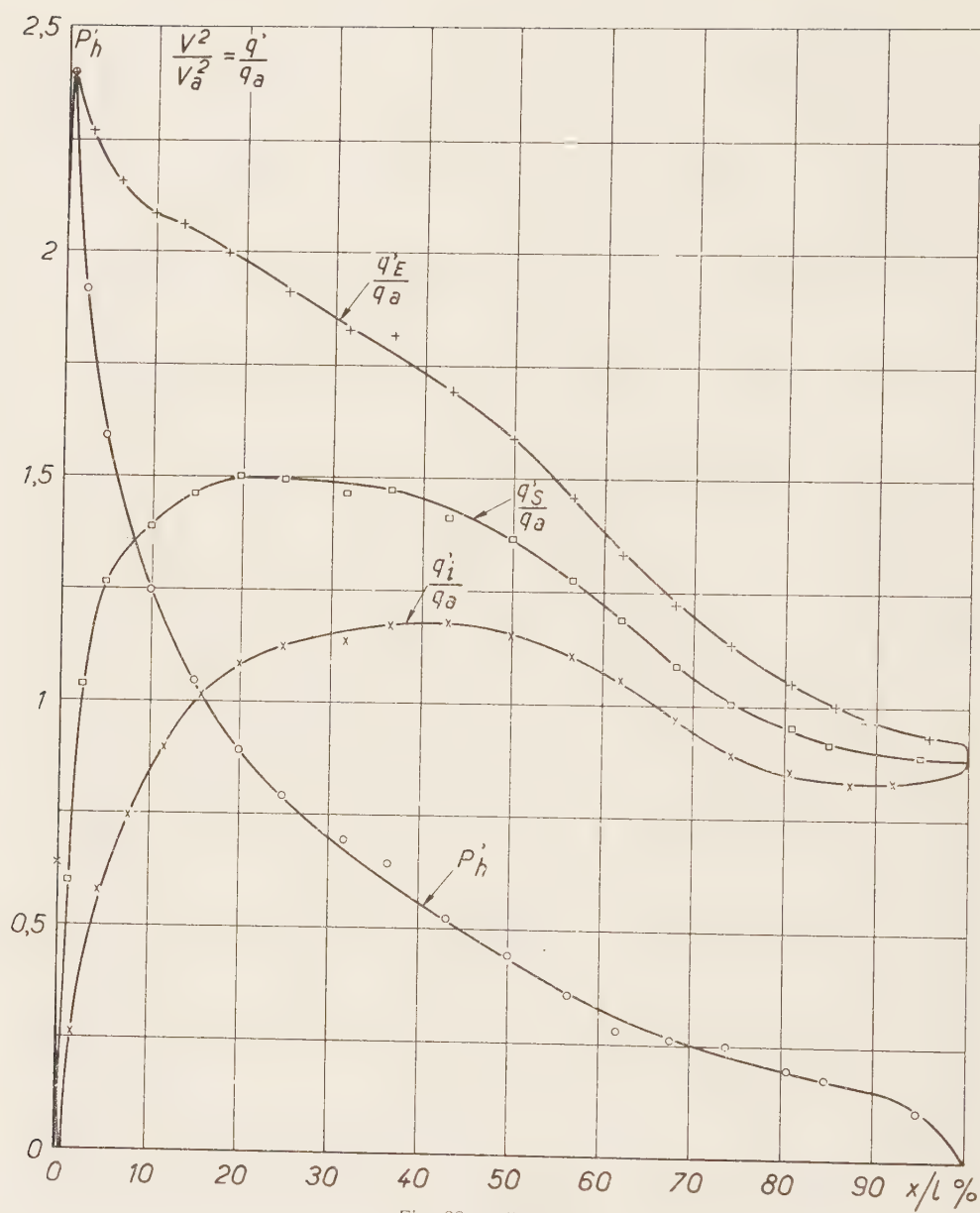


Fig. 88. $Cz = 0,6$

$$\frac{l^2}{h^2} = 1,000$$

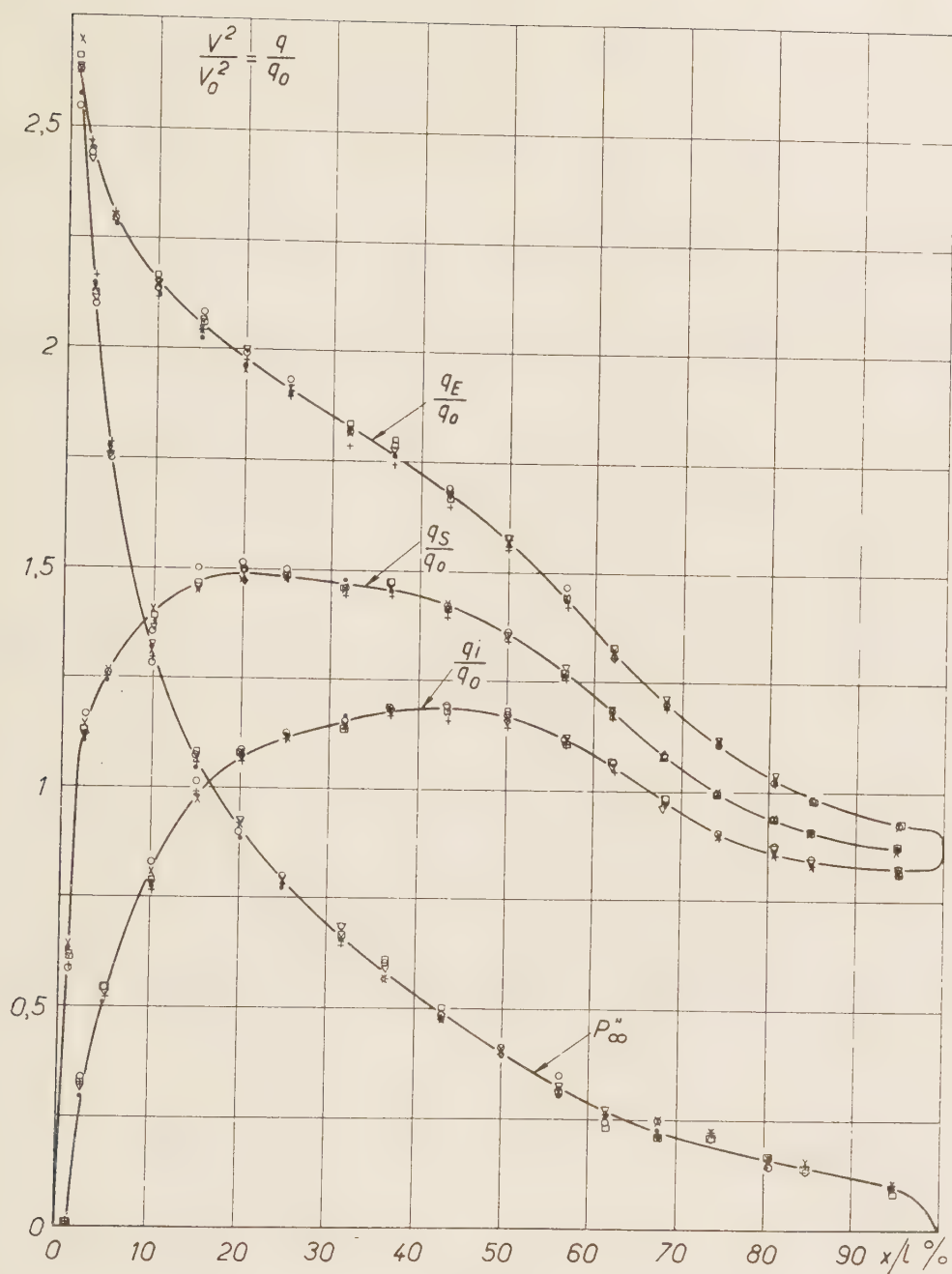


Fig. 89

	l^2 h_1^2	δ_s
•	1,000	3°58
•	0,770	3°50
∇	0,483	1°07
	0,290	1°30
	0,181	1°48
•	0,110	1°58

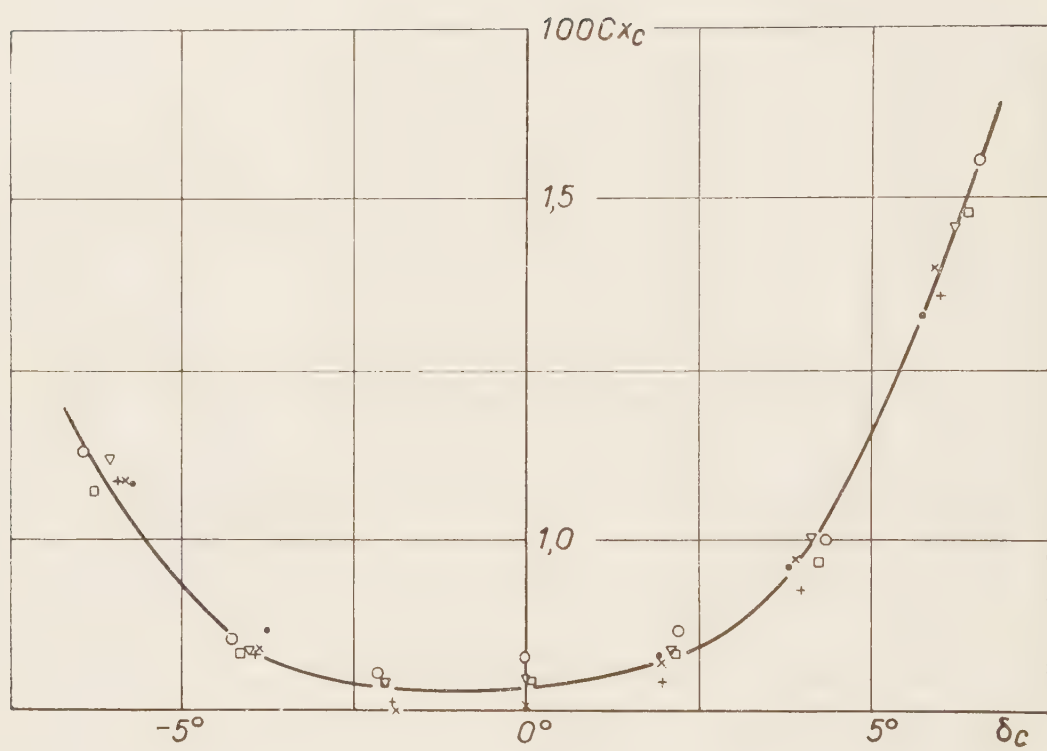


Fig. 90

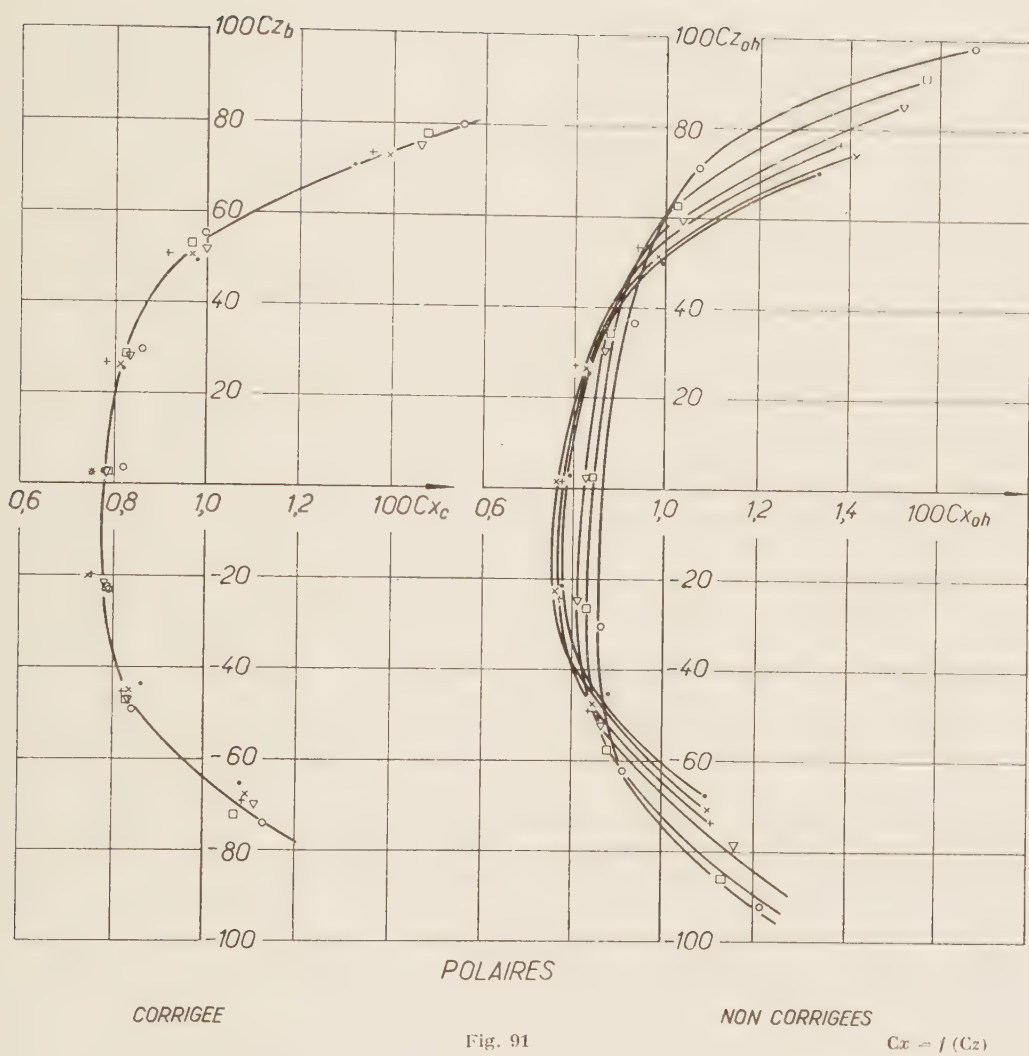


Fig. 91

APPENDICE

APPENDICE I

Effet bouchon pour des plaques planes face au vent

Bien que le problème de l'effet bouchon pour des plaques planes face au vent soit différent, par sa nature, de l'effet bouchon pour des ailes normalement braquées, puisque nous avons affaire à des corps à décollement franc avec un sillage de tourbillons ou d'anneaux tourbillonnaires, nous avons cru bon d'éclaircir le phénomène par quelques données expérimentales.

a) Matériel mis en œuvre.

Nous avons utilisé, pour ces essais, la soufflerie circulaire de 0,50 m de diamètre de Saint-Cyr. Elle présente un diffuseur court à fente fonctionnant très bien, ce qui permet d'avoir une assez bonne stabilité de la vitesse de veine malgré la perturbation apportée par le sillage très important des corps essayés.

La vitesse de référence était prise à environ 0,39 m en amont des plaques à l'aide d'un tube de Pitot étalon de 5 mm de diamètre. Nous signalons que le gradient de pression statique longitudinal n'est pas rigoureusement nul, ce qui entraîne une erreur, d'ailleurs très faible, sur la vitesse vraie dans le plan de section du corps.

Les pesées ont été effectuées à l'aide d'une balance dynamométrique de traînée placée sous la soufflerie.

Les plaques étaient vissées sur un bras horizontal porté par la balance. Elles pouvaient être fixées, indépendamment de la balance, pour le tarage de la résistance passive du support. Ces plaques comprenaient des disques, des plaques carrées et rectangulaires, d'allongement 3, 5, 7 et 10, dont nous donnons les caractéristiques dans le tableau XXXI ci-après.

b) Modalité des expériences (fig. 92).

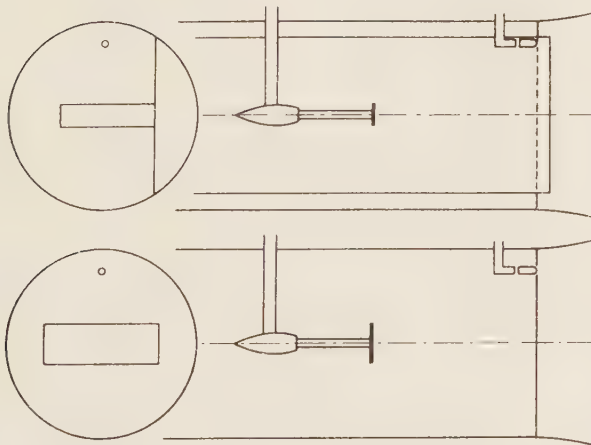
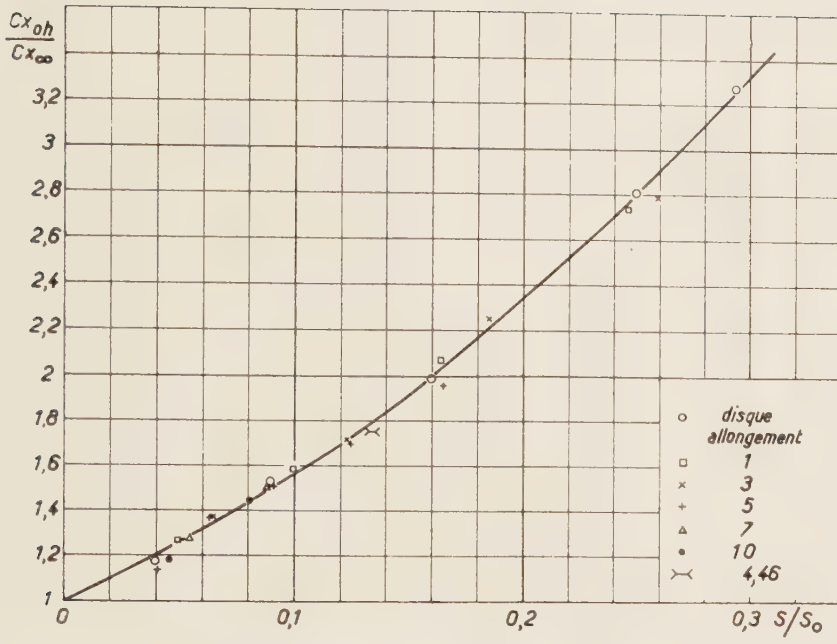
Les plaques placées dans la soufflerie ont été pesées, à différentes vitesses, en couvrant la gamme la plus étendue possible, ce qui nous a permis de voir que le nombre de Reynolds n'intervenait pas. La vitesse de référence admise pour le calcul du $C_{x_{0h}}$ était celle donnée par le Pitot étalon. Le $C_{x_{\infty}}$ correspondant à l'écoulement illimité a été relevé sur les courbes du S.T.A.E.

Pour chaque plaque, le tarage de résistance passive du support a été effectué en présence de celle-ci. De plus, ces tarages ont été repris plusieurs fois car, dans certains cas, la traînée du support s'est révélée relativement grande par rapport à la traînée de la plaque.

TABLEAU XXXI

NATURE	NUMÉRO	DIMENSIONS	S/S_0	$\sqrt{S/S_0}$
Disques.....	1	= 100 mm	0,040	0,200
	2	= 150 mm	0,090	0,300
	3	= 200 mm	0,160	0,400
	4	= 250 mm	0,251	0,500
	5	= 270 mm	0,294	0,541
Plaques carrées.....	6	100 × 100 mm	0,051	0,226
	7	140 × 140 mm	0,100	0,316
	8	180 × 180 mm	0,165	0,405
	9	180 × 180 mm	0,246	0,496
Plaques allongement 3..	10	65 × 195 mm	0,065	0,255
	11	90 × 270 mm	0,124	0,352
	12	110 × 330 mm	0,185	0,430
	13	130 × 390 mm	0,250	0,508
Plaques allongement 5..	14	40 × 200 mm	0,041	0,202
	15	50 × 250 mm	0,064	0,252
	16	60 × 300 mm	0,092	0,303
	17	70 × 350 mm	0,125	0,353
	18	80 × 400 mm	0,164	0,404
Plaques allongement 7..	19	40 × 280 mm	0,055	0,244
	20	50 × 350 mm	0,089	0,299
Plaques allongement 10..	21	30 × 300 mm	0,056	0,214
	22	40 × 400 mm	0,082	0,285
Allongement 4,46.....	23		0,131	0,362

Enfin, pour les disques, nous avons effectué des répartitions de pression statique axiale à l'amont de ces disques, montrant que la référence vitesse n'est pas faussée par leur présence.



c) Résultats (fig. 93).

Nous donnons, dans le tableau XXXII ci-après, les valeurs caractéristiques pour toutes les plaques en fonction de S/S_0 .

TABLEAU XXXII

ALLONG.	NUMÉRO	S/S_0	Cx_∞	Cx_{0h}	Cx_{0h}/Cx_∞	NOMBRE EXP.
Disque	1	0,040	1,120	1,314	1,174	15
	2	0,090		1,717	1,532	34
	3	0,160		2,219	1,983	23
	4	0,250		3,151	2,813	25
	5	0,294		3,667	3,280	22
1	6	0,050	1,100	1,397	1,270	4
	7	0,100		1,750	1,590	4
	8	0,164		2,280	2,070	4
	9	0,246		3,010	2,740	4
3	10	0,065	1,170	1,612	1,376	4
	11	0,124		1,994	1,702	4
	12	0,185		2,519	2,250	4
	13	0,259		3,263	2,790	4
5	14	0,041	1,208	1,375	1,140	1
	15	0,064		1,649	1,365	4
	16	0,092		1,823	1,508	13
	17	0,125		2,050	1,698	4
	18	0,165		2,361	1,955	4
7	19	0,055	1,246	1,590	1,277	16
	20	0,089		1,870	1,500	16
10	21	0,046	1,288	1,524	1,185	13
	22	0,081		1,864	1,448	16
4.46	23	0,134	1,195	2,111	1,750	14

APPENDICE II. — $V^2/V_0^2 = g(\delta_m)$

TABLEAU XXXIII

$l^2/h^2 = 0,108$		$V^2/V_0^2 = g(\delta_m)$					Extrados
INC.	1	2	3	4	5	6	
— 10°	0,122	0,051	0,211	0,425	0,558	0,700	
— 8°	0,008	0,133	0,337	0,558	0,689	0,823	
— 6°	0,010	0,306	0,510	0,720	0,852	0,969	
— 4°	0,143	0,533	0,742	0,933	1,042	1,135	
— 2°	0,435	0,846	1,013	1,167	1,253	1,321	
0°	0,900	1,234	1,327	1,428	1,485	1,518	
+ 2°	1,522	1,691	1,697	1,708	1,729	1,724	
+ 4°	2,300	2,210	2,088	2,009	1,989	1,928	
+ 6°	3,184	2,657	2,512	2,286	2,201	2,100	
+ 8°	4,187	3,503	2,795	2,593	2,478	2,316	
+ 10°	5,182	3,644	3,252	2,890	2,603	2,505	
+ 12°	6,101	4,073	3,505	3,043	2,816	2,548	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 10°	0,833	0,963	0,965	1,011	1,021	1,007	
— 8°	0,938	0,999	1,048	1,083	1,078	1,051	
— 6°	1,071	1,109	1,149	1,158	1,148	1,117	
— 4°	1,209	1,242	1,263	1,270	1,235	1,185	
— 2°	1,367	1,372	1,386	1,367	1,315	1,272	
0°	1,530	1,509	1,500	1,469	1,415	1,354	
+ 2°	1,703	1,649	1,627	1,581	1,512	1,370	
+ 4°	1,873	1,782	1,721	1,636	1,545	1,434	
+ 6°	1,998	1,882	1,828	1,734	1,613	1,467	
+ 8°	2,166	2,003	1,934	1,812	1,676	1,525	
+ 10°	2,296	2,107	2,006	1,834	1,681	1,505	
+ 12°	2,274	2,044	1,889	1,655	1,448	1,389	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 10°	0,970	0,935	0,907	0,857	0,858	0,836	0,879
— 8°	1,013	0,973	0,915	0,852	0,837	0,840	0,864
— 6°	1,072	1,021	0,930	0,880	0,859	0,855	0,870
— 4°	1,142	1,026	0,961	0,907	0,878	0,868	0,873
— 2°	1,196	1,058	1,005	0,941	0,904	0,891	0,892
0°	1,202	1,117	1,044	0,975	0,929	0,914	0,900
+ 2°	1,246	1,169	1,087	0,999	0,954	0,937	0,908
+ 4°	1,313	1,212	1,122	1,030	0,981	0,956	0,931
+ 6°	1,354	1,247	1,149	1,064	1,009	0,997	0,954
+ 8°	1,383	1,263	1,174	1,093	1,046	1,022	1,019
+ 10°	1,362	1,254	1,183	1,149	1,127	1,108	1,082
+ 12°	1,388	1,398	1,375	1,378	1,361	1,343	1,304

TABLEAU XXXIV

$l^2/h^2 = 0,108$

$V^2/V_0^2 = g(\delta_m)$

Intrados

INC.	BA	1	2	3	4	5	6
— 10°	3,783	4,684	3,222	2,970	2,749	2,617	2,470
— 8°	2,564	3,799	2,758	2,624	2,509	2,416	2,299
— 6°	1,457	3,058	2,491	2,292	2,219	2,180	2,111
— 4°	0,652	2,307	2,009	1,999	1,949	1,951	1,907
— 2°	0,167	1,639	1,589	1,624	1,675	1,719	1,706
0°	0	1,065	1,220	1,315	1,415	1,442	1,518
+ 2°	0,128	0,607	0,894	1,039	1,175	1,285	1,337
+ 4°	0,580	0,290	0,621	0,795	0,958	1,085	1,153
+ 6°	1,339	0,091	0,406	0,588	0,766	0,905	0,994
+ 8°	2,404	0	0,234	0,417	0,655	0,748	0,855
+ 10°	3,544	0,008	0,130	0,296	0,471	0,626	0,731
+ 12°	4,518	0,059	0,069	0,249	0,386	0,547	0,660

INC.	7	8	9	10	11	12	
— 10°	2,286	2,105	2,011	1,853	1,694	1,510	
— 8°	2,153	1,997	1,937	1,813	1,669	1,519	
— 6°	1,991	1,879	1,843	1,733	1,615	1,482	
— 4°	1,848	1,763	1,722	1,620	1,531	1,421	
— 2°	1,675	1,622	1,611	1,561	1,491	1,351	
0°	1,509	1,489	1,493	1,457	1,402	1,333	
+ 2°	1,352	1,354	1,372	1,353	1,293	1,253	
+ 4°	1,193	1,219	1,254	1,249	1,220	1,171	
+ 6°	1,050	1,099	1,142	1,151	1,144	1,099	
+ 8°	0,924	0,989	1,046	1,071	1,071	1,042	
+ 10°	0,821	0,804	0,966	1,001	1,012	1,001	
+ 12°	0,755	0,850	0,918	0,971	0,992	0,983	

INC.	13	14	15	16	17	18	
— 10°	1,374	1,253	1,169	1,124	1,084	1,049	
— 8°	1,378	1,257	1,155	1,078	1,015	0,994	
— 6°	1,351	1,233	1,126	1,050	0,979	0,946	
— 4°	1,297	1,189	1,086	1,010	0,941	0,912	
— 2°	1,239	1,143	1,045	0,980	0,915	0,891	
0°	1,181	1,096	1,010	0,955	0,899	0,875	
+ 2°	1,182	1,030	0,969	0,925	0,876	0,859	
+ 4°	1,129	0,998	0,929	0,890	0,850	0,839	
+ 6°	1,053	0,990	0,887	0,862	0,831	0,826	
+ 8°	0,993	0,960	0,876	0,839	0,816	0,819	
+ 10°	0,956	0,926	0,879	0,841	0,819	0,836	
+ 12°	0,949	0,926	0,893	0,872	0,869	0,893	

TABLEAU XXXV

$l^2/h^2 = 0,178$

$V^2/V_0^2 = g(\delta_m)$

Extrados

INC.	1	2	3	4	5	6	
— 10°	0,131	0,039	0,198	0,414	0,548	0,692	
— 8°	0,015	0,124	0,320	0,542	0,674	0,810	
— 6°	0,007	0,289	0,503	0,720	0,844	0,963	
— 4°	0,129	0,521	0,728	0,925	1,035	1,132	
— 2°	0,426	0,729	1,007	1,163	1,251	1,321	
0°	0,900	1,238	1,336	1,432	1,490	1,524	
+ 2°	1,522	1,694	1,695	1,718	1,739	1,733	
+ 4°	2,324	2,235	2,112	2,036	2,017	1,965	
+ 6°	3,266	2,831	2,578	2,332	2,245	2,150	
+ 8°	4,303	3,610	2,858	2,653	2,540	2,377	
+ 10°	5,322	3,741	3,309	2,933	2,758	2,541	
+ 12°	6,223	4,170	3,567	3,086	2,867	2,597	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 10°	0,826	0,905	0,961	1,012	1,022	1,008	
— 8°	0,930	0,996	1,044	1,079	1,079	1,053	
— 6°	1,063	1,112	1,148	1,170	1,154	1,113	
— 4°	1,210	1,239	1,264	1,267	1,236	1,187	
— 2°	1,368	1,372	1,385	1,370	1,325	1,270	
0°	1,538	1,518	1,511	1,481	1,425	1,358	
+ 2°	1,708	1,659	1,637	1,592	1,525	1,375	
+ 4°	1,899	1,876	1,755	1,666	1,567	1,456	
+ 6°	2,039	1,925	1,873	1,773	1,652	1,515	
+ 8°	2,216	2,062	1,988	1,847	1,703	1,548	
+ 10°	2,324	2,137	2,035	1,872	1,701	1,515	
+ 12°	2,317	2,059	1,894	1,642	1,456	1,399	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 10°	0,974	0,958	0,915	0,868	0,838	0,843	0,893
— 8°	1,014	0,975	0,924	0,855	0,841	0,841	0,869
— 6°	1,072	1,018	0,930	0,882	0,860	0,855	0,872
— 4°	1,146	1,026	0,969	0,915	0,884	0,875	0,882
— 2°	1,203	1,065	1,013	0,942	0,910	0,896	0,896
0°	1,203	1,124	1,056	0,974	0,933	0,917	0,907
+ 2°	1,260	1,173	1,092	1,006	0,958	0,937	0,918
+ 4°	1,329	1,226	1,135	1,041	1,006	0,934	0,938
+ 6°	1,381	1,268	1,173	1,077	1,026	0,998	0,962
+ 8°	1,408	1,289	1,192	1,108	1,063	1,039	0,997
+ 10°	1,375	1,268	1,207	1,165	1,143	1,127	1,096
+ 12°	1,400	1,400	1,398	1,384	1,384	1,365	1,328

TABLEAU XXXVI

$$l^2/h^2 = 0,178$$

$$V^2/V_0^2 = g(\delta^m)$$

Intrados

INC.	BA	1	2	3	4	5	6
— 10°	3,900	4,781	3,273	3,018	2,820	2,673	2,518
— 8°	2,695	3,877	2,761	2,679	2,560	2,468	2,351
— 6°	1,554	3,134	2,532	2,305	2,249	2,215	2,140
— 4°	0,716	2,383	2,056	1,997	1,991	1,989	1,952
— 2°	0,179	1,671	1,615	1,640	1,693	1,735	1,732
0°	0,001	1,075	1,227	1,318	1,423	1,500	1,526
+ 2°	0,116	0,618	0,895	1,036	1,174	1,278	1,333
+ 4°	0,590	0,290	0,623	0,792	0,960	1,082	1,156
+ 6°	1,396	0,084	0,303	0,579	0,755	0,895	0,992
+ 8°	2,473	0,003	0,234	0,412	0,593	0,742	0,847
+ 10°	2,666	0,009	0,127	0,290	0,467	0,621	0,734
+ 12°	4,602	0,062	0,071	0,215	0,389	0,544	0,663
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 10°	2,325	2,126	2,046	1,880	1,710	1,526	
— 8°	2,193	2,033	1,975	1,837	1,696	1,537	
— 6°	2,020	1,898	1,863	1,752	1,635	1,495	
— 4°	1,881	1,784	1,742	1,653	1,561	1,445	
— 2°	1,691	1,628	1,627	1,577	1,508	1,366	
0°	1,514	1,494	1,495	1,463	1,409	1,340	
+ 2°	1,345	1,345	1,369	1,352	1,307	1,254	
+ 4°	1,192	1,215	1,254	1,254	1,222	1,173	
+ 6°	1,046	1,090	1,139	1,154	1,139	1,098	
+ 8°	0,921	0,979	1,041	1,066	1,066	1,037	
+ 10°	0,818	0,892	0,961	1,001	1,011	0,996	
+ 12°	0,738	0,843	0,920	0,974	0,997	0,991	
INC.	13	14	15	16	17	18	
— 10°	1,382	1,265	1,196	1,152	1,117	1,090	
— 8°	1,394	1,267	1,167	1,093	1,030	0,998	
— 6°	1,363	1,239	1,137	1,056	0,986	0,913	
— 4°	1,317	1,202	1,100	1,025	0,955	0,924	
— 2°	1,253	1,151	1,056	0,991	0,926	0,897	
0°	1,187	1,097	1,015	0,945	0,903	0,880	
+ 2°	1,167	1,038	0,969	0,921	0,874	0,857	
+ 4°	1,128	1,007	0,927	0,894	0,853	0,844	
+ 6°	1,052	0,987	0,893	0,863	0,834	0,831	
+ 8°	0,993	0,935	0,876	0,837	0,818	0,822	
+ 10°	0,957	0,922	0,888	0,841	0,825	0,841	
+ 12°	0,960	0,930	0,905	0,887	0,883	0,905	

TABLEAU XXXVII

$l^2/h^2 = 0,284$

$V^2/V_0^2 = g(\delta_m)$

Extrados

INC.	1	2	3	4	5	6	
— 10°	0,133	0,035	0,194	0,410	0,545	0,692	
— 8°	0,026	0,119	0,310	0,531	0,658	0,796	
— 6°	0	0,274	0,490	0,705	0,828	0,946	
— 4°	0,119	0,507	0,714	0,910	1,019	1,117	
— 2°	0,409	0,823	0,993	1,149	1,238	1,307	
0°	0,879	1,222	1,326	1,425	1,483	1,527	
+ 2°	1,502	1,678	1,687	1,709	1,732	1,727	
+ 4°	2,328	2,239	2,122	2,045	2,024	1,973	
+ 6°	3,273	2,843	2,585	2,413	2,271	2,167	
+ 8°	4,332	3,643	2,925	2,714	2,584	2,422	
+ 10°	5,365	3,802	3,373	2,993	2,812	2,595	
+ 12°	6,128	4,146	3,573	3,107	2,880	2,605	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 10°	0,823	0,905	0,962	1,008	1,022	1,010	
— 8°	0,907	0,974	1,024	1,061	1,064	1,039	
— 6°	1,043	1,094	1,132	1,149	1,135	1,099	
— 4°	1,189	1,219	1,247	1,249	1,220	1,170	
— 2°	1,353	1,358	1,373	1,358	1,315	1,259	
0°	1,529	1,509	1,507	1,476	1,420	1,358	
+ 2°	1,701	1,655	1,635	1,592	1,529	1,378	
+ 4°	1,904	1,829	1,776	1,670	1,581	1,462	
+ 6°	2,056	1,942	1,889	1,781	1,666	1,523	
+ 8°	2,247	2,091	2,014	1,866	1,723	1,561	
+ 10°	2,371	2,177	2,073	1,889	1,712	1,519	
+ 12°	2,320	2,060	1,889	1,621	1,444	1,399	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 10°	0,974	0,930	0,919	0,881	0,851	0,853	0,911
— 8°	0,998	0,962	0,926	0,849	0,833	0,834	0,869
— 6°	1,054	1,000	0,921	0,872	0,845	0,847	0,865
— 4°	1,129	1,023	0,955	0,903	0,876	0,865	0,873
— 2°	1,195	1,056	1,003	0,936	0,903	0,887	0,887
0°	1,202	1,120	1,052	0,971	0,930	0,915	0,903
+ 2°	1,258	1,165	1,093	1,003	0,956	0,929	0,910
+ 4°	1,333	1,228	1,135	1,039	0,987	0,961	0,932
+ 6°	1,385	1,270	1,172	1,075	1,025	0,995	0,958
+ 8°	1,415	1,292	1,197	1,108	1,063	1,040	0,998
+ 10°	1,372	1,264	1,209	1,175	1,155	1,135	1,113
+ 12°	1,401	1,407	1,410	1,402	1,391	1,382	1,356

TABLEAU XXXVIII

$l^2/h^2 = 0,284$		$V^2/V_0^2 = g(\delta_m)$					Intrados
INC.	BA	1	2	3	4	5	6
— 10°	4,000	4,863	3,337	3,073	2,873	2,726	2,563
— 8°	2,747	3,931	2,811	2,722	2,601	2,507	2,388
— 6°	1,608	3,168	2,565	2,325	2,277	2,241	2,164
— 4°	0,846	2,393	2,063	2,004	1,992	1,995	1,954
— 2°	0,287	1,681	1,621	1,647	1,697	1,743	1,736
0°	0	1,087	1,233	1,327	1,426	1,506	1,527
+ 2°	0,121	0,618	0,892	0,964	1,167	1,276	1,324
+ 4°	0,586	0,285	0,613	0,781	0,942	1,071	1,142
+ 6°	1,570	0,085	0,393	0,575	0,756	0,890	0,960
+ 8°	2,500	0,002	0,226	0,400	0,579	0,726	0,829
+ 10°	3,634	0,008	0,123	0,288	0,464	0,620	0,729
+ 12°	4,515	0,058	0,069	0,215	0,387	0,542	0,659
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 10°	2,395	2,163	2,073	1,904	1,721	1,523	
— 8°	2,227	2,070	2,002	1,868	1,720	1,555	
— 6°	2,045	1,923	1,884	1,766	1,642	1,503	
— 4°	1,882	1,792	1,752	1,655	1,562	1,444	
— 2°	1,694	1,635	1,624	1,578	1,507	1,358	
0°	1,516	1,488	1,494	1,459	1,402	1,331	
+ 2°	1,337	1,338	1,358	1,345	1,301	1,248	
+ 4°	1,177	1,204	1,237	1,238	1,206	1,157	
+ 6°	1,038	1,080	1,127	1,138	1,122	1,084	
+ 8°	0,902	0,965	1,023	1,047	1,046	1,022	
+ 10°	0,813	0,889	0,953	0,992	1,011	0,995	
+ 12°	0,751	0,839	0,915	0,965	0,991	0,989	
INC.	13	14	15	16	17	18	
— 10°	1,379	1,268	1,214	1,180	1,157	1,133	
— 8°	1,408	1,278	1,178	1,100	1,044	1,009	
— 6°	1,368	1,243	1,140	1,064	0,992	0,956	
— 4°	1,316	1,201	1,101	1,020	0,953	0,918	
— 2°	1,249	1,147	1,053	0,982	0,919	0,890	
0°	1,182	1,095	1,011	0,950	0,897	0,873	
+ 2°	1,164	1,035	0,965	0,917	0,872	0,852	
+ 4°	1,119	0,988	0,922	0,882	0,846	0,833	
+ 6°	1,041	0,979	0,883	0,851	0,825	0,817	
+ 8°	0,979	0,945	0,878	0,828	0,813	0,818	
+ 10°	0,959	0,922	0,893	0,848	0,829	0,845	
+ 12°	0,959	0,931	0,906	0,892	0,892	0,917	

TABLEAU XXXIX

$$l^2/h^2 = 0,470$$

$$V^2/V_0^2 = g(\delta_m)$$

Extrados

INC.	1	2	3	4	5	6	
— 10°	0,149	0,026	0,200	0,333	0,556	0,703	
— 8°	0,023	0,122	0,321	0,546	0,679	0,817	
— 6°	0,004	0,283	0,503	0,723	0,847	0,968	
— 4°	0,525	0,692	0,735	0,932	1,041	1,142	
— 2°	0,436	0,856	1,028	1,190	1,277	1,350	
0°	0,913	1,263	1,365	1,468	1,528	1,563	
+ 2°	1,605	1,775	1,776	1,799	1,820	1,814	
+ 4°	2,467	2,357	2,225	2,148	2,126	2,068	
+ 6°	3,506	3,024	2,749	2,484	2,399	2,293	
+ 8°	4,565	3,838	3,044	2,926	2,706	2,536	
+ 10°	5,540	3,924	3,493	3,112	2,929	2,703	
+ 12°	6,393	4,351	3,732	3,257	3,024	2,737	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 10°	0,838	0,923	0,979	1,029	1,041	1,032	
— 8°	0,934	1,006	1,051	1,092	1,092	1,066	
— 6°	1,067	1,123	1,156	1,179	1,164	1,126	
— 4°	1,218	1,254	1,276	1,283	1,253	1,201	
— 2°	1,397	1,406	1,417	1,404	1,360	1,303	
0°	1,575	1,558	1,554	1,527	1,468	1,402	
+ 2°	1,788	1,740	1,713	1,665	1,600	1,433	
+ 4°	2,000	1,924	1,863	1,726	1,654	1, 531	
+ 6°	2,179	2,057	1,995	1,882	1,750	1,596	
+ 8°	2,361	2,200	2,111	1,970	1,811	1,632	
+ 10°	2,473	2,266	2,146	1,957	1,752	1,538	
+ 12°	2,446	2,155	1,955	1,657	1,496	1,464	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 10°	0,998	0,964	0,943	0,907	0,878	0,885	0,948
— 8°	1,026	0,987	0,943	0,874	0,857	0,859	0,895
— 6°	1,083	1,007	0,942	0,895	0,872	0,869	0,889
— 4°	1,166	1,041	0,979	0,921	0,892	0,883	0,890
— 2°	1,227	1,089	1,032	0,961	0,922	0,917	0,906
0°	1,235	1,153	1,082	1,029	0,953	0,935	1,005
+ 2°	1,311	1,214	1,128	1,035	0,982	0,958	0,937
+ 4°	1,395	1,281	1,184	1,078	1,013	0,991	0,959
+ 6°	1,452	1,334	1,219	1,118	1,063	1,032	0,990
+ 8°	1,478	1,346	1,243	1,157	1,111	1,085	1,044
+ 10°	1,398	1,325	1,292	1,268	1,253	1,240	1,220
+ 12°	1,467	1,481	1,495	1,482	1,478	1,473	1,449

TABLEAU XL

$$l^2 h^2 = 0,470$$

$$V^2/V_0^2 = g(\delta_m)$$

Intrados

INC.	BA	1	2	3	4	5	6
10°	4,112	5,081	3,503	3,216	3,014	2,850	2,703
8°	2,847	4,114	2,961	2,849	2,726	2,636	2,508
6°	1,667	3,307	2,636	2,431	2,381	2,349	2,274
4°	0,760	2,486	2,142	2,084	2,080	2,084	2,045
2°	0,184	1,715	1,659	1,689	1,746	1,797	1,792
0°	0	1,103	1,254	1,350	1,544	1,564	1,550
2°	0,138	0,606	0,893	1,036	1,180	1,292	1,347
4°	0,669	0,273	0,605	0,778	0,943	1,075	1,150
6°	1,559	0,080	0,377	0,558	0,741	0,885	0,977
8°	2,648	0,006	0,220	0,399	0,579	0,731	0,837
10°	3,744	0,012	0,126	0,291	0,469	0,627	0,739
12°	4,702	0,059	0,070	0,219	0,396	0,556	0,685
INC.	7	8	9	10	11	12	
10°	2,487	2,276	2,170	1,980	1,771	1,555	
8°	2,345	2,183	2,106	1,961	1,790	1,620	
6°	2,145	2,023	1,973	1,862	1,727	1,578	
4°	1,970	1,883	1,840	1,731	1,624	1,504	
2°	1,747	1,691	1,681	1,635	1,557	1,408	
0°	1,531	1,536	1,504	1,503	1,441	1,371	
2°	1,356	1,360	1,383	1,371	1,327	1,273	
4°	1,186	1,215	1,250	1,256	1,226	1,178	
6°	1,032	1,082	1,129	1,149	1,134	1,099	
8°	0,906	0,973	1,031	1,064	1,063	1,040	
10°	0,823	0,903	0,971	1,015	1,024	1,018	
12°	0,771	0,863	0,937	0,992	1,014	1,020	
INC.	13	14	15	16	17	18	
10°	1,404	1,315	1,287	1,265	1,244	1,221	
8°	1,461	1,320	1,220	1,141	1,082	1,048	
6°	1,427	1,291	1,185	1,100	1,027	0,990	
4°	1,367	1,241	1,136	1,051	0,979	0,943	
2°	1,288	1,177	1,082	1,011	0,944	0,914	
0°	1,210	1,116	1,036	0,977	0,916	0,894	
2°	1,210	1,047	0,985	0,937	0,890	0,871	
4°	1,134	1,008	0,936	0,899	0,862	0,851	
6°	1,049	1,003	0,898	0,870	0,843	0,839	
8°	0,995	0,951	0,901	0,850	0,833	0,839	
10°	0,979	0,943	0,915	0,889	0,868	0,883	
12°	0,986	0,957	0,936	0,928	0,934	0,963	

TABLEAU XLI

$$l^2/h^2 = 0,745$$

$$V^2/V_0^2 = g(\delta_m)$$

Extrados

INC.	1	2	3	4	5	6	
— 10°	0,129	0,046	0,212	0,434	0,571	0,717	
— 8°	0,027	0,119	0,306	0,541	0,675	0,812	
— 6°	0,001	0,273	0,491	0,713	0,838	0,960	
— 4°	0,125	0,519	0,731	0,934	1,042	1,145	
— 2°	0,441	0,858	1,037	1,196	1,289	1,362	
0°	0,958	1,296	1,407	1,507	1,573	1,611	
+ 2°	1,674	1,821	1,831	1,855	1,881	1,878	
+ 4°	2,556	2,414	2,297	2,218	2,201	2,148	
+ 6°	3,576	3,070	2,816	2,562	2,520	2,384	
+ 8°	4,731	3,962	3,186	2,961	2,841	2,672	
+ 10°	5,669	4,020	3,616	3,226	3,055	2,827	
+ 12°	6,508	4,424	3,864	3,376	3,152	2,857	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 10°	0,856	0,937	0,997	1,046	1,066	1,053	
— 8°	0,933	1,002	1,052	1,087	1,092	1,066	
— 6°	1,062	1,113	1,152	1,176	1,166	1,125	
— 4°	1,220	1,251	1,280	1,284	1,261	1,207	
— 2°	1,428	1,420	1,434	1,419	1,379	1,318	
0°	1,625	1,605	1,603	1,568	1,507	1,441	
+ 2°	1,851	1,800	1,776	1,721	1,651	1,475	
+ 4°	2,075	1,992	1,948	1,823	1,706	1,572	
+ 6°	2,262	2,137	2,115	1,949	1,814	1,649	
+ 8°	2,484	2,312	2,220	2,057	1,876	1,681	
+ 10°	2,575	2,355	2,218	1,985	1,743	1,513	
+ 12°	2,526	2,208	1,981	1,661	1,571	1,555	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 10°	1,019	0,989	0,969	0,939	0,926	0,927	1,001
— 8°	1,025	0,990	0,958	0,890	0,867	0,874	0,930
— 6°	1,081	1,041	0,953	0,899	0,870	0,877	0,905
— 4°	1,165	1,055	0,983	0,930	0,901	0,890	0,902
— 2°	1,254	1,101	1,042	0,973	0,934	0,922	0,921
0°	1,261	1,176	1,101	1,018	0,971	0,950	0,938
+ 2°	1,339	1,243	1,153	1,055	1,009	0,976	0,954
+ 4°	1,426	1,309	1,203	1,095	1,034	1,006	0,971
+ 6°	1,488	1,361	1,260	1,144	1,087	1,056	1,014
+ 8°	1,510	1,375	1,273	1,193	1,153	1,131	1,093
+ 10°	1,414	1,379	1,363	1,346	1,338	1,330	1,317
+ 12°	1,566	1,578	1,586	1,585	1,582	1,577	1,556

TABLEAU XLII

$$l^2/h^2 = 0,745$$

$$V^2/V_0^2 = g(\delta_m)$$

Intrados

INC.	BA	1	2	3	4	5	6
— 10°	4,044	5,145	3,543	3,296	3,105	2,969	2,805
— 8°	2,954	4,255	3,080	2,981	2,870	2,778	2,660
— 6°	1,758	3,438	2,787	2,548	2,498	2,470	2,397
— 4°	0,788	2,548	2,207	2,151	2,154	2,160	2,128
— 2°	0,288	1,797	1,691	1,723	1,787	1,841	1,842
0°	0,002	1,092	1,259	1,359	1,473	1,559	1,591
+ 2°	0,163	0,594	0,890	1,038	1,183	1,297	1,354
+ 4°	0,690	0,272	0,610	0,790	0,955	1,086	1,165
+ 6°	1,598	0,159	0,382	0,567	0,746	0,891	0,986
+ 8°	2,780	0	0,220	0,399	0,581	0,732	0,839
+ 10°	3,792	0,009	0,135	0,304	0,487	0,644	0,758
+ 12°	4,764	0,054	0,083	0,235	0,418	0,578	0,700
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 10°	2,581	2,358	2,236	2,019	1,776	1,530	
— 8°	2,479	2,306	2,223	2,068	1,887	1,683	
— 6°	2,266	2,137	2,085	1,963	1,818	1,650	
— 4°	2,054	1,964	1,930	1,825	1,688	1,553	
— 2°	1,803	1,748	1,735	1,688	1,619	1,453	
0°	1,583	1,560	1,567	1,539	1,479	1,416	
+ 2°	1,375	1,383	1,405	1,392	1,350	1,290	
+ 4°	1,205	1,235	1,272	1,277	1,249	1,197	
+ 6°	1,044	1,096	1,143	1,165	1,155	1,119	
+ 8°	0,914	0,983	1,039	1,080	1,082	1,060	
+ 10°	0,845	0,926	0,992	1,042	1,061	1,049	
+ 12°	0,798	0,894	0,960	1,031	1,064	1,066	
INC.	13	14	15	16	17	18	
— 10°	1,435	1,407	1,398	1,382	1,326	1,355	
— 8°	1,511	1,363	1,260	1,222	1,134	1,105	
— 6°	1,490	1,350	1,226	1,132	1,057	1,018	
— 4°	1,413	1,284	1,164	1,078	0,996	0,958	
— 2°	1,324	1,212	1,107	1,041	0,960	0,927	
0°	1,244	1,146	1,057	0,994	0,934	0,909	
+ 2°	1,239	1,071	1,001	0,950	0,902	0,882	
+ 4°	1,153	1,045	0,952	0,916	0,868	0,879	
+ 6°	1,071	0,990	0,921	0,886	0,857	0,858	
+ 8°	1,017	0,978	0,941	0,893	0,862	0,869	
+ 10°	1,014	0,980	0,950	0,928	0,922	0,929	
+ 12°	1,038	1,014	0,992	0,985	0,996	1,037	

TABLEAU XLIII

$$l^2/h^2 = 0,960$$

$$V^2/V_0^2 = g (\delta_m)$$

Extrados

INC.	1	2	3	4	5	6	
— 10°	0,132	0,037	0,198	0,422	0,574	0,714	
— 8°	0,050	0,131	0,324	0,549	0,680	0,814	
— 6°	0	0,257	0,474	0,790	0,831	0,954	
— 4°	0,108	0,498	0,717	0,924	1,040	1,162	
— 2°	0,420	0,850	0,925	1,190	1,290	1,362	
0°	0,924	1,305	1,414	1,522	1,590	1,635	
+ 2°	1,704	1,868	1,871	1,897	1,928	1,934	
+ 4°	2,680	2,539	2,398	2,318	2,302	2,254	
+ 6°	3,751	3,238	2,946	2,690	2,621	2,517	
+ 8°	4,933	4,133	3,343	3,106	2,995	2,823	
+ 10°	5,815	4,182	3,754	3,368	3,195	2,962	
+ 12°	6,660	4,629	4,039	3,551	3,326	3,026	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 10°	0,850	0,941	1,002	1,057	1,078	1,073	
— 8°	0,934	1,022	1,054	1,099	1,106	1,083	
— 6°	1,056	1,114	1,155	1,186	1,173	1,140	
— 4°	1,230	1,266	1,298	1,301	1,276	1,222	
— 2°	1,450	1,455	1,480	1,455	1,405	1,325	
0°	1,657	1,638	1,670	1,600	1,537	1,472	
+ 2°	1,916	1,863	1,863	1,774	1,711	1,521	
+ 4°	2,175	2,095	2,015	1,920	1,784	1,641	
+ 6°	2,397	2,268	2,230	2,064	1,906	1,770	
+ 8°	2,623	2,446	2,328	2,156	1,957	1,733	
+ 10°	2,696	2,452	2,293	2,015	1,726	1,522	
+ 12°	2,673	2,332	2,085	1,734	1,628	1,615	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 10°	1,035	1,009	0,984	0,963	0,956	0,958	1,041
— 8°	1,041	1,006	0,977	0,914	0,889	0,895	0,953
— 6°	1,089	1,020	0,967	0,908	0,890	0,888	0,919
— 4°	1,180	1,069	0,998	0,941	0,914	0,904	0,921
— 2°	1,245	1,135	1,095	0,987	0,950	0,933	0,938
0°	1,282	1,194	1,115	1,030	0,981	0,962	0,953
+ 2°	1,379	1,284	1,178	1,074	1,017	0,998	0,970
+ 4°	1,480	1,354	1,241	1,126	1,059	1,027	0,989
+ 6°	1,548	1,408	1,288	1,180	1,119	1,088	1,037
+ 8°	1,541	1,397	1,300	1,237	1,210	1,191	1,157
+ 10°	1,482	1,474	1,467	1,456	1,447	1,438	1,417
+ 12°	1,627	1,645	1,656	1,660	1,663	1,659	1,645

TABLEAU XLIV

$$l^2/h^2 = 0,960$$

$$V^2/V_0^2 = g(\delta_m)$$

Intrados

INC.	BA	1	2	3	4	5	6
— 10°	4,211	5,187	3,719	3,461	3,265	3,122	2,949
— 8°	3,040	4,388	3,234	3,112	2,995	2,907	2,776
— 6°	1,881	3,572	2,885	2,667	2,618	2,587	2,504
— 4°	0,867	2,663	2,305	2,245	2,245	2,252	2,216
— 2°	0,190	1,837	1,757	1,815	1,785	1,925	1,917
0°	0	1,128	1,296	1,397	1,511	1,598	1,629
+ 2°	0,160	0,602	0,905	1,054	1,205	1,319	1,376
+ 4°	0,761	0,250	0,593	0,770	0,946	1,078	1,157
+ 6°	1,687	0,063	0,355	0,560	0,743	0,890	0,986
+ 8°	2,972	0,002	0,217	0,403	0,588	0,740	0,846
+ 10°	3,874	0,006	0,136	0,307	0,493	0,653	0,767
+ 12°	4,693	0,045	0,087	0,246	0,433	0,594	0,721
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 10°	2,722	2,473	2,335	2,173	1,803	1,562	
— 8°	2,600	2,400	2,324	2,117	1,920	1,710	
— 6°	2,377	2,236	2,183	2,042	1,884	1,702	
— 4°	2,140	2,047	2,010	1,899	1,761	1,613	
— 2°	1,890	1,812	1,817	1,737	1,633	1,510	
0°	1,625	1,602	1,610	1,582	1,512	1,444	
+ 2°	1,399	1,406	1,430	1,421	1,373	1,312	
+ 4°	1,205	1,234	1,276	1,279	1,252	1,199	
+ 6°	1,050	1,101	1,152	1,168	1,158	1,120	
+ 8°	0,925	0,993	1,052	1,092	1,094	1,074	
+ 10°	0,862	0,939	1,009	1,066	1,085	1,079	
+ 12°	0,821	0,919	0,977	1,066	1,101	1,105	
INC.	13	14	15	16	17	18	
— 10°	1,496	1,482	1,478	1,470	1,441	1,402	
— 8°	1,534	1,380	1,282	1,219	1,173	1,187	
— 6°	1,534	1,388	1,257	1,161	1,084	1,043	
— 4°	1,463	1,321	1,198	1,104	1,021	0,979	
— 2°	1,385	1,244	1,137	1,057	0,983	0,942	
0°	1,270	1,167	1,076	1,011	0,947	0,920	
+ 2°	1,257	1,087	1,013	0,962	0,911	0,903	
+ 4°	1,158	1,049	0,958	0,921	0,885	0,875	
+ 6°	1,073	1,031	0,928	0,892	0,868	0,867	
+ 8°	1,032	0,995	0,945	0,901	0,882	0,898	
+ 10°	1,048	1,014	0,984	0,967	0,965	0,990	
+ 12°	1,080	1,061	1,039	1,035	1,052	1,083	

APPENDICE III. — $V^2/V_0^2 = g(\delta_h)$

TABLEAU XLV

$l^2/h^2 = 0,108$

$V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$

Extrados

INC.	1	2	3	4	5	6	
— 9°	0,070	0,067	0,242	0,465	0,590	0,727	
— 8°	0,018	0,115	0,307	0,535	0,660	0,795	
— 6°	0	0,275	0,485	0,700	0,823	0,945	
— 4°	0,122	0,515	0,720	0,910	1,017	1,113	
— 2°	0,415	0,832	1,000	1,150	1,240	1,307	
0°	0,900	1,242	1,336	1,427	1,487	1,515	
+ 2°	1,550	1,712	1,715	1,737	1,745	1,725	
+ 4°	2,300	2,235	2,125	2,040	2,022	1,935	
+ 6°	3,320	2,752	2,522	2,345	2,292	2,143	
+ 8°	4,345	3,372	2,920	2,650	2,522	2,353	
+ 10°	5,352	3,862	3,327	2,950	2,707	2,540	
+ 11°	5,772	4,007	3,445	3,025	2,780	2,555	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	0,850	0,922	0,975	1,017	1,025	1,008	
— 8°	0,907	0,970	1,020	1,053	1,052	1,030	
— 6°	1,038	1,085	1,122	1,150	1,125	1,095	
— 4°	1,187	1,220	1,240	1,250	1,210	1,167	
— 2°	1,355	1,358	1,365	1,350	1,297	1,235	
0°	1,528	1,500	1,488	1,455	1,385	1,305	
+ 2°	1,707	1,640	1,612	1,557	1,472	1,375	
+ 4°	1,880	1,780	1,735	1,660	1,557	1,445	
+ 6°	2,050	1,920	1,860	1,760	1,640	1,502	
+ 8°	2,200	2,040	1,962	1,825	1,685	1,523	
+ 10°	2,308	2,113	2,002	1,790	1,650	1,472	
+ 11°	2,292	2,085	1,925	1,680	1,500	1,383	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 9°	0,975	0,935	0,905	0,858	0,860	0,835	0,875
— 8°	0,995	0,943	0,907	0,852	0,842	0,835	0,865
— 6°	1,045	0,970	0,922	0,865	0,845	0,846	0,868
— 4°	1,100	1,011	0,957	0,900	0,872	0,865	0,876
— 2°	1,152	1,060	1,002	0,935	0,900	0,887	0,885
0°	1,207	1,112	1,047	0,970	0,930	0,915	0,895
+ 2°	1,260	1,163	1,090	1,005	0,960	0,937	0,905
+ 4°	1,315	1,215	1,132	1,037	0,988	0,963	0,927
+ 6°	1,367	1,255	1,170	1,073	1,017	0,988	0,970
+ 8°	1,380	1,235	1,170	1,107	1,080	1,060	1,035
+ 10°	1,365	1,327	1,385	1,278	1,240	1,230	1,200
+ 11°	1,388	1,400	1,390	1,395	1,400	1,370	1,330

TABLEAU XLVI

$$l^2/h^2 = 0,108$$

$$V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$$

Intrados

INC.	BA	1	2	3	4	5	6
— 9°		4,372	3,083	2,805	2,660	2,580	2,433
— 8°	2,720	3,930	2,875	2,640	2,520	2,460	2,345
— 6°	1,557	3,145	2,453	2,307	2,242	2,217	2,137
— 4°	0,693	2,362	2,033	1,970	1,967	1,975	1,926
— 2°	0,175	1,655	1,607	1,635	1,690	1,730	1,715
0°	0	1,048	1,220	1,315	1,415	1,495	1,512
+ 2°	0,142	0,590	0,885	1,025	1,162	1,268	1,317
+ 4°	0,650	0,275	0,600	0,772	0,933	1,062	1,133
+ 6°	1,455	0,072	0,377	0,545	0,740	0,875	0,967
+ 8°	2,635	0	0,211	0,382	0,575	0,717	0,817
+ 10°		0,007	0,107	0,285	0,440	0,600	0,707
+ 11°		0,010	0,075	0,255	0,398	0,560	0,670

INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	2,260	2,090	1,995	1,885	1,693	1,510	
— 8°	2,192	2,030	1,963	1,842	1,685	1,520	
— 6°	2,025	1,912	1,868	1,746	1,632	1,497	
— 4°	1,853	1,770	1,740	1,640	1,550	1,435	
— 2°	1,685	1,625	1,615	1,535	1,458	1,365	
0°	1,515	1,480	1,488	1,432	1,370	1,292	
+ 2°	1,345	1,342	1,360	1,328	1,282	1,220	
+ 4°	1,172	1,200	1,233	1,225	1,197	1,148	
+ 6°	1,015	1,070	1,117	1,125	1,117	1,078	
+ 8°	0,883	0,960	1,013	1,040	1,047	1,023	
+ 10°	0,793	0,870	0,943	0,980	1,003	0,988	
+ 11°	0,762	0,833	0,922	0,972	0,995	0,983	

INC.	13	14	15	16	17	18	
— 9°	1,370	1,250	1,175	1,125	1,087	1,055	
— 8°	1,383	1,260	1,163	1,098	1,055	1,022	
— 6°	1,365	1,247	1,137	1,057	0,997	0,963	
— 4°	1,310	1,200	1,097	1,022	0,950	0,917	
— 2°	1,252	1,142	1,050	0,987	0,918	0,892	
0°	1,192	1,085	1,005	0,952	0,895	0,872	
+ 2°	1,135	1,028	0,960	0,915	0,872	0,855	
+ 4°	1,077	0,985	0,913	0,880	0,847	0,835	
+ 6°	1,017	0,955	0,880	0,848	0,825	0,817	
+ 8°	0,965	0,940	0,875	0,838	0,810	0,820	
+ 10°	0,950	0,930	0,885	0,852	0,837	0,859	
+ 11°	0,950	0,930	0,897	0,878	0,872	0,900	

TABLEAU XLVII

$$l^2/h^2 = 0,178$$

$$V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$$

Extrados

INC.	1	2	3	4	5	6	
— 9°	0,065	0,065	0,232	0,455	0,585	0,727	
— 8°	0,022	0,115	0,297	0,520	0,650	0,792	
— 6°	0	0,270	0,475	0,695	0,822	0,942	
— 4°	0,112	0,505	0,710	0,905	1,017	1,117	
— 2°	0,405	0,814	0,990	1,150	1,245	1,312	
0°	0,915	1,233	1,325	1,432	1,502	1,530	
+ 2°	1,550	1,747	1,710	1,732	1,770	1,750	
+ 4°	2,395	2,280	2,142	2,055	2,040	1,972	
+ 6°	3,375	2,890	2,552	2,382	2,312	2,195	
+ 8°	4,437	3,470	2,960	2,700	2,582	2,417	
+ 10°	5,472	3,892	3,355	3,010	2,787	2,585	
+ 11°	5,972	4,065	3,505	3,075	2,845	2,600	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	0,850	0,925	0,972	1,022	1,030	1,010	
— 8°	0,902	0,972	1,012	1,055	1,060	1,030	
— 6°	1,035	1,092	1,120	1,145	1,135	1,095	
— 4°	1,190	1,233	1,245	1,252	1,225	1,170	
— 2°	1,365	1,375	1,375	1,360	1,315	1,243	
0°	1,540	1,522	1,505	1,470	1,405	1,317	
+ 2°	1,717	1,665	1,633	1,582	1,495	1,387	
+ 4°	1,895	1,810	1,765	1,688	1,585	1,457	
+ 6°	2,073	1,957	1,892	1,795	1,668	1,530	
+ 8°	2,250	2,095	2,015	1,860	1,712	1,542	
+ 10°	2,340	2,130	2,005	1,835	1,652	1,478	
+ 11°	2,335	2,088	1,930	1,710	1,550	1,413	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 9°	0,975	0,938	0,915	0,865	0,838	0,840	0,895
— 8°	0,998	0,950	0,920	0,852	0,838	0,840	0,876
— 6°	1,058	0,980	0,927	0,870	0,850	0,847	0,870
— 4°	1,117	1,020	0,963	0,907	0,880	0,870	0,883
— 2°	1,173	1,070	1,010	0,942	0,910	0,893	0,897
0°	1,230	1,123	1,055	0,977	0,942	0,917	0,912
+ 2°	1,287	1,177	1,100	1,012	0,972	0,940	0,927
+ 4°	1,342	1,232	1,143	1,047	1,005	0,970	0,940
+ 6°	1,397	1,283	1,185	1,083	1,037	1,012	0,972
+ 8°	1,390	1,270	1,185	1,120	1,088	1,070	1,025
+ 10°	1,375	1,325	1,292	1,267	1,228	1,237	1,200
+ 11°	1,393	1,394	1,390	1,380	1,380	1,356	1,325

TABLEAU XLVIII

$$l^2/h^2 = 0,178$$

$$V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$$

Intrados

INC.	BA	1	2	3	4	5	6
— 9°		4,448	3,125	2,892	2,733	2,625	2,475
— 8°	2,850	3,940	2,915	2,715	2,583	2,500	2,383
— 6°	1,668	3,200	2,483	2,357	2,287	2,247	2,175
— 4°	0,770	2,425	2,060	2,005	2,000	1,993	1,957
— 2°	0,190	1,690	1,633	1,645	1,707	1,740	1,742
0°	0	1,068	1,225	1,315	1,422	1,500	1,523
+ 2°	0,125	0,580	0,880	1,022	1,157	1,277	1,320
+ 4°	0,610	0,230	0,603	0,775	0,930	1,063	1,130
+ 6°	1,490	0,062	0,382	0,562	0,730	0,872	0,960
+ 8°	2,627	0	0,213	0,392	0,567	0,710	0,813
+ 10°		0,007	0,110	0,282	0,443	0,597	0,715
+ 11°		0,025	0,082	0,235	0,410	0,560	0,677
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	2,295	2,110	2,040	1,880	1,712	1,535	
— 8°	2,227	2,062	2,008	1,860	1,705	1,542	
— 6°	2,060	1,920	1,900	1,772	1,655	1,515	
— 4°	1,880	1,775	1,765	1,666	1,575	1,457	
— 2°	1,702	1,628	1,632	1,558	1,478	1,378	
0°	1,515	1,482	1,500	1,450	1,390	1,305	
+ 2°	1,345	1,340	1,367	1,345	1,297	1,228	
+ 4°	1,121	1,200	1,237	1,236	1,205	1,153	
+ 6°	1,018	1,067	1,117	1,130	1,118	1,077	
+ 8°	0,893	0,955	1,017	1,043	1,048	1,018	
+ 10°	0,802	0,872	0,943	0,985	1,002	0,990	
+ 11°	0,768	0,850	0,925	0,972	0,997	0,990	
INC.	13	14	15	16	17	18	
— 9°	1,385	1,260	1,192	1,148	1,117	1,032	
— 8°	1,394	1,265	1,180	1,115	1,065	0,985	
— 6°	1,375	1,252	1,148	1,067	1,000	0,957	
— 4°	1,327	1,210	1,102	1,027	0,956	0,920	
— 2°	1,265	1,152	1,055	0,990	0,927	0,900	
0°	1,202	1,090	1,008	0,952	0,902	0,878	
+ 2°	1,144	1,035	0,960	0,917	0,875	0,860	
+ 4°	1,083	0,985	0,915	0,885	0,850	0,838	
+ 6°	1,022	0,946	0,885	0,850	0,822	0,825	
+ 8°	0,968	0,922	0,880	0,858	0,815	0,827	
+ 10°	0,950	0,918	0,892	0,857	0,844	0,863	
+ 11°	0,958	0,922	0,903	0,885	0,880	0,990	

TABLEAU XLIX

$$l^2/h^2 = 0,284$$

$$V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$$

Extrados

INC.	1	2	3	4	5	6	
— 9°	0,087	0,055	0,222	0,445	0,577	0,723	
— 8°	0,038	0,105	0,290	0,510	0,640	0,780	
— 6°	0	0,257	0,472	0,685	0,802	0,923	
— 4°	0,105	0,484	0,702	0,895	1,002	1,100	
— 2°	0,400	0,817	0,985	1,142	1,235	1,300	
0°	0,890	1,237	1,307	1,422	1,447	1,535	
+ 2°	1,522	1,712	1,707	1,737	1,770	1,767	
+ 4°	2,395	2,300	2,157	2,072	2,045	2,002	
+ 6°	3,380	2,910	2,600	2,422	2,317	2,233	
+ 8°	4,462	3,462	3,042	2,772	2,590	2,465	
+ 10°	5,515	3,887	3,425	3,015	2,807	2,610	
+ 11°	5,912	4,062	3,575	3,082	2,880	2,625	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	0,848	0,925	0,972	1,015	1,027	1,010	
— 8°	0,897	0,965	1,002	1,042	1,050	1,022	
— 6°	1,022	1,070	1,100	1,125	1,115	1,090	
— 4°	1,173	1,205	1,227	1,235	1,208	1,163	
— 2°	1,350	1,355	1,365	1,350	1,305	1,237	
0°	1,537	1,508	1,500	1,462	1,402	1,313	
+ 2°	1,722	1,658	1,637	1,575	1,500	1,388	
+ 4°	1,910	1,815	1,777	1,690	1,597	1,462	
+ 6°	2,098	1,970	1,915	1,805	1,693	1,540	
+ 8°	2,288	2,125	2,035	1,882	1,725	1,555	
+ 10°	2,367	2,162	1,992	1,851	1,670	1,482	
+ 11°	2,343	2,102	1,922	1,710	1,520	1,415	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 9°	0,975	0,930	0,925	0,874	0,848	0,855	0,910
— 8°	0,983	0,942	0,927	0,858	0,837	0,843	0,877
— 6°	1,042	0,972	0,927	0,859	0,837	0,842	0,865
— 4°	1,105	1,010	0,955	0,897	0,870	0,860	0,878
— 2°	1,163	1,065	1,000	0,933	0,904	0,890	0,892
0°	1,225	1,120	1,050	0,970	0,938	0,917	0,905
+ 2°	1,283	1,175	1,096	1,007	0,972	0,945	0,918
+ 4°	1,343	1,227	1,143	1,045	1,007	0,975	0,935
+ 6°	1,402	1,287	1,190	1,083	1,042	1,003	0,967
+ 8°	1,393	1,272	1,190	1,123	1,040	1,050	1,040
+ 10°	1,370	1,327	1,300	1,275	1,225	1,250	1,225
+ 11°	1,390	1,400	1,400	1,392	1,335	1,375	1,355

TABLEAU L

$l^2/h^2 = 0.284$

$V^2/V_0^2 = f(\delta_n)$

Intrados

INC.	BA	1	2	3	4	5	6
— 9°		4,518	3,188	2,890	2,775	2,645	2,515
— 8°	2,860	4,032	2,960	2,710	2,622	2,518	2,422
— 6°	1,715	3,220	2,517	2,357	2,320	2,265	2,197
— 4°	0,875	2,448	2,072	2,000	2,015	2,010	1,967
— 2°	0,310	1,733	1,627	1,642	1,710	1,750	1,737
0°	0	1,078	1,230	1,317	1,422	1,500	1,520
+ 2°	0,132	0,595	0,883	1,022	1,152	1,267	1,307
+ 4°	0,635	0,215	0,595	0,760	0,940	1,052	1,112
+ 6°	1,670	0,063	0,370	0,547	0,725	0,860	0,937
+ 8°	2,810	0	0,205	0,380	0,557	0,702	0,798
+ 10°		0,005	0,110	0,270	0,440	0,597	0,700
+ 11°		0,020	0,080	0,230	0,400	0,558	0,670
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	2,350	2,145	2,060	1,900	1,725	1,533	
— 8°	2,272	2,097	2,020	1,882	1,722	1,555	
— 6°	2,097	1,953	1,912	1,797	1,673	1,530	
— 4°	1,905	1,800	1,780	1,683	1,577	1,760	
— 2°	1,710	1,640	1,637	1,567	1,480	1,373	
0°	1,520	1,488	1,495	1,450	1,383	1,300	
+ 2°	1,332	1,332	1,357	1,333	1,287	1,220	
+ 4°	1,157	1,185	1,218	1,217	1,190	1,140	
+ 6°	1,000	1,055	1,098	1,112	1,098	1,065	
+ 8°	0,877	0,943	1,000	1,027	1,028	1,007	
+ 10°	0,790	0,875	0,937	0,978	1,000	0,992	
+ 11°	0,762	0,855	0,920	0,965	0,993	0,988	
INC.	13	14	15	16	17	18	
— 9°	1,385	1,267	1,207	1,170	1,150	1,112	
— 8°	1,407	1,280	1,195	1,133	1,082	1,045	
— 6°	1,387	1,265	1,158	1,073	1,000	0,964	
— 4°	1,327	1,210	1,110	1,028	0,956	0,922	
— 2°	1,265	1,152	1,060	0,985	0,925	0,897	
0°	1,202	1,095	1,022	0,948	0,897	0,874	
+ 2°	1,140	1,044	0,968	0,912	0,868	0,852	
+ 4°	1,078	0,997	0,925	0,875	0,840	0,828	
+ 6°	1,017	0,960	0,883	0,842	0,817	0,812	
+ 8°	0,970	0,933	0,878	0,835	0,812	0,818	
+ 10°	0,958	0,923	0,893	0,860	0,850	0,865	
+ 11°	0,960	0,928	0,905	0,890	0,885	0,912	

TABLEAU LI

$$l^2/h^2 = 0,470$$

$$V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$$

Extrados

INC.	1	2	3	4	5	6	
— 9°	0,080	0,057	0,235	0,470	0,592	0,733	
— 8°	0,027	0,112	0,302	0,532	0,658	0,790	
— 6°	0	0,265	0,477	0,697	0,825	0,942	
— 4°	0,115	0,512	0,715	0,917	1,028	1,125	
— 2°	0,422	0,847	1,020	1,172	1,265	1,340	
0°	0,925	1,282	1,380	1,477	1,538	1,590	
+ 2°	1,635	1,805	1,795	1,820	1,835	1,837	
+ 4°	2,525	2,447	2,235	2,170	2,140	2,087	
+ 6°	3,605	3,087	2,715	2,523	2,440	2,337	
+ 8°	4,687	3,662	3,175	2,870	2,745	2,585	
+ 10°	5,667	4,077	3,542	3,150	2,952	2,715	
+ 11°	6,030	4,242	3,682		3,005	2,732	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	0,862	0,940	0,992	1,035	1,050	1,035	
— 8°	0,910	0,982	1,030	1,067	1,072	1,050	
— 6°	1,040	1,090	1,130	1,155	1,143	1,107	
— 4°	1,200	1,232	1,255	1,275	1,245	1,190	
— 2°	1,390	1,400	1,405	1,400	1,352	1,275	
0°	1,590	1,573	1,562	1,525	1,458	1,360	
+ 2°	1,792	1,745	1,717	1,650	1,565	1,445	
+ 4°	1,993	1,917	1,870	1,775	1,670	1,530	
+ 6°	2,197	2,087	2,027	1,905	1,775	1,620	
+ 8°	2,395	2,225	2,130	1,982	1,800	1,595	
+ 10°	2,473	2,253	2,112	1,907	1,690	1,503	
+ 11°	2,460	2,197	2,017	1,760	1,520	1,470	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 9°	1,000	0,967	0,942	0,903	0,873	0,885	0,943
— 8°	1,007	0,973	0,942	0,882	0,862	0,867	0,907
— 6°	1,070	0,995	0,942	0,882	0,862	0,860	0,888
— 4°	1,137	1,032	0,977	0,923	0,883	0,877	0,897
— 2°	1,205	1,095	1,030	0,965	0,920	0,907	0,912
0°	1,272	1,160	1,080	1,007	0,968	0,937	0,927
+ 2°	1,338	1,222	1,132	1,048	1,007	0,955	0,945
+ 4°	1,406	1,285	1,185	1,090	1,047	0,995	0,960
+ 6°	1,472	1,350	1,235	1,132	1,085	1,037	1,002
+ 8°	1,440	1,310	1,240	1,175	1,182	1,125	1,100
+ 10°	1,400	1,387	1,375	1,360	1,352	1,340	1,320
+ 11°	1,445	1,467	1,475	1,467	1,462	1,457	1,432

TABLEAU LII

$$l^2/h^2 = 0,470$$

$$V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$$

Intrados

INC.	BA	1	2	3	4	5	6
— 9°		4,695	3,317	3,083	2,965	2,760	2,652
— 8°	2,990	4,300	3,082	2,883	2,750	2,627	2,558
— 6°	1,755	3,365	2,710	2,492	2,415	2,360	2,318
— 4°	0,817	2,520	2,138	2,102	2,085	2,090	2,063
— 2°	0,185	1,748	1,670	1,707	1,760	1,822	1,803
0°	0	1,100	1,250	1,350	1,443	1,552	1,553
+ 2°	0,155	0,575	0,887	1,020	1,157	1,287	1,330
+ 4°	0,717	0,240	0,587	0,745	0,920	1,053	1,128
+ 6°	1,645	0,070	0,360	0,522	0,712	0,857	0,948
+ 8°	2,800	0	0,205	0,375	0,555	0,703	0,805
+ 10°		0,007	0,110	0,277	0,453	0,610	0,722
+ 11°		0,022	0,082	0,240	0,412	0,577	0,695
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	2,450	2,260	2,160	1,980	1,770	1,575	
— 8°	2,375	2,212	2,123	1,972	1,795	1,613	
— 6°	2,170	2,063	2,003	1,888	1,755	1,597	
— 4°	1,957	1,887	1,847	1,760	1,645	1,510	
— 2°	1,747	1,707	1,690	1,625	1,535	1,421	
0°	1,540	1,525	1,532	1,492	1,425	1,333	
+ 2°	1,345	1,350	1,377	1,360	1,315	1,248	
+ 4°	1,170	1,190	1,233	1,235	1,207	1,163	
+ 6°	1,003	1,055	1,102	1,120	1,110	1,077	
+ 8°	0,880	0,952	1,008	1,047	1,047	1,028	
+ 10°	0,812	0,890	0,958	1,007	1,015	1,017	
+ 11°	0,785	0,872	0,945	0,992	1,012	1,020	
INC.	13	14	15	16	17	18	
— 9°	1,425	1,315	1,287	1,247	1,215	1,196	
— 8°	1,455	1,322	1,230	1,187	1,133	1,098	
— 6°	1,442	1,302	1,195	1,120	1,035	1,005	
— 4°	1,375	1,252	1,142	1,057	0,982	0,952	
— 2°	1,305	1,185	1,088	1,012	0,950	0,915	
0°	1,233	1,115	1,032	0,960	0,917	0,890	
+ 2°	1,165	1,043	0,977	0,930	0,887	0,868	
+ 4°	1,092	0,995	0,925	0,890	0,857	0,848	
+ 6°	1,025	0,965	0,897	0,862	0,832	0,832	
+ 8°	0,985	0,948	0,903	0,872	0,840	0,848	
+ 10°	0,977	0,944	0,918	0,900	0,890	0,912	
+ 11°	0,985	0,952	0,932	0,920	0,928	0,960	

TABLEAU LIII

$$l^2/h^2 = 0,745$$

$$V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$$

Extrados

INC.	1	2	3	4	5	6	
— 9°	0,072	0,060	0,235	0,468	0,598	0,745	
— 8°	0,028	0,105	0,287	0,525	0,652	0,795	
— 6°	0	0,255	0,462	0,690	0,818	0,933	
— 4°	0,112	0,507	0,712	0,907	1,027	1,120	
— 2°	0,430	0,845	1,032	1,177	1,282	1,350	
0°	0,947	1,299	1,412	1,495	1,577	1,615	
+ 2°	1,695	1,845	1,825	1,867	1,903	1,885	
+ 4°	2,615	2,457	2,330	2,245	2,227	2,157	
+ 6°	3,685	3,140	2,860	2,625	2,553	2,430	
+ 8°	4,885	3,782	3,307	3,015	2,880	2,700	
+ 10°	5,738	4,192	3,653	3,252	3,050	2,835	
+ 11°	5,910	4,335	3,790	3,328		2,850	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	0,868	0,950	1,006	1,055	1,070	1,050	
— 8°	0,912	0,985	1,037	1,076	1,080	1,055	
— 6°	1,037	1,082	1,132	1,155	1,142	1,107	
— 4°	1,205	1,233	1,262	1,267	1,258	1,198	
— 2°	1,410	1,420	1,422	1,410	1,375	1,295	
0°	1,630	1,607	1,607	1,555	1,490	1,388	
+ 2°	1,850	1,795	1,787	1,700	1,607	1,484	
+ 4°	2,070	1,983	1,970	1,842	1,725	1,580	
+ 6°	2,302	2,160	2,165	1,985	1,830	1,670	
+ 8°	2,527	2,343	2,227	2,050	1,802	1,630	
+ 10°	2,570	2,337	2,180	1,920	1,750	1,495	
+ 11°	2,547	2,287	2,067	1,745	1,660	1,530	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 9°	1,015	0,987	0,967	0,932	0,917	0,920	0,990
— 8°	1,013	0,985	0,963	0,902	0,880	0,892	0,950
— 6°	1,077	1,000	0,955	0,900	0,867	0,875	0,912
— 4°	1,150	1,042	0,976	0,945	0,892	0,885	0,906
— 2°	1,222	1,110	1,037	0,990	0,937	0,915	0,920
0°	1,293	1,177	1,100	1,035	0,977	0,947	0,937
+ 2°	1,367	1,245	1,155	1,081	1,017	0,982	0,957
+ 4°	1,438	1,312	1,210	1,125	1,060	1,020	0,975
+ 6°	1,510	1,377	1,262	1,173	1,102	1,075	1,027
+ 8°	1,460	1,345	1,275	1,260	1,200	1,187	1,080
+ 10°	1,430	1,450	1,445	1,442	1,435	1,425	1,420
+ 11°	1,518	1,547	1,557	1,562	1,560	1,550	1,540

TABLEAU LIV

$$l^2/h^2 = 0,745$$

$$V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$$

Intrados

INC.	BA	1	2	3	4	5	6
— 9°		4,805	3,350		3,040	2,925	2,862
— 8°	3,100	4,345	3,116	2,965	2,885	2,817	2,787
— 6°	1,850	3,405	2,650	2,555	2,535	2,507	2,448
— 4°	0,795	2,563	2,185	2,142	2,175	2,182	2,157
— 2°	0,188	1,753	1,720	1,730	1,813	1,865	1,870
0°	0	1,090	1,257	1,350	1,472	1,555	1,585
+ 2°	0,175	0,587	0,883	1,027	1,175	1,280	1,340
+ 4°	0,665	0,242	0,587	0,760	0,930	1,055	1,135
+ 6°	1,680	0,070	0,360	0,537	0,725	0,860	0,962
+ 8°	3,000	0	0,215	0,378	0,566	0,705	0,823
+ 10°		0,007	0,120	0,287	0,465	0,625	0,738
+ 11°		0,027	0,093	0,257	0,430	0,597	0,712
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	2,560	2,357	2,242	2,040	1,818	1,580	
— 8°	2,497	2,322	2,232	2,070	1,875	1,660	
— 6°	2,290	2,187	2,127	1,995	1,847	1,660	
— 4°	2,055	1,978	2,042	1,845	1,718	1,572	
— 2°	1,817	1,767	1,755	1,690	1,588	1,470	
0°	1,580	1,555	1,575	1,540	1,458	1,375	
+ 2°	1,373	1,370	1,397	1,390	1,325	1,278	
+ 4°	1,188	1,207	1,245	1,257	1,228	1,180	
+ 6°	1,022	1,070	1,117	1,140	1,137	1,098	
+ 8°	0,892	0,970	1,025	1,067	1,070	1,053	
+ 10°	0,832	0,915	0,983	1,033	1,060	1,048	
+ 11°	0,812	0,900	0,978	1,027	1,062	1,060	
INC.	13	14	15	16	17	18	
— 9°	1,455	1,402	1,380	1,340	1,305	1,317	
— 8°	1,490	1,402	1,300	1,220	1,220	1,184	
— 6°	1,500	1,363	1,235	1,143	1,082	1,025	
— 4°	1,432	1,295	1,180	1,090	1,000	0,965	
— 2°	1,355	1,220	1,112	1,040	0,965	0,927	
0°	1,277	1,147	1,055	0,995	0,932	0,907	
+ 2°	1,202	1,082	0,995	0,948	0,897	0,887	
+ 4°	1,125	1,027	0,940	0,903	0,863	0,867	
+ 6°	1,052	0,988	0,920	0,877	0,848	0,853	
+ 8°	1,010	0,970	0,935	0,890	0,882	0,878	
+ 10°	1,017	0,988	0,965	0,946	0,943	0,963	
+ 11°	1,032	1,007	0,985	0,975	0,985	1,025	

TABLEAU LV

$l^2/h^2 = 0,960$

$V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$

Extrados

INC.	1	2	3	4	5	6	
— 9°		0,070	0,222	0,460	0,598	0,740	
— 8°	0,065	0,120	0,280	0,522	0,653	0,792	
— 6°	0	0,242	0,450	0,680	0,812	0,827	
— 4°	0,092	0,475	0,700	0,905	1,023	1,110	
— 2°	0,360	0,849	1,015	1,187	1,282	1,347	
0°	0,912	1,325	1,407	1,517	1,590	1,690	
+ 2°	1,820	1,900	1,880	1,922	1,947	1,955	
+ 4°	2,725	2,562	2,435	2,325	2,303	2,262	
+ 6°	3,857	3,232	2,995	2,932	2,662	2,565	
+ 8°	5,027	3,912	3,442	3,150	3,080	2,855	
+ 10°		4,395	3,787	3,395	3,222	2,980	
+ 11°		4,542	3,935	3,492	3,285	3,010	
INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	0,865	0,962	1,007	1,062	1,075	1,072	
— 8°	0,912	1,000	1,032	1,085	1,090	1,080	
— 6°	1,030	1,095	1,130	1,162	1,155	1,122	
— 4°	1,212	1,245	1,272	1,280	1,257	1,202	
— 2°	1,432	1,438	1,460	1,432	1,392	1,315	
0°	1,682	1,655	1,657	1,602	1,530	1,435	
+ 2°	1,832	1,870	1,848	1,765	1,665	1,550	
+ 4°	2,180	2,087	2,040	1,927	1,801	1,670	
+ 6°	2,435	2,303	2,232	2,100	1,925	1,780	
+ 8°	2,662	2,462	2,327	2,137	1,920	1,635	
+ 10°	2,695	2,435	2,252	1,935	1,680	1,520	
+ 11°	2,685	2,375	2,148	1,790	1,635	1,577	
INC.	13	14	15	16	17	18	19
— 9°	1,030	1,002	0,982	0,955	0,942	0,945	1,030
— 8°	1,032	1,000	0,977	0,923	0,900	0,912	0,977
— 6°	1,070	1,012	0,970	0,905	0,885	0,883	0,923
— 4°	1,150	1,056	0,985	0,928	0,912	0,893	0,918
— 2°	1,237	1,130	1,050	0,975	0,950	0,927	0,933
0°	1,322	1,203	1,112	1,028	0,985	0,960	0,955
+ 2°	1,407	1,280	1,177	1,083	1,025	0,997	0,972
+ 4°	1,492	1,353	1,242	1,138	1,070	1,035	0,996
+ 6°	1,560	1,417	1,302	1,193	1,135	1,115	1,065
+ 8°	1,510	1,380	1,340	1,327	1,307	1,275	1,252
+ 10°	1,507	1,532	1,535	1,535	1,528	1,515	1,497
+ 11°	1,577	1,617	1,630	1,637	1,640	1,630	1,615

TABLEAU LVI

$$l^2/h^2 = 0,960$$

$$V^2/V_0^2 = f(\delta_h)$$

Intrados

INC.	BA	1	2	3	4	5	6
— 9°		4,875	3,518	3,293	3,180		2,905
— 8°		4,465	3,272	3,140	3,037	2,955	2,812
— 6°	1,967	3,625	2,760	2,652	2,657	2,620	2,553
— 4°	0,915	2,680	2,255	2,218	2,267	2,272	2,247
— 2°	0,190	1,825	1,707	1,790	1,880	1,920	1,922
0°	0	1,120	1,295	1,390	1,515	1,595	1,628
+ 2°	0,165	0,590	0,895	1,040	1,200	1,300	1,360
+ 4°	0,800	0,225	0,578	0,760	0,925	1,058	1,142
+ 6°	1,695	0,045	0,338	0,540	0,720	0,868	0,960
+ 8°		0	0,207	0,385	0,565	0,723	0,830
+ 10°		0	0,122	0,295	0,480	0,648	0,760
+ 11°		0,012	0,090	0,260	0,455	0,638	0,735

INC.	7	8	9	10	11	12	
— 9°	2,692	2,420	2,342	2,175	1,850	1,620	
— 8°	2,627	2,412	2,338	2,163	1,908	1,688	
— 6°	2,438	2,282	2,222	2,070	1,900	1,713	
— 4°	2,177	2,052	2,017	1,910	1,787	1,633	
— 2°	1,890	1,822	1,813	1,738	1,645	1,518	
0°	1,625	1,595	1,607	1,570	1,500	1,403	
+ 2°	1,385	1,387	1,415	1,405	1,357	1,290	
+ 4°	1,187	1,212	1,252	1,260	1,233	1,180	
+ 6°	1,027	1,075	1,122	1,145	1,135	1,100	
+ 8°	0,910	0,975	1,040	1,080	1,085	1,068	
+ 10°	0,850	0,937	1,000	1,060	1,087	1,088	
+ 11°	0,835	0,922	0,987	1,060	1,098	1,100	

INC.	13	14	15	16	17	18	
— 9°	1,500	1,480	1,455	1,420	1,387	1,370	
— 8°	1,525	1,468	1,360	1,275	1,237	1,262	
— 6°	1,542	1,412	1,272	1,175	1,107	1,070	
— 4°	1,477	1,332	1,207	1,110	1,027	0,982	
— 2°	1,392	1,248	1,140	1,060	0,977	0,948	
0°	1,305	1,118	1,072	1,010	0,943	0,922	
+ 2°	1,217	1,088	1,003	0,962	0,910	0,892	
+ 4°	1,130	1,025	0,947	0,913	0,877	0,867	
+ 6°	1,055	0,994	0,932	0,893	0,868	0,872	
+ 8°	1,030	1,000	0,960	0,917	0,902	0,922	
+ 10°	1,050	1,032	1,005	0,987	0,992	1,022	
+ 11°	1,065	1,053	1,032	1,025	1,042	1,077	

APPENDICE IV

TABLEAU LVII. — *Corrections de pression locale*

$Cz_c = 0,600$

$h_1 = 0,300 \text{ m}$

$l/h_1 = 1,000$

V^2/V_0^2				$V^2/V_0^2 (x)$				$V^2/V_0^2 (x)$		
1	2,510	BA	0,605	1	2,357	BA	0,537	1'	2,355	0,000
2	2,400	1	0,300	2	2,248	1	0,282	2'	2,280	0,282
3	2,300	2	0,647	3	2,148	2	0,605	3'	2,185	0,607
4	2,227	3	0,820	4	2,071	3	0,764	4'	2,070	0,857
5	2,217	4	0,985	5	2,055	4	0,915	5'	2,050	1,005
6	2,187	5	1,110	6	2,020	5	1,027	6'	2,005	1,095
7	2,120	6	1,190	7	1,945	6	1,097	7'	1,945	1,129
8	2,035	7	1,230	8	1 858	7	1,129	8	1,858	1,143
9	1,995	8	1,252	9	1,818	8	1,143	9	1,818	1,176
10	1,887	9	1,290	10	1,716	9	1,176	10	1,716	1,175
11	1,770	10	1,292	11	1,611	10	1,175	11	1,611	1,148
12	1,640	11	1,262	12	1 496	11	1,148	12	1,496	1,097
13	1,472	12	1,202	13	1,348	12	1,097	13	1,348	1,053
14	1,337	13	1,150	14	1,232	13	1,053	14	1,232	0,958
15	1,227	14	1,040	15	1,137	14	0,958	15	1,137	0,885
16	1,125	15	0,955	16	1,049	15	0,885	16	1,049	0,863
17	1,060	16	0,925	17	0,994	16	0,863	17'	1,005	0,835
18	1,026	17	0,883	18	0,964	17	0,830	18'	0,942	0,825
19	0,990	18	0,870	19	0,938	18	0,822			
	Extr.		Intr.		Extr.		Intr.		Extr.	Intr.

TABLEAU LVIII

NUMÉRO	$\sqrt{\frac{q'_E}{q_a(x)}}$	$\sqrt{\frac{q'_I}{q_a(x)}}$	$\sqrt{\frac{q'_E}{q_a}} + \sqrt{\frac{q'_I}{q_a}}$	$\frac{1}{2}(\sqrt{\frac{q'_E}{q_a}} + \sqrt{\frac{q'_I}{q_a}})$	$\frac{q_s}{q_a}$	P'_h
1'	1,532	0,000	1,532	0,766	0,587	2,355
2'	1,510	0,632	2,142	1,071	1,146	1,880
3'	1,479	0,778	2,257	1,128	1,270	1,578
4'	1,440	0,926	2,366	1,183	1,397	1,213
5'	1,430	1,024	2,454	1,227	1,503	1,045
6'	1,415	1,048	2,463	1,231	1,513	0,910
7	1,393	1,062	2,455	1,228	1,503	0,815
8	1,363	1,069	2,432	1,216	1,475	0,715
9	1,348	1,084	2,432	1,216	1,475	0,642
10	1,310	1,084	2,394	1,197	1,432	0,541
11	1,270	1,072	2,342	1,171	1,370	0,463
12	1,223	1,047	2,270	1,135	1,288	0,399
13	1,162	1,026	2,179	1,089	1,185	0,295
14	1,110	0,978	2,088	1,044	1,092	0,274
15	1,065	0,941	2,006	1,003	1,006	0,252
16	1,025	0,928	1,953	0,976	0,952	0,186
17'	1,002	0,913	1,915	0,958	0,917	0,170
18'	0,970	0,907	1,877	0,938	0,878	0,117

TABLEAU LIX. — Correction pour les points du bord d'attaque.

A 10 % du bord d'attaque : $P = 1,215$, $Z = 3,000$,
 $A'_0 = 0,1013$, $A'_0 - A''_0 = 0,0118$ $A_0 = 0,1131$ $4 A_0 = 0,4524$

NUMÉRO	P'_h	Z	P''_∞
1'	2,350	5,800	2,630
2'	1,880	4,630	2,100
3'	1,565	3,860	1,747
4'	1,215	3,000	2,355

TABLEAU LX

	P_a	ΔP	P^∞	$\frac{P^\infty}{4}$	$\frac{P^\infty}{4 q_s/q_0}$
1'	2,350		2,630	0,633	1,080
2'	1,880		2,100	0,525	0,458
3'	1,578		1,747	0,437	0,344
4'	1,355		1,355	0,339	0,243
5'	1,045	— 0,032	1,077	0,269	0,179
6'	0,910	— 0,007	0,917	0,229	0,152
7	0,815	+ 0,010	0,805	0,201	0,133
8	0,715	+ 0,028	0,688	0,172	0,116
9	0,642	+ 0,036	0,606	0,152	0,102
10	0,541	+ 0,043	0,498	0,125	0,087
11	0,463	+ 0,047	0,416	0,104	0,076
12	0,399	+ 0,049	0,350	0,088	0,068
13	0,295	+ 0,050	0,245	0,061	0,052
14	0,274	+ 0,047	0,227	0,057	0,052
15	0,252	+ 0,044	0,208	0,052	0,052
16	0,186	+ 0,039	0,147	0,037	0,039
17'	0,170	+ 0,035	1,135	0,034	0,037
18'	0,117	+ 0,019	0,098	0,025	0,028

TABLEAU LXI

	$1 + \frac{P^\infty}{4 q_s/q_0}$	$1 - \frac{P^\infty}{4 q_s/q_0}$	$\left(1 + \frac{P^\infty}{4 q_s/q_0}\right)^2$	$\left(1 - \frac{P^\infty}{4 q_s/q_0}\right)^2$	$\frac{q_E}{q_0}$	$\frac{q_I}{q_0}$
1'	2,080	— 0,080	4,320	0,006	2,545	0,004
2'	1,458	0,542	2,127	0,293	2,440	0,336
3'	1,344	0,656	1,808	0,430	2,295	0,546
4'	1,243	0,757	1,545	0,573	1,130	0,790
5'	1,179	0,821	1,390	0,674	2,087	1,013
6'	1,152	0,848	1,317	0,720	1,990	1,088
7	1,134	0,866	1,285	0,750	1,930	1,127
8	1,116	0,884	1,244	0,782	1,835	1,152
9	1,102	0,898	1,213	0,807	1,785	1,191
10	1,087	0,913	1,182	0,835	1,690	1,195
11	1,076	0,924	1,156	0,855	1,581	1,172
12	1,068	0,932	1,140	0,867	1,467	1,117
13	1,052	0,948	1,106	0,900	1,310	1,066
14	1,052	0,948	1,106	0,900	1,207	0,982
15	1,052	0,948	1,106	0,900	1,111	0,906
16	1,039	0,961	1,080	0,923	1,027	0,878
17'	1,037	0,963	1,076	0,925	0,987	0,850
18'	1,028	0,972	1,058	0,944	0,932	0,830

BIBLIOGRAPHIE

DOCUMENTS CITÉS

- [1] LOCK. — *The interference of a wind tunnel on a symmetrical body*. Reports and memoranda, n° 1275, British ARC, 1929.
- [2] FAGE. — *On the two-dimensional flow past a body of symmetrical cross section mounted in a channel of finite breadth*. Reports and memoranda, n° 1223, British ARC, 1929.
- [3] GLAUERT. — *The interference of a wind-tunnel on a symmetrical body*. Reports and memoranda, n° 1544, British ARC, 1933.
- [4] GLAUERT. — *Wind-tunnel interference on wings bodies and airscrews*. Reports and memoranda, n° 1566, British ARC, 1933.
- [5] SQUIRE et YOUNG. — *Blockage corrections in a closed rectangular tunnel*. Reports and memoranda, n° 1984, British ARC, 1945.
- [6] THOM. — *Blockage corrections in a closed high speed tunnel*. Reports and memoranda, n° 2033, British ARC, 1943.
- [7] PISTOLESI. — *L'influsso della limitazione della corrente sulle caratteristiche dei modelli di ali*. Aerotechnica, juillet-août 1935.
- [8] TOMOTIKA. — *On the moment of the force acting on a flat plate in a stream between two parallel walls*. Report n° 94, Proceeding of aeronautical research institute of Tokio, 1933.
- [9] TOMOTIKA. — *The lift on a flat plate placed in a stream between two parallel walls and some allied problems*. Report n° 101, Proceeding of aeronautical research institute of Tokio, 1933.
- [10] TOUSSAINT. — *Nouvelle rédaction d'une note sur les corrections en courant plan* (non publié).
- [11] ALLEN, JULIAN, VINCENTI et WALTER. — *Interference in a two dimensional flow wind tunnel with a consideration of the effect of compressibility*. N. A. C. A. Report, n° 782, 1944.
- [12] ALLEN et JULIAN. — *A simplified method for the calculation of aerofoil pressure distribution*. N. A. C. A. Report, n° 708, 1939.
- [13] GOLDSTEIN. — *Steady two-dimensional flow past a solid cylinder in a non uniform stream* (Part I); *Two-dimensional wind tunnel interference* (Part II). Reports and memoranda, n° 1902, British ARC, 1942.
- [14] I.A.T. Saint-Cyr. — *Essais de réduction de l'effet de paroi pour un profil J 639* (non publié).
- [15] I. H. ABBOTT, E. VON DOENHOFF et L. S. STIVERS Jr. — *Summary of airfoil data*. N.A.C.A. Report, n° 824, 1945.
- [16] W. A. MAIR et H. E. GAMBLE. — *The effect of model size on measurements in the RAE High Speed Tunnel. Drag of two dimensional symmetrical aerofoils at zero incidence*. Reports and memoranda, n° 2527, 1951.
- [17] MÉNARD. — *Contribution à l'étude aérodynamique de l'aile et de l'hélice*. Thèse de doctorat de l'Université de Paris, 1950.
- [18] SCHNEIDER.
- [19] TOUSSAINT. — *Cours professé à la Faculté des Sciences de Paris* (non publié), 1952.
- [20] GLAUERT. — *The effect of compressibility on the lift of an aerofoil*. Reports and memoranda, n° 1135, 1927.
- [21] SAUER.

- [22] MICHEL. — *Contribution à l'étude des couches limites turbulentes avec gradient de pression*. Thèse de doctorat de l'Université de Paris, 1950.
- [23] FAVRE. — *Contribution à l'étude expérimentale des mouvements hydrodynamiques à deux dimensions*. Thèse de doctorat ès Sciences Physiques, 1938.
- [24] Camb. Univ. Aero. Lab. — *The measurement of profil drag by the Pitot traverse method*. Reports and memoranda, n° 1688, British ARC, 1936.
- [25] A. E. von DOENHOFF et F. T. ABBOTT. — *The Langley two-dimensional low-turbulence pressure-tunnel*. N.A.C.A. Technical Note, n° 1283, 1947.



DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

MESURE DES PERFORMANCES EN VOL

Vu et approuvé :

Paris, le 24 mai 1953

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

A. CHATELET.

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean SARRAILH.



IMPRIMERIE